



**UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ**  
**CENTRO DE TECNOLOGIA**  
**DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ESTRUTURAL E CONSTRUÇÃO CIVIL**  
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL:**  
**ESTRUTURAS E CONSTRUÇÃO CIVIL**

**RAFAEL WANDSON ROCHA SENA**

**OTIMIZAÇÃO DE SISTEMA E CONFIGURAÇÃO DE PAVIMENTOS DE  
CONCRETO PRÉ-MOLDADO VIA ALGORITMOS EVOLUCIONÁRIOS**

**FORTALEZA**

**2015**

RAFAEL WANDSON ROCHA SENA

OTIMIZAÇÃO DE SISTEMA E CONFIGURAÇÃO DE PAVIMENTOS DE CONCRETO  
PRÉ-MOLDADO VIA ALGORITMOS EVOLUCIONÁRIOS

Dissertação de mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil: Estruturas e Construção Civil, da Universidade Federal do Ceará, como requisito parcial para obtenção do Título de Mestre em Engenharia Civil.

Área de Concentração: Estruturas

Orientador: Antônio Macário Cartaxo de Melo  
Coorientador: Augusto Teixeira de Albuquerque

FORTALEZA

2015

RAFAEL WANDSON ROCHA SENA

OTIMIZAÇÃO DE SISTEMA E CONFIGURAÇÃO DE PAVIMENTOS DE CONCRETO  
PRÉ-MOLDADO VIA ALGORITMOS EVOLUCIONÁRIOS

Dissertação de mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil: Estruturas e Construção Civil, da Universidade Federal do Ceará, como requisito parcial para obtenção do Título de Mestre em Engenharia Civil.

Área de Concentração: Estruturas

Orientador: Antônio Macário Cartaxo de Melo  
Coorientador: Augusto Teixeira de Albuquerque

Aprovada em \_\_\_/\_\_\_/\_\_\_

BANCA EXAMINADORA

---

Prof. Dr. Antônio Macário Cartaxo de Melo (Orientador)  
Universidade Federal do Ceará (UFC)

---

Prof. Dr. Augusto Teixeira de Albuquerque (Coorientador)  
Universidade Federal do Ceará (UFC)

---

Prof. Dr. João Batista Marques de Sousa Junior (Membro Interno)  
Universidade Federal do Ceará (UFC)

---

Prof. Dr. Mounir Kalil El Debs (Membro Externo)  
Escola de Engenharia de São Carlos – USP

A Deus.

A minha família, por todo seu amor.

## AGRADECIMENTOS

À minha mãe Maria Angelucia Rocha, mulher batalhadora que fez quem eu sou hoje.

À companheira Dandara Pereira Souza, que muito me incentivou nesta etapa tão importante de minha vida.

À todos os meus familiares, que sempre demonstraram carinho, atenção e que sempre me incentivaram.

Ao meu orientador Antônio Macário Cartaxo de Melo, pela orientação, companheirismo e incentivo em todos os momentos do trabalho. Sinto-me honrado por ter tido a oportunidade de trabalhar com ele.

Ao meu coorientador Augusto Teixeira de Albuquerque pelos valiosos conselhos e sugestões dados na realização do trabalho.

À meu amigo Raul Lima Alves pela estadia em Fortaleza nos últimos meses de mestrado.

Aos meus grandes amigos de mestrado Elias Saraiva Barroso, Carlos David Rodrigues Melo e Eduardo Alcino de Farias Marques, pela ajuda, incentivo e companheirismo. Levo a amizade deles para sempre.

## RESUMO

Na construção civil têm-se uma grande busca pela redução de custos. Produção em linhas de montagem e em grande escala, modulação e redução de desperdícios são características que destacam a utilização do concreto pré-moldado (CPM). Tradicionalmente o projeto é realizado de modo em que a solução é determinada diretamente pela experiência do engenheiro. A otimização consiste na formulação do problema de projeto por meio de um modelo matemático, onde se buscam valores para um conjunto de parâmetros que extremizam uma função e satisfazem simultaneamente um conjunto de restrições. O objetivo deste trabalho é a formulação de um modelo de otimização de pavimentos em CPM protendido, onde se otimiza o sistema estrutural (tipo de laje), a configuração estrutural (posicionamento dos componentes) e seus componentes (dimensões e detalhamento), baseando-se em restrições normativas e arquitetônicas. Para as lajes são admitidos dois sistemas, alveolar e Pi (Duplo T), e para as vigas a T invertida. Foram usados dados da indústria e do *Precast Concrete Institute* (PCI) para caracterização dos perfis. A função objetivo que se deseja minimizar é o custo advindo das fases de fabricação, transporte e montagem. Devido às variáveis de projeto serem do tipo discretas, utilizam-se Algoritmos Genéticos (AG) devido a sua eficiência e simplicidade no tratamento desta classe de problema. Os parâmetros do AG são calibrados com exemplos testes e são feitas aplicações a exemplos da literatura. O algoritmo de Enxame de Partículas (*Particle Swarm Optimization*) é utilizado como forma de comparação e validação dos resultados. A sensibilidade da solução é estudada para variação de parâmetros de custos da função objetivo. Soluções para outros perfis do mercado podem ser facilmente implementados.

**Palavras-chave:** Algoritmos Genéticos, Otimização estrutural, Pavimentos de concreto pré-moldado, Concreto protendido, Concepção de projeto.

## ABSTRACT

At the construction there is a big search for cost reductions. Production in assembly lines and large scale, modulation and waste reduction are features that highlight the use of the precast concrete (PC). Traditionally the project is realized by mode where the project solution is determined directly by the experience of the engineer. The optimization consists in the formulation of the design problem using a mathematical model, where values are searched for a set of parameters that extremize a function and satisfy simultaneously a set of constraints.

The objective of this work is the formulation of a Prestressed PC floor optimization model, which searches for the structural system (slab type), the structural configuration (component locations) and its component details (dimensions and details), based in normative and architectural constraints.

For the slabs are allowed two structural systems, hollow core and double tee, and for the beams is used the inverted tee type. Were used Industry data from the Precast Concrete Institute (PCI) to characterize the profiles. The objective is the total cost arising from manufacturing, transportation and assembly phases. Because the design variables are of the discrete type, genetic algorithms are used due to its efficiency and simplicity in treating this class of problems. The parameters of GA are calibrated with test examples and applications are made to literature examples. The Particle Swarm Optimization (PSO) is used as a means of comparison and validation of the results. The sensitivity of the solution is studied for the variation in the cost parameters from the objective function. Solutions for other market profiles can be easily implemented

**Keywords:** Genetic Algorithms, Structural Optimization, Precast concrete floor, Prestressed concrete, Conceptual design.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 Opções de sistema estrutural.....	8
Figura 2. Perfis da Laje Alveolar.....	9
Figura 3. Perfil genérico laje tipo Pi.....	12
Figura 4 Seção Transversal viga T invertida. (a) Apoiando lajes Pi. (b) Recebendo lajes alveolares.....	14
Figura 5 Camadas de protensão viga T invertida.....	14
Figura 6 Momento de inércia da viga. (a) Apoiando lajes alveolares, (b) Apoiando lajes Pi..	19
Figura 7 Módulo resistente.....	22
Figura 8 Domínio de estado-limite último de uma seção transversal.....	29
Figura 9 Representação da direção da laje ( $D_1$ ).....	38
Figura 10 Representação da variável $h_d$ .....	39
Figura 11 Função Custo.....	40
Figura 12 Consolo (medidas em cm).....	41
Figura 13 Fluxo geral de um algoritmo genético.....	52
Figura 14 Correspondência entre a genética Darwinista e o algoritmo genético.....	53
Figura 15 Seleção por roleta.....	57
Figura 16 Seleção por rank.....	58
Figura 17 Combinação de genes.....	59
Figura 18 Pseudocódigo <i>HPSO-TVAC</i> .....	64
Figura 19 Convergência – Probabilidade de Mutação.....	69
Figura 20 – Representação da diminuição da inércia da viga com o emprego do dente.....	73
Figura 21 Configurações estruturais (a) Laje Alveolar (b) Laje Pi – Hotel Holliday Inn.....	73
Figura 22 – Forma do edifício Comercial Carvalho (medidas em cm).....	77
Figura 23 Configuração estrutural Edifício Comercial Carvalho.....	79
Figura 24 Viga adotada exemplo Comercial Carvalho (unidades em m).....	79

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1 Opções de lajes tipo alveolar adotadas .....	11
Tabela 2 Opções de lajes tipo Pi adotadas.....	13
Tabela 3 Opções de vigas adotadas .....	15
Tabela 4 Seções adotadas para os pilares em função da carga vertical característica ( $N_K$ ).....	16
Tabela 5 Consumo médio de aço no pilar em função de sua resistência característica .....	16
Tabela 6 Classe de agressividade ambiental (CAA) .....	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
Tabela 7 Exigências de durabilidade relacionadas à fissuração e à proteção da armadura em função das classes de agressividade ambiental.....	27
Tabela 8 Produtividade média de montagem diária .....	45
Tabela 9 Relações básicas de rigidez de painéis de laje.....	48
Tabela 10 Seleção por roleta .....	56
Tabela 11 Seleção por Rank .....	57
Tabela 12 Dados do problema Hotel Holliday Inn.....	67
Tabela 13 Solução de referência (7000 gerações x 10000 indivíduos).....	67
Tabela 14. Estudo de convergência – Taxa de Sucesso (%) .....	68
Tabela 15. Número total de avaliações.....	69
Tabela 16 Parâmetros utilizados no AG .....	70
Tabela 17 Comparativo: validação do modelo Hotel Holliday Inn.....	70
Tabela 18 – Solução Hotel Holliday Inn com $h_{max} = 1,20$ .....	71
Tabela 19 Resultado variação da espessura máxima – Hotel Holliday Inn .....	72
Tabela 20 Restrições Hotel Holliday Inn .....	75
Tabela 21 Comparativo solução AG x PSO – Hotel Holliday Inn.....	76
Tabela 22 Dados do problema Comercial Carvalho.....	78
Tabela 23 Resultados Edifício Comercial Carvalho.....	78
Tabela 24 Restrições – Comercial Carvalho 1 .....	80
Tabela 25 Variação do vão mínimo - Comercial Carvalho .....	82
Tabela 26 – Restrições de vão mínimo – Comercial Carvalho .....	81
Tabela 27 – Relação $\alpha$ – Comercial Carvalho .....	83

## SUMÁRIO

<b>1. INTRODUÇÃO .....</b>	<b>1</b>
<b>1.1. Histórico.....</b>	<b>2</b>
<b>1.2. Objetivos.....</b>	<b>4</b>
<i>1.2.1. Objetivos gerais.....</i>	<i>4</i>
<i>1.2.2. Objetivos específicos .....</i>	<i>4</i>
<b>1.3. Organização do trabalho.....</b>	<b>5</b>
<b>2. CONCRETO PRÉ-MOLDADO .....</b>	<b>6</b>
<b>2.1. Características dos elementos estruturais .....</b>	<b>7</b>
<b>2.1.1. Lajes .....</b>	<b>8</b>
<b>2.1.1.1. Laje tipo alveolar .....</b>	<b>8</b>
<b>2.1.1.2. Laje tipo Pi.....</b>	<b>11</b>
<b>2.1.2. Vigas.....</b>	<b>13</b>
<b>2.1.3. Pilares.....</b>	<b>16</b>
<b>2.1.4. Capa de concreto moldado no local.....</b>	<b>16</b>
<b>2.2. Fases transitórias .....</b>	<b>17</b>
<b>2.3. Dimensionamento dos elementos.....</b>	<b>17</b>
<b>2.3.1. Considerações iniciais .....</b>	<b>18</b>
<b>2.3.2. Características geométricas da seção.....</b>	<b>18</b>
<b>2.3.2.1. Momento estático .....</b>	<b>18</b>
<b>2.3.2.2. Centro de gravidade .....</b>	<b>20</b>
<b>2.3.2.3. Momento de inércia .....</b>	<b>20</b>
<b>2.3.2.4. Módulo resistente.....</b>	<b>21</b>
<b>2.3.3. Considerações de protensão .....</b>	<b>22</b>
<b>2.3.4. Carregamentos considerados .....</b>	<b>25</b>
<b>2.3.5. Verificações nas fases transitórias.....</b>	<b>25</b>
<b>2.3.6. Tensões Limites.....</b>	<b>26</b>
<b>2.3.7. Considerações do Estado Limite de Serviço (ELS) .....</b>	<b>27</b>
<b>2.3.8. Considerações do Estado Limite Último (ELU) .....</b>	<b>29</b>
<b>2.3.9. Limitações de flechas máximas.....</b>	<b>31</b>
<b>3. OTIMIZAÇÃO .....</b>	<b>33</b>
<b>3.1. Algoritmos evolutivos .....</b>	<b>35</b>
<b>4. FORMULAÇÃO DO MODELO DE OTIMIZAÇÃO.....</b>	<b>37</b>
<b>4.1. Variáveis de projeto.....</b>	<b>37</b>
<b>4.2. Função Objetivo.....</b>	<b>40</b>
<b>4.2.1. Custos de fabricação.....</b>	<b>40</b>

4.2.1.1.	<i>Materiais</i> .....	41
4.2.1.2.	<i>Despesas Operacionais</i> .....	43
4.2.2.	<i>Custos indiretos</i> .....	44
4.2.3.	<i>Custos de transporte</i> .....	45
4.2.4.	<i>Custos de montagem</i> .....	45
4.3.	<b>Restrições</b> .....	46
4.3.1.	<i>Restrições relativas às tensões nas fases transitórias</i> .....	46
4.3.2.	<i>Restrições relativas às tensões no ELS</i> .....	47
4.3.3.	<i>Momento resistente</i> .....	47
4.3.4.	<i>Domínio de deformação</i> .....	47
4.3.5.	<i>Vãos Mínimos entre pilares</i> .....	48
4.3.6.	<i>Verificação das flechas máximas</i> .....	48
4.3.7.	<i>Verificação da razão vão da laje e altura</i> .....	48
4.3.8.	<i>Número máximo de cabos por camada da viga</i> .....	49
4.3.9.	<i>Número de cabos por camada da viga</i> .....	<i>Error! Bookmark not defined.</i>
4.3.10.	<i>Espessura total do pavimento</i> .....	49
4.3.11.	<i>Largura máxima da viga</i> .....	49
4.3.12.	<i>Vãos máximos</i> .....	49
4.3.13.	<i>Verificação da linha neutra das lajes</i> .....	50
4.3.14.	<i>Limite do “dente” das lajes</i> .....	50
5.	<b>ALGORITMOS DE SOLUÇÃO</b> .....	51
5.1.	<b>Algoritmo genético básico</b> .....	51
5.1.1.	<i>Função Aptidão e Penalidade</i> .....	54
5.1.2.	<i>Seleção</i> .....	55
5.1.3.	<i>Cruzamento (Crossover)</i> .....	58
5.1.4.	<i>Mutação</i> .....	59
5.1.5.	<i>Elitismo</i> .....	59
5.2.	<b>PSO (Particle Swarm Optimization)</b> .....	60
5.2.1.	<i>Peso de Inércia</i> .....	63
5.3.	<b>BIOS</b> .....	65
6.	<b>EXEMPLOS NUMÉRICOS</b> .....	66
6.1.	<b>Calibração do Algoritmo</b> .....	66
6.2.	<b>Hotel Holliday Inn</b> .....	70
6.3.	<b>Comercial Carvalho</b> .....	76
7.	<b>CONCLUSÕES</b> .....	84
7.1.	<b>Sugestões para trabalhos futuros</b> .....	85
	<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS</b> .....	86

## 1. INTRODUÇÃO

Atualmente, a indústria da construção civil é extremamente competitiva. Produtividade, redução de custos, diminuição de perdas, eficiência etc são conceitos que certamente diferenciam a qualidade dos projetos. Os projetistas buscam cada vez mais estas qualidades. E essa constante busca propiciou um crescimento em pesquisas em otimização estrutural, ferramenta que auxilia o profissional na tomada de decisões. Usualmente os projetos são desenvolvidos pelo método da tentativa e erro, método de tomada de decisão que consiste numa escolha através das experiências do projetista. Várias pesquisas existentes comprovam a eficiência dos modelos de otimização aplicados ao concreto pré-moldado, com utilização dos métodos heurísticos.

Os elementos pré-moldados vêm ganhando cada vez mais espaço na construção civil, por trata-se de um produto literalmente industrial, onde as peças produzidas em linhas de montagem são transportadas e montadas no local da obra. Com isso, tem-se menos desperdício, facilidade de elaboração de projetos devido à modulação e produção em grande escala, eliminação de cimbramento e formas, redução da mão de obra, redução em tempo de execução, maior precisão administrativa, menor influência das condições climáticas, maior resistência aos incêndios e maior durabilidade. Esses aspectos tornam a aplicação de técnicas de otimização ao projeto estrutural de pavimentos em CPM bastante atrativa, ainda mais se considerarmos a modelagem do pavimento de forma integrada (lajes, vigas e pilares).

Castilho (2003) e Albuquerque (2007) referenciaram alguns trabalhos quanto ao algoritmo de solução utilizado para problemas estruturais e observaram que os métodos de programação matemática apresentam algumas limitações tais como dificuldade de identificar soluções ótimas globais, pois são dependentes do ponto de partida, dificuldade de trabalhar com variáveis discretas e dificuldade de operar com funções não diferenciáveis.

A limitação dos métodos de programação matemática tem levado os autores a voltar-se para os métodos heurísticos, que são métodos de investigação baseados na aproximação progressiva de um dado problema (BERTOLDO, 2008). Os métodos heurísticos são mais simples e apresentam estratégias adicionais que buscam superar algumas limitações dos métodos clássicos.

Albuquerque (2007) realizou uma otimização integrada de pavimentos de edifícios em concreto pré-moldado protendido. O pavimento foi otimizado desde sua configuração até o detalhamento dos elementos. O autor fez a otimização de lajes alveolares apoiadas sobre vigas T e L invertidas, utilizando AGs e o custo como função objetivo. A

presente dissertação trata-se de uma continuação desta linha de pesquisa. Com o diferencial da otimização também do sistema estrutural, utilizando lajes tipo Pi e tipo alveolar.

A presente dissertação faz uso dos Algoritmos Genéticos devido a diversidade de trabalhos encontrados na literatura que confirmam a eficiência do mesmo na solução de problemas de otimização estrutural com variáveis discretas. E ainda, utilizado PSO como comparativo e avaliação dos resultados.

## 1.1. Histórico

Diversos trabalhos demonstram a eficiência da aplicação de técnicas de otimização estrutural. Como forma de fornecer um contexto inicial da pesquisa, alguns trabalhos que utilizaram algoritmo evolutivos para otimização de estruturas são comentados a seguir.

Castilho (2003) utilizou os AGs para solução do problema de otimização de lajes alveolares e de lajes treliçadas premoldadas protendidas. O objetivo era a solução do perfil da laje que minimizava o custo, considerando as parcelas das fases de fabricação, transporte e montagem. Foram observadas restrições normativas quanto ao estado limite último (ELU), ao estado limite de serviço (ELS), às fases transitórias.

Olivieri (2004) buscou a solução do problema de otimização onde o objetivo era a minimização da função custo para a seção transversal de uma ponte rodoviária, com vigas pré-moldadas tipo I bi-apoiadas em concreto protendido, considerando os custos com concreto, com armadura de protensão, custo dos estribos e da armadura de costela das vigas, e o custo total das lajes. O autor utilizou longarinas padronizadas por um fabricante. As variáveis de projeto são: altura da seção transversal da viga, número de vigas, número de camadas de protensão, número de cabos de protensão por camada e a espessura da laje maciça. Suas restrições foram de dois tipos: de momento solicitante e do número máximo de vigas.

Sahab *et al* (2005) apresentaram um algoritmo de otimização híbrido baseado em um AG modificado. As modificações propostas no AG básico incluíam alteração dinâmica no tamanho da população durante o processo de otimização e o uso de diferentes formas de função penalidade no tratamento das restrições. O algoritmo foi aplicado na otimização do projeto de edifícios de lajes planas de concreto armado e a otimização foi do tipo multinível. No primeiro nível otimizava-se o layout dos pilares por busca exaustiva. No segundo nível, usando um algoritmo de otimização híbrido, as dimensões dos pilares e as espessuras das lajes

para cada layout de pilares são procuradas. No terceiro nível, é empregada uma busca exaustiva para determinar o número e a bitola das barras da armadura dos elementos de concreto armado. O trabalho tem como objetivo a minimização do custo total da estrutura, incluindo o concreto, o aço, as formas, a fundação e a escavação.

Srinivas e Ramanjaneyulu (2006) otimizam a seção transversal de pontes, onde utilizam de uma otimização integrada através de redes neurais artificiais (RNA) e dos algoritmos genéticos (AG). Sua função objetivo é a minimização dos custos de concreto, aço, fôrmas e mão-de-obra. Consideram-se restrições de momento, cortante, armaduras superior e inferior e armadura de cisalhamento. As variáveis de projeto consideradas são altura total, espaçamento das longarinas, número de transversinas, espessura no centro da laje, espessura das longarinas, largura e altura da flange inferior das longarinas.

Nimtawat e Nanakorn (2010) utilizaram os algoritmos genéticos para realizar a otimização do layout de vigas e lajes de pavimentos retilíneos (forma poligonal com as arestas se encontrando em ângulos retos). Os autores desenvolveram um esquema de codificação que representa o pavimento como sequências cromossômicas de binários. Os autores propuseram uma função objetivo para avaliar a eficiência da utilização das posições dadas dos pilares, baseadas em duas hipóteses: (1) a utilização dos pilares dados em uma laje é considerada melhor se a laje tem mais colunas de canto, uma vez que isto implica uma melhor transferência de carga da laje para as colunas através das vigas; (2) a utilização dos pilares dados é considerada melhor em todo o pavimento se houver menos lajes no pavimento. Suas restrições são: todas as paredes são suportadas por vigas, as dimensões da laje não podem exceder um limite máximo estabelecido, e a área total de lajes deve cobrir todo o pavimento. As variáveis de projeto são baseadas em posições de vigas não permitidas.

Martí e Vidosa (2010) utilizaram os métodos heurísticos *threshold accepting* (TA) e *simulated annealing* (SA) para otimização de tabuleiros de pontes pré-moldadas protendidas com seção U para pedestres, considerando restrições de geometria, ELU e ELS. O objetivo era a minimização dos custos de concreto, armadura passiva e de protensão na fabricação da laje e da viga de apoio da ponte. Foram realizadas nove otimizações para cada algoritmo e o SA obteve melhor desempenho.

Cortês (2010) otimiza a superestrutura de pontes constituídas por longarinas pré-moldadas em concreto protendido e tabuleiros em concreto pré-moldado. O autor utiliza os algoritmos genéticos com o objetivo de minimização do custo dos componentes da estrutura, que são: aço passivo, aço ativo e concreto. Submetido às restrições normativas da NBR 6118 (ABNT, 2003) quanto ao ELU e ELS. Suas variáveis de projeto são: o número de vigas e suas

dimensões, espessura da laje, número e diâmetro das cordoalhas de protensão e barras de aço para armadura longitudinal passiva, diâmetro e espaçamento das barras da armadura passiva transversal (estribos) e da armadura nas direções principal e secundária, a classe de resistência do concreto. O autor desenvolveu um programa de otimização utilizando a linguagem *Visual Basic*.

Semelawy *et al.*(2012) utilizam algoritmos genéticos e técnicas de otimização multi-objetivos para otimização de lajes protendidas, onde o objetivo é a minimização da função custo da laje considerando o custo de concreto e o custo dos cabos de protensão, sujeito à restrições normativas do Canadian Code CSA A23.3. Suas variáveis de projeto são: espessura da laje de concreto, número de cabos de protensão nas direções x e y, seção transversal dos cabos nas direções x e y, e excentricidades dos cabos na direção x ( $e_{nx}$ ) e na direção y ( $e_{ny}$ ).

Vasconcelos *et al* (2013) otimizaram o perfil da laje alveolar, considerando os custos envolvidos nas fases de fabricação, transporte e montagem, utilizando um método simplificado para consideração das perdas de protensão. Os autores consideraram as restrições de geometria, ELU e ELS. Utilizaram o Algoritmo Branch and Bound, tendo como função objetivo os custos.

## **1.2. Objetivos**

### **1.2.1. Objetivos gerais**

O objetivo geral do presente trabalho é formular de um modelo de otimização de pavimentos em CPM, onde se otimiza o sistema estrutural (tipo de laje), a configuração estrutural (posicionamento dos componentes) e seus componentes (dimensões e detalhamento). Baseado em restrições normativas, restrições do sistema estrutural, restrições de compatibilidade e restrições estruturais.

### **1.2.2. Objetivos específicos**

- a) Estudar e avaliar a utilização das lajes tipo Pi;
- b) Verificar a eficiência do modelo de otimização de sistema estrutural e identificar para que condições cada tipo de laje é mais adequado;
- c) Analisar o comportamento da solução ótima em função da variação de parâmetros do problema;

- d) Comparar as soluções via AG e PSO para o tipo de problema considerado;

### **1.3. Organização do trabalho**

No segundo capítulo é apresentada uma revisão bibliográfica acerca das características do concreto pré-moldado e dos elementos que constituem o sistema estrutural adotado. Além de considerações de dimensionamento, análise e projeto de estruturas em concreto pré-moldado protendido em suas fases transitórias, estado limite último (ELU) e estado limite de serviço (ELS).

No terceiro capítulo, a otimização como uma ferramenta é apresentada, explicitando as vantagens dos algoritmos evolutivos em relação à programação clássica. O capítulo apresenta uma pequena revisão bibliográfica quanto à otimização de estruturas utilizando algoritmos evolutivos.

No quarto capítulo o modelo de otimização proposto neste trabalho é apresentado, explicitando suas características, suas variáveis de projeto, sua função objetivo, seguido das restrições.

No quinto capítulo são apresentados o AG e o PSO, seus operadores e o modo como foram utilizados na resolução do problema de otimização.

No sexto capítulo o modelo formulado calibrado, aplicado e comparado com outros trabalhos da literatura.

No sétimo capítulo são realizadas as considerações finais do trabalho.

## 2. CONCRETO PRÉ-MOLDADO

Produtividade, redução de custos, diminuição de perdas, eficiência etc, são conceitos que certamente diferenciam a qualidade dos projetos. Estes conceitos são resultados da intensa competitividade na construção civil que vem buscando desenvolvimento de técnicas associadas à utilização de elementos pré-moldados. El Debs (2000) afirma que o emprego destas técnicas recebe a denominação de concreto pré-moldado (CPM) ou de pré-moldagem, e as estruturas formadas por elementos pré-moldados recebem a denominação de estruturas de concreto pré-moldado.

A NBR 9062 (ABNT, 2001) faz distinção entre os conceitos de elemento pré-moldado e elemento pré-fabricado. A norma define elemento pré-moldado como sendo o elemento que é executado fora do local de utilização definitiva da estrutura, com controle de qualidade. Já o elemento pré-fabricado é definido como elemento pré-moldado, executado industrialmente, mesmo em instalações temporárias de canteiros de obra, sob condições rigorosas de controle de qualidade.

A industrialização da construção civil permite um aumento no padrão de qualidade, obtendo-se uma maior experiência devido à repetição de tarefas e procedimentos, possibilitando assim uma redução de custos, velocidade na produção, maior controle de qualidade, e ainda maior prevenção de erros de execução devido a experiências negativas.

Alves (2008) destaca que a pré-fabricação é uma solução bastante competitiva em relação aos métodos tradicionais, pois assegura uma melhor aparência para as peças ou elementos, combinada com uma maior rapidez de execução.

A NBR 6118 (ABNT, 2014) define os elementos de concreto protendido como aqueles nos quais parte da armadura é previamente alongada por equipamentos especiais de protensão, com a finalidade de, em condições de serviço, impedir ou limitar a fissuração e os deslocamentos da estrutura, bem como propiciar o melhor aproveitamento de aços de alta resistência no estado-limite último (ELU). Segundo El Debs (2000) a protensão em elementos pré-moldados é, usualmente, feita com pré-tração da armadura, ou seja, concreto protendido com aderência inicial. Geralmente utilizam-se pistas de protensão de 60 a 200 m de comprimento para execução de vários elementos, com blocos de reação independentes ou usando a própria forma como estrutura de reação.

## 2.1. Características dos elementos estruturais

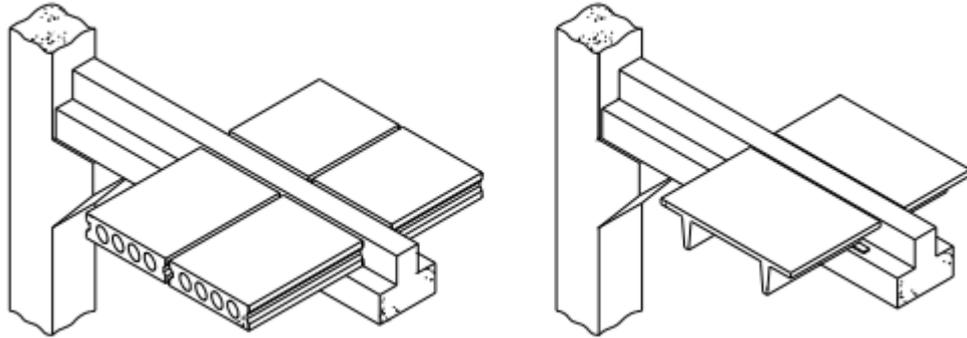
Inforsato (2009) comenta que para que as vantagens do concreto pré-moldado sejam potencializadas, a estrutura deve ser concebida de acordo com uma filosofia específica de projeto: grandes vãos, um conceito apropriado para estabilidade, detalhes simples etc. O projetista deve sempre considerar as possibilidades, as restrições e as vantagens do concreto pré-moldado, seu detalhamento, produção, transporte, montagem, estados limites em serviço antes de finalizar um projeto de uma estrutura pré-moldada.

Albuquerque e El Debs (2005) realizaram um levantamento dos sistemas estruturais de pavimentos de edificações mais utilizados em concreto pré-moldado no Brasil. A partir deste levantamento Albuquerque (2007) apresenta algumas conclusões:

- a) A resistência à compressão característica do concreto pré-moldado varia de 30 a 50 MPa. Já a do concreto moldado no local varia de 20 a 30 MPa;
- b) Os pórticos formados eram unidirecionais e constituídos por vigas numa direção e lajes dispostas perpendicularmente, apoiadas nas vigas;
- c) As lajes mais utilizadas são as lajes do tipo alveolar e a do tipo Pi, apoiadas sobre vigas tipo “T” invertidas, “L”, “I” e retangular. E o sistema estrutural mais utilizado no Brasil é composto por lajes alveolares apoiadas sobre vigas “T” invertidas, no interior do pavimento, e em vigas “L” na periferia;
- d) As lajes alveolares apresentaram vãos médios de 7,70 m e as vigas “T” invertidas um vão médio de 8,90 m.

Albuquerque (2007) realizou uma otimização de pavimentos pré-moldados utilizando o sistema estrutural composto por lajes alveolares apoiadas sobre vigas tipo “T” invertidas. O autor comenta que se a finalidade do empreendimento fosse um edifício-garagem ou shopping center, as lajes tipo Pi seriam mais recomendadas. No presente trabalho, inicialmente, a formulação para a laje alveolar foi reimplementada. Em seguida, uma formulação semelhante para otimização do pavimento com lajes tipo Pi também foi implementada e, por fim, as duas são combinadas em uma otimização de sistema com a escolha do tipo de laje como uma variável. Os dois sistemas são ilustrados na Figura 1.

Figura 1 Opções de sistema estrutural



Fonte: Albuquerque (2007)

### **2.1.1. Lajes**

Foram utilizadas 46 opções de lajes, sendo 32 do tipo alveolar e 14 do tipo Pi. As lajes do tipo alveolar foram as mesmas utilizadas por Albuquerque (2007). Devido a falta de dados provenientes da indústria as lajes do tipo Pi foram retiradas do PCI (2004).

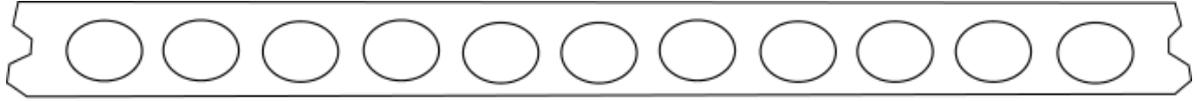
#### **2.1.1.1. Laje tipo alveolar**

El Debs (2000) afirma que painéis alveolares são os elementos pré-moldados mais empregados no mundo, em especial na América do Norte e Europa Ocidental. A produção mundial desse tipo de elemento é estimada em 150 milhões de metros cúbicos por ano. Teve origem na Alemanha e tem evoluído ao longo dos anos, em termos de altura e de vão. A aplicação mais comum desse tipo de elemento é em lajes, mas podem também ser empregados em sistemas de fechamentos. No caso de lajes podem ou não ser compostos de uma capa de concreto moldado no local, formando seção composta.

Os padrões de lajes do tipo alveolar utilizados neste trabalho foram os mesmos adotados por Albuquerque (2007). Considerando que para cada tipo de laje, têm-se alternativas de protensão com bitolas compatíveis com o padrão da indústria. As lajes têm largura padrão de 1,2 m e são ilustradas na Figura 2.

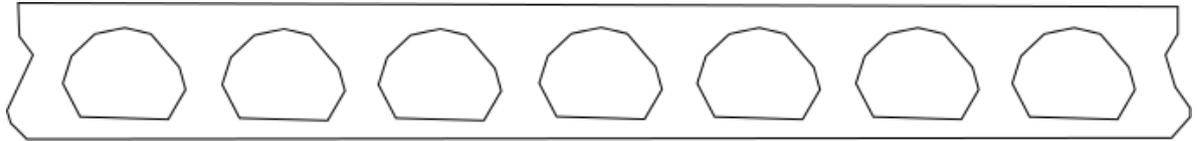
Figura 2. Perfis da Laje Alveolar

Laje de 9cm  
Consumo: 0,0643 m<sup>3</sup>/m



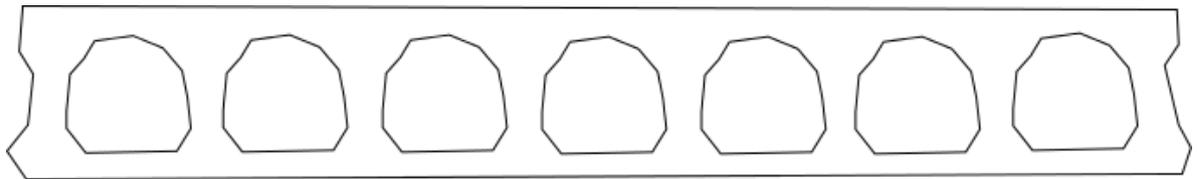
(a) Laje h = 9

Laje de 13cm  
Consumo: 0,0880 m<sup>3</sup>/m



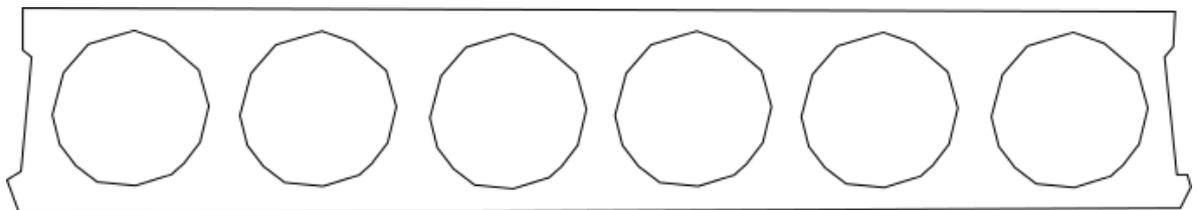
(b) Laje h = 13

Laje de 17 cm  
Consumo: 0,1083 m<sup>3</sup>/m



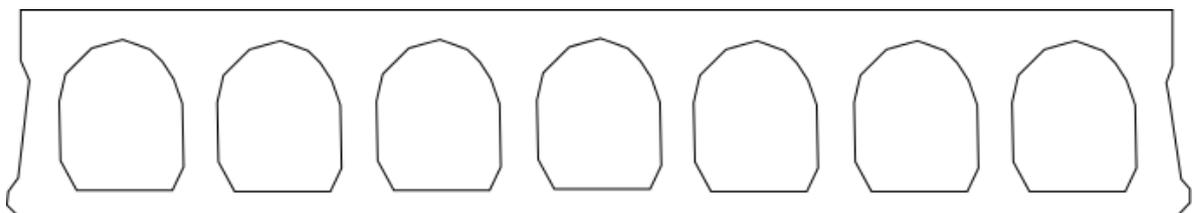
(c) Laje h = 17

Laje de 20 cm  
Consumo: 0,1194 m<sup>3</sup>/m



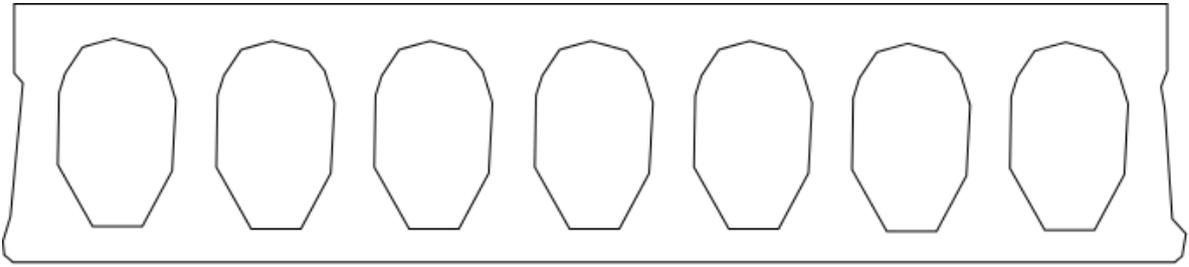
(d) Laje h = 20

Laje de 21 cm  
Consumo: 0,1279 m<sup>3</sup>/m



(e) Laje h = 21

Laje de 26 cm  
Consumo: 0,1728 m<sup>3</sup>/m



(f) Laje h = 26

Fonte: Adaptada de Albuquerque (2007)

Na otimização, o perfil da laje será definido por uma variável  $V_l$ . A lista com as opções de laje alveolar é apresentada na Tabela 1. Algumas informações como o número de cordoalhas ( $n$ ), a força de protensão ( $P_a$ ), a altura da laje ( $h_l$ ), a área de protensão ( $A_{pl}$ ) e a altura máxima da linha neutra ( $X_{max}$ ) estão contidas na lista.

Tabela 1 Opções de lajes tipo alveolar adotadas

$V_l$	$n$	Cordoalha (mm <sup>2</sup> )	$P_a$ (MN)	$h_l$ (mm)	$X_{max}$ (mm)	$A_{Pl}$ (mm <sup>2</sup> )
1	6	21,80	0,184351	90	65	131
2	8	21,80	0,245801	90	65	174
3	10	21,80	0,307251	90	65	218
4	12	21,80	0,368702	90	65	262
5	8	21,80	0,245801	130	70	174
6	8	30,30	0,341641	130	70	242
7	8	38,30	0,431843	130	70	306
8	8	46,50	0,524301	130	70	372
9	8	55,50	0,625778	130	70	444
10	8	21,80	0,245801	170	75	174
11	8	30,30	0,341641	170	75	242
12	8	38,30	0,431843	170	75	306
13	8	46,50	0,524301	170	75	372
14	8	55,50	0,625778	170	75	444
15	8	66,50	0,749806	170	75	532
16	8	38,30	0,431843	200	72,5	306
17	8	46,5	0,524301	200	72,5	372
18	8	55,5	0,626778	200	72,5	444
19	8	66,5	0,749806	200	72,5	532
20	8	101,4	1,143313	200	72,5	811
21	10	101,4	1,429142	200	72,5	1014
22	8	38,3	0,431843	210	80	306
23	8	46,5	0,524301	210	80	372
24	8	55,5	0,626778	210	80	444
25	8	66,5	0,749806	210	80	532
26	8	101,4	1,143313	210	80	811
27	10	101,4	1,429142	210	80	1014
28	8	38,3	0,431843	260	85	306
29	8	46,5	0,524301	260	85	372
30	8	55,5	0,625778	260	85	444
31	8	66,5	0,749806	260	85	532
32	8	101,4	1,143313	260	85	811

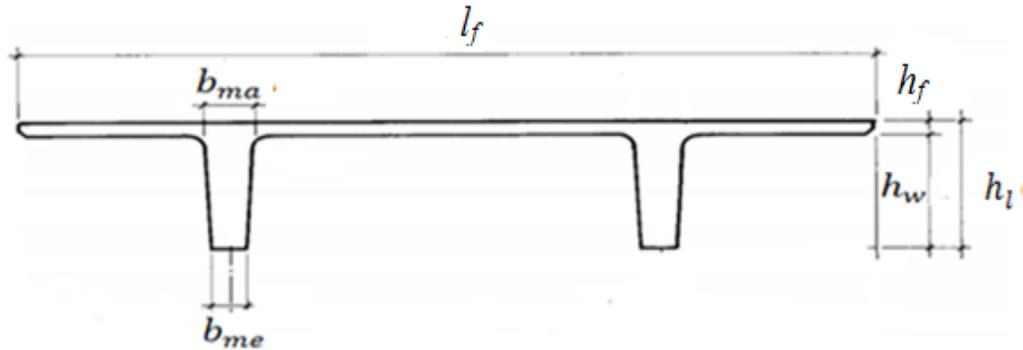
Fonte: Elaborada pelo autor

### 2.1.1.2. Laje tipo Pi

As lajes tipo Pi são usualmente empregadas para grandes vãos e podem ser utilizadas com ou sem capa de concreto moldado no local formando um elemento composto. Segundo El Debs (2000), estes elementos são empregados na faixa de vãos de 5 a 30 m. Devido à falta de dados da indústria, os perfis utilizados foram os do manual do PCI (2004)

com largura padrão ( $l_f$ ) de 2,40 m. Na laje ilustrada na Figura 3,  $h_l$  é a altura total,  $h_w$  é altura da alma,  $h_f$  é a espessura do flange,  $b_{ma}$  e  $b_{me}$  são as espessuras no topo e na base da alma.

Figura 3. Perfil genérico laje tipo Pi



Fonte: Elaborada pelo autor

Segundo Inforsato (2009), a laje Pi ou duplo T apresenta grande capacidade de suportar sobrecargas e vencer grande vãos, mas está em desuso por ter uma relação vão/altura da ordem de 30. O autor ainda comenta que devido a sua parte inferior em formato de duplo T, geralmente não é de grande aceitabilidade por parte dos arquitetos, recomendando assim a utilização de forros falsos que acarretam custos extras. E para estacionamento ou similares isto é inconveniente.

A lista com as opções de laje Pi que estão vinculados a variável de projeto  $V_l$  é apresentada na Tabela 2. Algumas informações como o número de cordoalhas ( $n$ ), a força de protensão ( $P_a$ ), a altura da laje ( $h_l$ ), a área total da laje ( $A_t$ ) e a área de protensão ( $A_{pl}$ ) estão contidas na lista.

Tabela 2 Opções de lajes tipo Pi adotadas

$V_l$	$n$	Cordoalha (mm <sup>2</sup> )	$P_a$ (MN)	$h_l$ (mm)	$A_t$ (mm <sup>2</sup> )	$A_{Pl}$ (mm <sup>2</sup> )
1	6	101,40	1,0377	600	252550	736
2	8	101,40	1,3836	600	252550	982
3	10	101,40	1,7296	600	252550	1227
4	12	101,40	2,0755	600	252550	1473
5	14	101,40	2,4214	600	252550	1718
6	16	101,40	2,7673	600	252550	1963
7	18	101,40	3,1132	600	252550	2209
8	6	101,40	1,0377	800	358050	736
9	8	101,40	1,3836	800	358050	982
10	10	101,40	1,7296	800	358050	1227
11	12	101,40	2,0755	800	358050	1473
12	14	101,40	2,4214	800	358050	1718
13	16	101,40	2,7673	800	358050	1963
14	18	101,40	3,1132	800	358050	2209

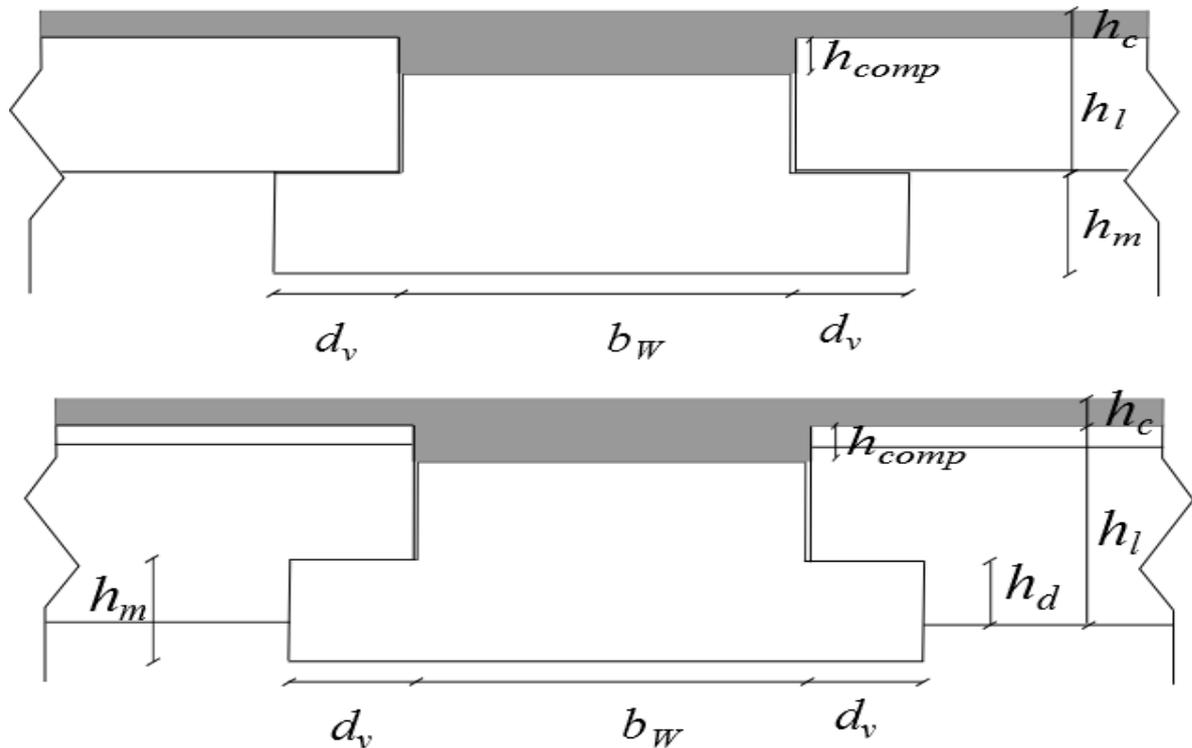
Fonte: Elaborada pelo autor

### 2.1.2. Vigas

As vigas utilizadas são as vigas tipo “L” e “T” invertida. Na seção transversal da viga (Figura 4) observa-se que a altura total da viga é a altura da mesa da viga ( $h_m$ ) acrescida da altura da laje ( $h_l$ ) menos a altura do complemento da viga de concreto moldado no local ( $h_{comp}$ ), menos a altura do dente ( $h_d$ ), para o caso das vigas apoiarem lajes tipo Pi temos  $h_d$  igual a zero. A largura total da viga é definida como sendo a largura  $b_w + 2d_v$ , onde  $b_w$  é a espessura da alma e  $d_v$  é chamado “dente da viga”, essa variável depende do tipo de laje que a viga irá apoiar, para laje tipo Pi, adota-se  $d_v = 0,20 m$  e para laje alveolar temos  $d_v = 0,15 m$ .

Foram consideradas 78 opções de vigas combinando diferentes alturas de mesa ( $h_v$ ), larguras ( $b_w$ ) e número máximo de cabos por camada ( $n_{max}$ ), conforme ilustrado na Tabela 3. No modelo as vigas de bordo (Tipo L) são dimensionadas como viga “T” invertida.

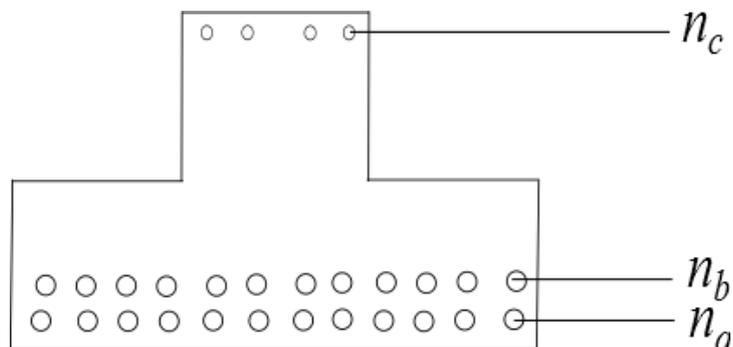
Figura 4 Seção Transversal viga T invertida. (a) Apoiando lajes Pi. (b) Recebendo lajes alveolares



Fonte: Elaborada pelo autor

No dimensionamento das vigas foram consideradas três camadas de protensão, com  $n_a$ ,  $n_b$  e  $n_c$  cordoalhas, respectivamente, conforme ilustrado na Figura 5. Albuquerque (2007) observou que a fase crítica na verificação eram as verificações transitórias, onde muitas vezes o limite admissível de tração na face superior era ultrapassado. Logo, considerou-se uma camada de protensão superior ( $n_c$ ) com quatro cordoalhas fixas para diminuir os esforços de tração, conforme ilustrado na Figura 5. O autor comenta que na indústria de pré-moldados a utilização de cabos de protensão como porta-estribos é bastante comum.

Figura 5 Camadas de protensão viga T invertida



Fonte: Elaborada pelo autor

Tabela 3 Opções de vigas adotadas

$V_v$	$h_v$ (m)	$b_w$ (m)	$n_{max}$	$V_v$	$h_v$ (cm)	$b_w$ (cm)	$n_{max}$
1	0,20	0,40	13	40	0,20	0,70	19
2	0,25	0,40	13	41	0,25	0,70	19
3	0,30	0,40	13	42	0,30	0,70	19
4	0,35	0,40	13	43	0,35	0,70	19
5	0,40	0,40	13	44	0,40	0,70	19
6	0,45	0,40	13	45	0,45	0,70	19
7	0,50	0,40	13	46	0,50	0,70	19
8	0,55	0,40	13	47	0,55	0,70	19
9	0,60	0,40	13	48	0,60	0,70	19
10	0,65	0,40	13	49	0,65	0,70	19
11	0,70	0,40	13	50	0,70	0,70	19
12	0,75	0,40	13	51	0,75	0,70	19
13	0,80	0,40	13	52	0,80	0,70	19
14	0,20	0,50	15	53	0,20	0,80	21
15	0,25	0,50	15	54	0,25	0,80	21
16	0,30	0,50	15	55	0,30	0,80	21
17	0,35	0,50	15	56	0,35	0,80	21
18	0,40	0,50	15	57	0,40	0,80	21
19	0,45	0,50	15	58	0,45	0,80	21
20	0,50	0,50	15	59	0,50	0,80	21
21	0,55	0,50	15	60	0,55	0,80	21
22	0,60	0,50	15	61	0,60	0,80	21
23	0,65	0,50	15	62	0,65	0,80	21
24	0,70	0,50	15	63	0,70	0,80	21
25	0,75	0,50	15	64	0,75	0,80	21
26	0,80	0,50	15	65	0,80	0,80	21
27	0,20	0,60	17	66	0,20	0,90	23
28	0,25	0,60	17	67	0,25	0,90	23
29	0,30	0,60	17	68	0,30	0,90	23
30	0,35	0,60	17	69	0,35	0,90	23
31	0,40	0,60	17	70	0,40	0,90	23
32	0,45	0,60	17	71	0,45	0,90	23
33	0,50	0,60	17	72	0,50	0,90	23
34	0,55	0,60	17	73	0,55	0,90	23
35	0,60	0,60	17	74	0,60	0,90	23
36	0,65	0,60	17	75	0,65	0,90	23
37	0,70	0,60	17	76	0,70	0,90	23
38	0,75	0,60	17	77	0,75	0,90	23
39	0,80	0,60	17	78	0,80	0,90	23

Fonte: Elaborada pelo autor

Albuquerque (2007) comenta que os fabricantes informaram que a escolha da viga “T” invertida foi a mais apropriada, pois essa seção é a que traz a melhor relação custo/benefício para vãos até 10 m.

### 2.1.3. Pilares

Albuquerque (2007) considera uma simplificação para o dimensionamento dos pilares de acordo com as Tabela 4 e Tabela 5. As tabelas foram construídas considerando-se uma resistência de 40 MPa para o concreto, com uma taxa de aço de 3% e pé-direito de 4,0 m. Em seus estudos o autor observou que o consumo médio de aço nos pilares é de 100 kg/m<sup>3</sup> a 200 kg/m<sup>3</sup>, dependendo da altura do edifício. Estas recomendações são também adotadas neste trabalho.

Tabela 4 Seções adotadas para os pilares em função da carga vertical característica ( $N_k$ )

Seção do Pilar (cm)	$N_k$ (kN)
40x40	3800
50x50	6000
60x60	8000

Fonte: Albuquerque (2007)

Tabela 5 Consumo médio de aço no pilar em função de sua resistência característica

$f_{ck}$ (MPa)	kg/m <sup>3</sup>
35	150
40	120
45	90
50	60

Fonte: Albuquerque (2007)

### 2.1.4. Capa de concreto moldado no local

El Debs (2000) enquadra as lajes tipo Pi e alveolar no Grupo I de classificação dos elementos compostos da *Fédération Internationale de la Précontrainte* (FIP). No Grupo I - Seções compostas por elementos de concreto pré-moldado com superfície da interface plana e larga - a característica comum é que o concreto moldado no local está em contato uniforme com toda a área dos elementos pré-moldados, formando uma capa de espessura praticamente constante sobre os elementos pré-moldados. Em geral as tensões na interface são baixas e nenhuma armadura de cisalhamento é necessária.

Albuquerque e El Debs (2005) em suas entrevistas constataram que praticamente todos os projetistas utilizavam uma capa de concreto moldado no local de 5,0 cm de espessura para formar uma seção composta e garantir o efeito do diafragma rígido, além de muitas vezes facilitar as execuções das ligações dos elementos.

Será considerada sobre todo o pavimento uma capa de concreto moldado no local com 5,0 cm de espessura, onde a resistência deste concreto pode assumir valores de 20, 25, 30 ou 35 MPa.

## 2.2. Fases transitórias

El Debs (2000) comenta que nos elementos pré-moldados devem ser feitas verificações da segurança estrutural desde a fase de desmoldagem até aquela que antecede a situação de efetivação das ligações definitivas. Nessas verificações deve-se considerar que a estrutura não recebeu todos os carregamentos solicitantes e nem o concreto adquiriu sua resistência total. O autor afirma que os seguintes aspectos devem ser considerados nas etapas transitórias:

- a) Efeito dinâmico devido à movimentação do elemento;
- b) Adoção de valores específicos relativos à segurança;
- c) Esforços solicitantes que ocorrem nas situações transitórias;
- d) Tombamento e estabilidade lateral de vigas devido a vínculos incompletos;
- e) Dimensionamento do dispositivo de içamento.

No presente trabalho consideram-se os itens “a”, “b” e “c”, pois as vigas tipo “T” invertidas, devido à sua geometria, não apresentam instabilidade lateral, e, por se tratarem de elementos pré-fabricados em indústrias com controle de qualidade e linhas de produção, os dispositivos de içamento já são devidamente dimensionados para seus elementos.

As fases transitórias aqui analisadas são as fases de desmoldagem, transporte e montagem. Nestas fases ainda não se considera a solidarização da capa de concreto, somente consideram-se as cargas de peso próprio e protensão considerando somente as perdas iniciais.

## 2.3. Dimensionamento dos elementos

Nesta seção serão abordados alguns critérios relevantes à sequência de dimensionamento. Foram utilizadas as mesmas considerações feitas por Albuquerque (2007) que serão detalhadas nos itens seguintes. Considera-se que a estrutura será contraventada por estrutura independente do pavimento (caixa de escada, poço de elevador etc). Como hipótese simplificadora de cálculo, as lajes são supostas simplesmente apoiadas sobre as vigas e são dimensionadas somente para o momento positivo  $M = pl^2/8$ , onde  $p$  é a carga por unidade de

comprimento na laje em suas respectivas fases. Nas vigas para carregamentos aplicados antes da solidarização também se considera  $M^+ = pl^2/8$ . A continuidade entre as vigas, após a solidarização com a capa, é tratada simplificada, de acordo com a indicação 8.3 do ACI-318 (1995) e conforme adotada por Albuquerque (2007), considerando um momento positivo no centro igual a  $M^+ = pl^2/16$  e momentos negativos nos apoios dado por  $M^- = pl^2/10$ .

### 2.3.1. Considerações iniciais

A NBR 6118 (ABNT, 2014) em sua *Tabela 6.1 Classe de agressividade ambiental (CAA)* estabelece que nos projetos estruturais deve-se classificar a estrutura de acordo com sua CAA. Esta classificação está ligada às ações físicas e químicas que atuam sobre a estrutura, independentemente das ações mecânicas, das variações volumétricas de origem térmica, da retração e outras previstas no dimensionamento.

Após definida a classe de agressividade ambiental a NBR 6118 (ABNT, 2014) estabelece em sua *Tabela 7.1 Correspondência entre a classe de agressividade e a qualidade do concreto* que para os elementos estruturais de concreto protendido considerando uma zona de agressividade moderada deve se adotar um  $f_{ck} \geq 30$  MPa, no modelo adotado o  $f_{ck}$  varia de 35 a 50 MPa.

No modelo foi considerada uma protensão com aderência inicial (pré-tração). HANAI (2005) define o concreto com armadura ativa pré-tracionada como sendo o concreto protendido em que o pré-alongamento da armadura ativa é feito utilizando-se apoios independentes do elemento estrutural, antes do lançamento do concreto, sendo a ligação da armadura de protensão com os referidos apoios desfeita após o endurecimento do concreto.

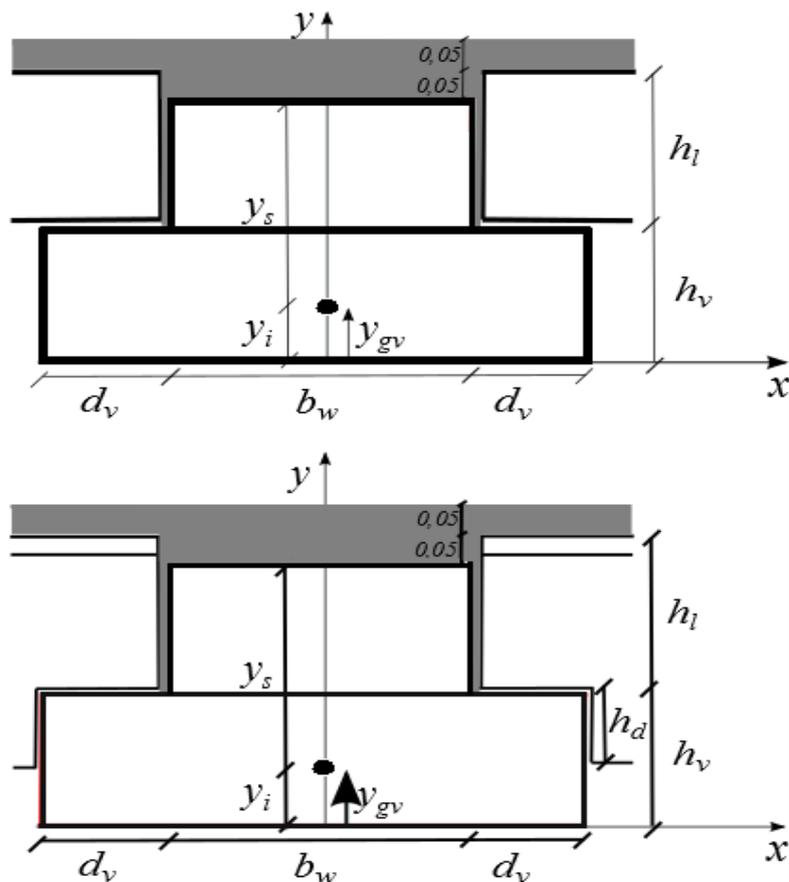
### 2.3.2. Características geométricas da seção

Inicialmente algumas propriedades geométricas das vigas e lajes devem ser calculadas, são elas: momento estático, centro de gravidade, momento de inércia, excentricidade das camadas de protensão e módulos resistentes, que estão descritas a seguir:

#### 2.3.2.1. Momento estático

Momento estático de um elemento de superfície, em relação a um eixo, situado no mesmo plano que a superfície considerada, é o produto da área do elemento pela distância do centróide desta área ao eixo dado. O momento estático ( $M_e$ ) de uma superfície composta por várias figuras conhecidas é a somatória dos momentos estáticos de cada figura. É utilizado para a determinação das tensões transversais que ocorrem em uma peça submetida à flexão. A Figura 6 ilustra do cálculo do momento estático ( $M_{ev}$ ) da viga “T” invertida.

Figura 6 Momento de inércia da viga. (a) Apoiando lajes alveolares, (b) Apoiando lajes Pi



Fonte: Elaborada pelo autor

$$M_{ei,x} = A_i \cdot y_i \quad (1)$$

$$M_{ev} = M_{e1,x} + M_{e2,x} \quad (2)$$

$$M_{ev} = A_1 \cdot y_1 + A_2 \cdot y_2 \quad (3)$$

Onde  $M_{ei,x}$  é o momento estático da  $i$ -ésima figura em relação ao eixo  $x$ ,  $A_i$  é a área da  $i$ -ésima figura,  $y_i$  é a distância do eixo  $x$  ao centro de gravidade da  $i$ -ésima figura.

### 2.3.2.2. Centro de gravidade

Centro de gravidade é o ponto onde passam todas as retas do plano da superfície, em relação às quais é nulo o momento estático. O centro de gravidade é o ponto de equilíbrio de uma superfície. Para algumas figuras, é obvio o ponto do centro de gravidade; assim, se a figura é simétrica, como o círculo ou quadrado, o centro de gravidade coincide com o centro geométrico da figura. Baseando-se pela Figura 6, temos que o centro de gravidade ( $y_g$ ) da viga isolada é calculado pela Equação (4), e o centro de gravidade da viga ( $y_{gv}$ ) é dado pela Equação (5) onde  $A_v$  é a área total da viga.

$$y_g = \frac{\sum A_i \cdot y_i}{\sum A_i} \quad (4)$$

$$y_{gv} = \frac{M_{ev}}{A_v} \quad (5)$$

Para consideração da viga solidarizada com a capa, para cálculo do momento estático basta incluir a parcela do momento estático do complemento da viga (5 cm) e da capa (5 cm).

### 2.3.2.3. Momento de inércia

É um momento de segunda ordem, e numericamente define a resistência da superfície em questão. Por definição, os momentos de inércia do elemento infinitesimal  $dA$  em torno dos eixos  $x$  e  $y$  são  $dI_x = y^2 \cdot dA$  e  $dI_y = x^2 \cdot dA$ , e os momentos de inércia da superfície inteira é a integração dessas respectivas diferenciais.

$$I_x = \int_A y^2 dA \quad I_y = \int_A x^2 dA \quad (6)$$

O momento de inércia é uma característica geométrica importante no dimensionamento dos elementos estruturais, pois fornece, em valores numéricos, a resistência da peça. Quanto maior for o momento de inércia da seção transversal de uma peça, maior a sua resistência. O momento de inércia total de uma superfície é a somatória dos momentos de inércia das figuras que a compõe.

Têm-se um interesse em calcular a inércia em relação ao eixo passando pelo centro geométrico da peça, para isso é necessária a realização de uma translação de eixos dada pelo *Teorema de Steiner*, assim, a Equação (6) fica:

$$I_x = I_{x'} + A \cdot y^2 \quad (7)$$

onde  $I_{x'}$  é o momento de inércia da área em relação ao eixo que corta o centro de massa,  $A$  é a área total da figura e  $y$  é a distancia do centro de massa da figura ao eixo  $x$ .

Assim o momento de inércia da viga considerando a Figura 6 fica:

$$I_v = I_1 + A_1 \cdot y_1^2 + I_2 + A_2 \cdot y_2^2 \quad (8)$$

Onde  $I_1$  e  $I_2$  são momentos de inércia dos retângulos 1 e 2 dado por  $\frac{bh^3}{12}$

Para consideração da viga solidarizada com a capa, para cálculo do momento de inércia basta incluir o momento de inércia gerado pelo retângulo de concreto moldado no local com 10 cm de espessura (complemento da viga e capa).

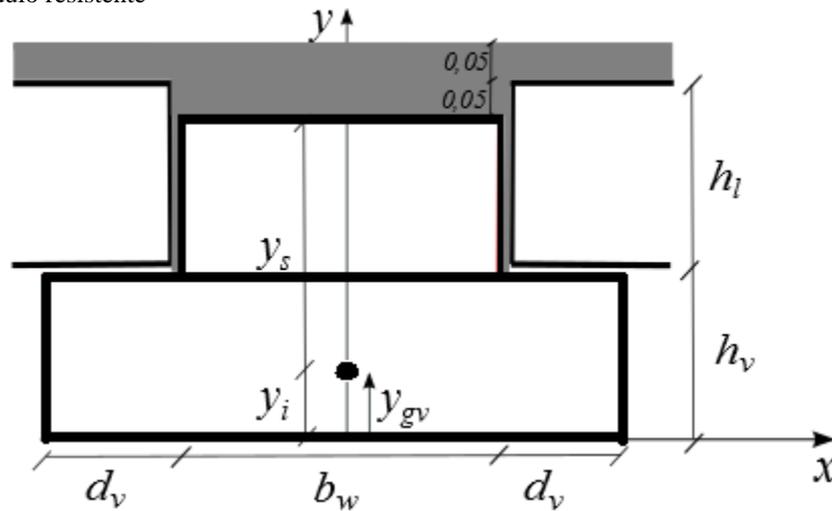
#### 2.3.2.4. *Módulo resistente*

O módulo resistente ( $W$ ) é dado pela razão entre o momento de inércia relativo ao eixo que passa pelo CG da figura e a distância máxima entre o eixo e a extremidade da seção superior ( $y_s$ ) e inferior ( $y_i$ ), conforme ilustrado na Figura 7, assim calculam-se os módulos resistentes superior e inferior:

$$W_i = \frac{I_v}{y_i} \quad (9)$$

$$W_s = \frac{I_v}{y_s} \quad (10)$$

Figura 7 Módulo resistente



Fonte: Elaborada pelo autor

Para consideração da capa consolidada à viga, vale o mesmo procedimento, acrescentando a parcela da inércia do complemento da viga e da capa.

$$W_{ci} = \frac{I_{vc}}{y_{ic}} \quad (11)$$

$$W_{cs} = \frac{I_{vc}}{y_{sc}} \quad (12)$$

onde  $W_{ci}$  e  $W_{cs}$  são os módulos resistentes inferior e superior da seção composta respectivamente;  $I_{vc}$  é o momento de inércia da seção composta;  $y_{ic}$  e  $y_{sc}$  são as distâncias máximas entre o eixo e a extremidade da seção superior e inferior respectivamente.

### 2.3.3. Considerações de protensão

A NBR 6118 (ABNT, 2014) fala que durante as operações de protensão, a força de tração na armadura não pode superar os valores decorrentes da limitação das tensões no aço correspondentes a essa situação transitória para armadura pré-tracionada:

$$\sigma_{pi} \leq \begin{cases} 0,77f_{ptk} \\ 0,90f_{pyk} \end{cases} \quad (\text{Para aços da classe RN}) \quad (13)$$

$$\sigma_{pi} \leq \begin{cases} 0,77f_{ptk} \\ 0,85f_{pyk} \end{cases} \quad (\text{Para aços da classe RB}) \quad (14)$$

onde  $\sigma_{pi}$  é a tensão da armadura de protensão durante o seu estiramento;  $f_{ptk}$  a resistência característica à ruptura por tração do aço de protensão e  $f_{pyk}$  é o limite de escoamento do aço de protensão.

No modelo foi adotado o aço CP-190 RB, que possui um  $f_{ptk} = 1900$  MPa,  $f_{pyk} = 1710$  MPa, com módulo de elasticidade médio para cordoalhas ( $E_p$ ) de 195 GPa. Hanai (2005) e Albuquerque (2007) consideram uma perda inicial de protensão estimada em 3% para casos de cabos retos, pista longa e cura acelerada. Assim a força inicial de protensão ( $P_a$ ) nas vigas com uma perda de 3% é dada pela Equação (15). No caso das lajes os valores de protensão já foram inseridos na variável  $V_l$  mostrados na Tabela 1 e Tabela 2.

$$P_a = 0,97(n_a + n_b) \cdot A_{cab} \cdot \sigma_{pi} \quad (15)$$

onde  $n_a$  e  $n_b$  são o número de cabos da primeira e segunda camada da viga respectivamente,  $A_{cab}$  é a área da seção transversal de cada cabo.

No caso da pré-tração, a força de protensão ( $P_o$ ) correspondente ao instante imediatamente posterior à transferência de tensões ao concreto é determinada a partir de  $P_a$ .

$$\sigma_{p0} = \sigma_{pa} + \alpha \cdot \sigma_{cp} \quad (16)$$

$$\alpha = \frac{E_p}{E_{cs}} \quad (17)$$

onde  $\sigma_{p0}$  é a tensão na armadura de protensão, logo após a transferência de tensões ao concreto;  $\sigma_{cp}$  é a tensão no concreto na fibra adjacente ao centro de gravidade da armadura de protensão, resultando num valor negativo;  $\alpha$  é a relação entre o módulo de elasticidade da armadura de protensão ( $E_p$ ) e o módulo de elasticidade secante ( $E_{cs}$ ), que segundo a NBR 6118 (ABNT, 2014) é dado por:

$$E_{cs} = \alpha_i \cdot E_{ci} \quad (18)$$

$$E_{ci} = \alpha_E \cdot 5600 \sqrt{f_{ck}} \quad (\text{para } f_{ck} \text{ de 20 Mpa a 50 Mpa}) \quad (19)$$

$$\alpha_i = 0,8 + 0,2 \cdot \frac{f_{ck}}{80} \leq 1,0 \quad (20)$$

onde  $\alpha_E = 1,2$  para basalto e diabásio; 1,0 para granito e gnaiss; 0,9 para calcário; e 0,7 para arenito.  $E_{ci}$  é o módulo de elasticidade tangente.

Albuquerque (2007) utilizou a NBR 6118 (ABNT, 2003), para fins comparativos foram considerados os mesmos valores que o autor, onde o módulo de elasticidade secante é dado por:

$$E_{cs} = 0,85.5600\sqrt{f_{ck}} \quad (21)$$

da Equação (16) temos que a tensão no concreto ( $\sigma_{cp}$ ), numa altura  $y$  qualquer da seção transversal, calculada admitindo-se material elástico-linear, pode ser obtido por:

$$\sigma_{cp} = \frac{P_a}{A} + \frac{P_a \cdot e_p}{I} y \quad (22)$$

onde  $e_p$  é a excentricidade do centro geométrico da armadura em relação a linha neutra da seção.

Após determinada as tensões iniciais, faz-se uma estimativa da força de protensão num tempo infinito ( $P_\infty$ ), esse valor corresponde ao da protensão depois de ocorridas todas as perdas, como retração e fluência do concreto e relaxação do aço de protensão. Hanai (2005) comenta que as perdas de protensão são da ordem de 20 a 30%. Albuquerque (2007) considera uma perda de 20% para as lajes e 25% para vigas, já Castilho (2003) estima as perdas totais em torno de 30%. Para efeitos comparativos, no modelo foram utilizadas as mesmas perdas consideradas por Albuquerque (2007), assim a estimativa da força de protensão em um tempo infinito e as tensões na seção pré-moldada num tempo infinito ( $\sigma_\infty^{i,s}$ ) são dadas por:

$$P_\infty = \lambda \cdot P_a \quad (23)$$

$$\sigma_\infty^{i,s} = \frac{P_\infty}{A} + \frac{P_\infty \cdot e_p}{I^{i,s}} \quad (24)$$

onde os índices  $i,s$  correspondem a inferior e superior respectivamente.

### 2.3.4. Carregamentos considerados

Foram considerados os mesmos carregamentos de Albuquerque (2007). Da fase transitória de desmoldagem até o estado limite último são considerados os carregamentos atuantes:

- a) Peso próprio da laje, viga e capa, considerando a fase de verificação (capa consolidada ou não);
- b) Pavimentação;
- c) Revestimento;
- d) Paredes sobre a laje;
- e) Cargas acidentais;
- f) Carga de trabalho sobre a laje (equipamentos e operários na fase de construção);

### 2.3.5. Verificações nas fases transitórias

Antes dos elementos pré-moldados entrarem em estado de serviço, estes devem resistir a esforços oriundos de diversas fases que vão desde a sua construção à fase montagem. Em todas as fases devem ser analisados os critérios estabelecidos pela NBR 6118 (ABNT, 2014) e NBR 9062 (ABNT, 2001). No cálculo de estruturas pré-moldadas devem ser considerados os momentos e as tensões devido aos carregamentos nas fases transitórias.

Castilho (2003), Castilho *et al* (2005), Castilho *et al* (2007) e Albuquerque (2007), definem as tensões na fase de desmoldagem ( $\sigma_{des}^{i,s}$ ):

$$\sigma_{des}^{i,s} = \sigma_{Po}^{i,s} + \sigma_{PP}^{i,s} \quad (25)$$

onde  $\sigma_{PP}^{i,s}$  são as tensões inferiores e superiores da peça causadas pelo peso próprio da mesma

Na fase de transporte a NBR 9062 (ABNT, 2001) prescreve que quando uma análise dinâmica não puder ser efetuada, a solicitação dinâmica pode ser considerada aproximadamente por uma estática equivalente ( $g_e$ ), através de um coeficiente de ação dinâmica ( $\beta_a$ ), expresso por:

$$g_e = \beta_a \cdot g \quad (26)$$

onde  $g$  é a carga estática permanente no transporte.

A NBR 9062 (ABNT, 2001) afirma que para consideração a ação dinâmica na fase de transporte deve-se utilizar um coeficiente de majoração ( $\beta_a = 1,3$ ). Deve-se considerar também um possível alívio da carga por efeito da ação dinâmica resultante das condições de transporte do elemento ( $\beta_a = 0,8$ ). Assim na fase transitória de transporte:

$$\sigma_{transp}^{i,s} = \sigma_{Po}^{i,s} + 0,8 \cdot \sigma_{PP}^{i,s} \quad (27)$$

$$\sigma_{transp}^{i,s} = \sigma_{Po}^{i,s} + 1,3 \cdot \sigma_{PP}^{i,s} \quad (28)$$

Na fase de montagem a capa de concreto moldado no local já está colocada sobre as lajes, mas somente entra como carregamento, ainda não se considera a solidarização da capa na estrutura. Castilho (2003), Castilho *et al* (2005), Castilho *et al* (2007) e Albuquerque (2007) consideram a protensão nas lajes como sendo a protensão logo após a transferência ( $\sigma_{Po}^{i,s}$ ), já para as vigas Albuquerque (2007) utiliza para as vigas a protensão num tempo infinito ( $\sigma_{P\infty}^{i,s}$ ), no modelo foram utilizadas as considerações do autor. Assim as tensões na fase transitória de montagem:

$$\sigma_{mon}^{i,s} = \sigma_{Po}^{i,s} + \sigma_{PPL}^{i,s} + \sigma_{PPC}^{i,s} + \sigma_{trab}^{i,s} \quad (\text{Lajes}) \quad (29)$$

$$\sigma_{mon}^{i,s} = \sigma_{P\infty}^{i,s} + \sigma_{PPV}^{i,s} + \sigma_{PPC}^{i,s} + \sigma_{PPL}^{i,s} \quad (\text{Vigas}) \quad (30)$$

### 2.3.6. Tensões Limites

A NBR 6118 (ABNT, 2014) estabelece os limites para a compressão e tração do concreto. O limite de compressão ( $f_c$ ) e limite de tração ( $f_{ct,m}$ ) é dado pela Equação (31) e Equação (33) respectivamente.

$$f_c = 0,7f_{ck} \quad (31)$$

$$f_{ctkinf} = 0,7f_{ct,m} \quad (32)$$

para concretos com classe até C50:

$$f_{ct,m} = 0,3f_{ck}^{2/3} \quad (33)$$

onde  $f_{ctk,inf}$  é a resistência característica inferior do concreto à tração e  $f_{ct,m}$  é a resistência à tração média do concreto.

Para as fases transitórias Albuquerque (2007) estima uma resistência característica ( $f_{ckj}$ ) da ordem de 70% do  $f_{ckpm}$ , assim no modelo, para as fases transitórias são considerados os limites de compressão e tração do concreto respectivamente:

$$f_{c,j} = 0,49f_{ck} \quad (34)$$

$$f_{ctkinf,j} = 0,21(0,7f_{ck})^{2/3} \quad (35)$$

### 2.3.7. Considerações do Estado Limite de Serviço (ELS)

Com a CAA definida e o tipo de protensão já definidos, a partir da Tabela 6, define-se qual o nível de protensão a ser aplicado. Considerando a utilização de concreto protendido com protensão limitada, pré-tração com CAA II em estado limite de serviço (ELS) deve atender o estado formação de fissuras (ELS-F) para combinação frequente de ações e o estado limite de descompressão (ELS-D) para combinação quase permanente de ações.

Tabela 6 Exigências de durabilidade relacionadas à fissuração e à proteção da armadura em função das classes de agressividade ambiental

<b>Tipo de Concreto Estrutural</b>	<b>Classe de agressividade ambiental (CAA) e tipo de protensão</b>	<b>Exigências relativas à fissuração</b>	<b>Combinação de ações em serviço a utilizar</b>
Concreto Simples	CAA I a CAAIV	Não há	-
Concreto Armado	CAAI	ELS-W $w_k \leq 0,4$ mm	Combinação frequente
	CAAIL e CAAILL CAAIV	ELS-W $w_k \leq 0,3$ mm ELS-W $w_k \leq 0,2$ mm	
Concreto protendido nível 1 (protensão parcial)	Pré-tração com CAA I ou Pós-tração com CAA I e II	ELS-W $w_k \leq 0,2$ mm	Combinação frequente
	Concreto protendido nível 2 (protensão limitada)	Pré-tração com CAA II ou Pós-tração com CAA III e IV	
Concreto protendido nível 3 (protensão completa)		Pré-tração com CAA III e CAAIV	Verificar as duas condições abaixo ELS-F ELS-D

Fonte: NBR 6118 (ABNT, 2014)

Para verificação do ELS-F e ELS-D devem-se considerar os coeficientes de ponderação das ações no estado limite de serviço a NBR 6118 (ABNT, 2014) é dado pelo  $\gamma_{f2}$ , onde:  $\gamma_{f2} = 1$  para combinações raras;  $\gamma_{f2} = \Psi_1$  para combinações frequentes e  $\gamma_{f2} = \Psi_2$  para combinações quase permanentes. Os fatores  $\Psi_1$  e  $\Psi_2$  são determinados pela *Tabela 11.2 Valores do coeficiente  $\gamma_{f2}$*  da NBR 6118 (ABNT, 2014), classificados de acordo com a ocupação do edifício. No modelo foram considerados locais em que não há predominância de pesos de equipamentos que permanecem fixos por longos períodos de tempo, nem de elevadas concentrações de pessoas ( $\Psi_1 = 0,4$  e  $\Psi_2 = 0,3$ ).

Para verificação do estado limite de serviço para a formação de fissuras com combinação frequente ( $\Psi_1$ ) tem-se como limite a resistência a tração: Segundo a NBR 6118 (ABNT, 2014) para seções T ou duplo T o limite é  $1,2f_{ctkinf}$ , já para seções retangulares o limite é de  $1,5f_{ctkinf}$ .

A verificação do estado limite de descompressão com a combinação quase permanente ( $\Psi_2$ ) com limite de tensão  $\sigma_{descomp} < 0$ , assim:

- Descompressão e Formação de Fissuras nas vigas respectivamente:

$$\sigma_{PPL}^i + \sigma_{PPV}^i + \sigma_{PPC}^i + \sigma_g^i + \Psi_2 \sigma_q^i + \sigma_{P\infty}^i \leq 0 \quad (36)$$

$$\sigma_{PPL}^i + \sigma_{PPV}^i + \sigma_{PPC}^i + \sigma_g^i + \Psi_1 \sigma_q^i + \sigma_{P\infty}^i \leq 1,5f_{ctkinf} \quad (37)$$

- Descompressão e Formação de Fissuras nas lajes respectivamente:

$$\sigma_{PPL}^i + \sigma_{PPC}^i + \sigma_g^i + \Psi_2 \sigma_q^i + \sigma_{P\infty}^i \leq 0 \quad (38)$$

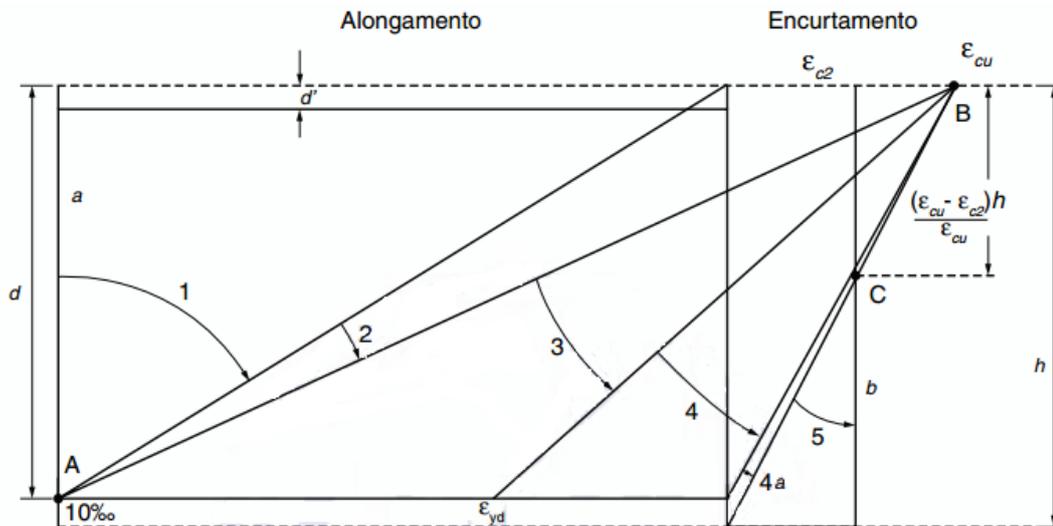
$$\sigma_{PPL}^i + \sigma_{PPC}^i + \sigma_g^i + \Psi_1 \sigma_q^i + \sigma_{P\infty}^i \leq 1,2f_{ctkinf} \quad (39)$$

onde  $\sigma_g^i$  são as tensões provenientes das cargas de parede, pavimentação e revestimento e  $\sigma_q^i$  são as tensões provenientes de sobrecargas.

### 2.3.8. Considerações do Estado Limite Último (ELU)

A NBR 6118 (ABNT, 2014) define seis domínios de deformação no ELU. Para cada domínio têm-se um tipo de ruptura correspondente, como ilustrado na Figura 8. Para concretos com  $f_{ck} \leq 50$  MPa temos deformação específica do concreto no início do patamar plástico ( $\epsilon_{c2}$ ) = 2,0 ‰ e deformação do concreto na ruptura ( $\epsilon_{cu}$ ) = 3,5 ‰

Figura 8 Domínio de estado-limite último de uma seção transversal



Fonte: NBR 6118 (ABNT, 2014)

Pela Figura 8 observamos que no domínio 1 temos que a seção sofre apenas esforços de tração, este estado limite é caracterizado pela ruptura por deformação plástica excessiva do aço de 10 ‰.

O domínio 2 corresponde às situações em que o estado limite último é atingido pelo alongamento do aço em 10 ‰ e encurtamento da fibra mais comprimida de concreto inferior a 3,5 ‰. A reta do diagrama de deformações na seção passa pelo ponto A.

No domínio 3 a linha neutra é interna a seção e as retas do diagrama de deformações da seção passam pelo ponto B. Abrange os casos em que o estado limite último é alcançado na borda comprimida da seção com encurtamento de 3,5 ‰ e o alongamento do aço compreendido entre 10 ‰ e  $\epsilon_{yd}$  (deformação específica no escoamento). Esta é a situação desejável de projeto, pois os materiais são aproveitados de forma econômica e a ruína poderá ser avisada pelo aparecimento de fissuras excessivas pelo escoamento da armadura. Os elementos de concreto que rompem no domínio 3 são consideradas peças subarmadas.

O domínio 4 abrange os casos em que a seção atinge o estado limite último com encurtamento do concreto em 3,5 ‰ e o alongamento da armadura variando entre  $\epsilon_{yd}$  e 0. É

caracterizado pela ruptura do concreto comprimido sem que haja escoamento da armadura. As peças de concreto que rompem nestas condições são chamadas superarmadas e devem ser evitadas por possuírem ruptura frágil.

No domínio 4a temos que o aço é comprimido e existe somente uma pequena região de concreto tracionada próxima a uma das bordas da seção. A ruptura se dá de forma frágil com ruptura do concreto com encurtamento em 3,5 ‰ na borda comprimida.

No domínio 5 a linha neutra não corta a seção transversal, a seção é integralmente comprimida, o ELU é caracterizado por rompimento da fibra mais comprimida com deformação específica do concreto variando entre 2,0 e 3,5 ‰.

Para o modelo apresentado foi considerada para o ELU as seções dimensionadas nos domínios 2 e 3. Para isso a relação entre a distância da linha neutra à face superior e a altura útil da peça ( $\beta_x = \frac{x}{d}$ ) temos  $0 \leq \beta_x \leq 0,6$ . Adotando um  $\beta_x$  máximo de 0,6 a armadura passiva trabalhará com a tensão máxima ( $f_{yd}$ ), assim como a armadura ativa trabalhará com a tensão máxima ( $f_{pyd}$ ). Assim determina-se a posição da linha neutra, com a condição de equilíbrio de forças:

$$R_{CC} = R_{PT} + R_{ST} \quad (40)$$

onde  $R_{CC}$  é a força resultante das tensões de compressão no concreto,  $R_{PT}$  é a força resultante de tração da armadura ativa e  $R_{ST}$  é a força de tração da armadura passiva. No modelo a parcela de  $R_{ST}$  aparece somente na viga, pois na laje não há armadura passiva. Defida a posição da linha neutra, têm-se o cálculo do momento resistente ( $M_{res}$ ):

$$M_{res} = R_{pt} \cdot Z \quad (41)$$

onde  $Z$  é o braço de alavanca da armadura.

Para cálculo do momento solicitante ( $M_d$ ) considerou-se o carregamento da laje e da viga multiplicado por dois, devido a se apoiarem uma laje em cada lado da viga. Segundo a NBR 6118 (ABNT, 2014) em seu item 11.7 *Coefficiente de ponderação de ações*, as ações devem ser majoradas pelo coeficiente  $\gamma_f$  cujos valores encontram-se estabelecidos em 11.7.1., 11.7.2 e *Tabelas 11.1 e 11.2* da mesma norma. Pela Tabela 11.1 temos que para as cargas permanentes de pequena variabilidade, como o peso próprio das estruturas, especialmente as

pré-moldadas, esse coeficiente pode ser reduzido para 1,3. Assim para as cargas permanentes de peso próprio temos um  $\gamma_f = 1,3$  e para cargas variáveis  $\gamma_f = 1,4$ :

$$M_{vd} = \left( \frac{(1,3q_{PPL} + 1,4q_{PPC} + 1,4q_q + 1,4q_g) \cdot 2 + 1,3q_{PPV}}{8} \right) l_v^2 \quad (42)$$

$$M_{ld} = \left( \frac{1,3q_{PPL} + 1,4q_{PPC} + 1,4q_q + 1,4q_g}{8} \right) l_j^2 \quad (43)$$

onde  $M_{vd}$  e  $M_{ld}$  são os momentos solicitantes das vigas e das lajes respectivamente,  $q_{ppl}$ ,  $q_{ppc}$ ,  $q_{ppv}$  são as cargas de peso próprio da laje, da capa de concreto moldado no local e da viga respectivamente,  $q_q$  são as cargas provenientes de sobrecargas, e  $q_g$  são as cargas de parede, pavimentação e revestimento.

### 2.3.9. Limitações de flechas máximas

Albuquerque (2007) cita uma simplificação do ACI para consideração da deformação total num tempo infinito ( $f_{total}$ ) como um produto da deformação inicial do carregamento ( $f$ ) e da contra flecha da protensão ( $c_f$ ) pelos majoradores 2,5 e 2,2 respectivamente:

$$c_f = \frac{P_o \cdot e_p \cdot l}{8E_{cs}I} \quad (44)$$

$$c_{f\infty} = 2,2c_f \quad (45)$$

onde  $P_o$  é a força de protensão após transferência,  $e_p$  é a excentricidade da armadura de protensão em relação à linha neutra,  $l$  é o comprimento da laje ou da viga,  $E_{cs}$  é o módulo de elasticidade secante do concreto,  $I$  é o momento de inércia da laje ou viga considerando a seção isolada e  $c_{f\infty}$  é a contra flecha total de protensão da laje ou viga.

$$f = \frac{3ql^4}{384E_{cs}I_c} \quad (46)$$

$$f_{\infty} = 2,5f \quad (47)$$

$$f_{total} = f_{\infty} + c_{f\infty} \quad (48)$$

onde  $q$  são os carregamentos totais da laje ou viga,  $I_c$  é o momento de inércia da laje ou viga considerando a capa de concreto moldado no local já consolidada, e  $f_{\infty}$  é a flecha total da laje ou viga.

### 3. OTIMIZAÇÃO

Constante é a busca por projetos mais econômicos, estruturas mais esbeltas, mais eficientes. Segundo Cortês (2010), a otimização é uma ferramenta amplamente estudada por pesquisadores na engenharia estrutural, é uma das ferramentas mais importantes da atualidade empregada na resolução dos mais variados problemas nas diversas áreas da Engenharia. De maneira geral, os métodos de otimização experimentam, em maior ou menor grau, dificuldades relacionadas à convergência e à existência de mínimos locais.

A otimização está ligada diretamente ao modo mais eficiente de realização de determinada tarefa ou processo. Na otimização estrutural pode-se avaliar esta eficiência conforme o tipo de objetivo, por exemplo: minimização do custo de determinado projeto, minimização da seção transversal de determinado perfil, minimização do tempo de construção, minimização da massa de determinada estrutura etc.

A otimização visa os valores de um conjunto de parâmetros, designados como variáveis de projeto, que minimizam ou maximizam uma função objetivo e satisfazem um conjunto de exigências, chamadas de restrições. Os elementos de um modelo de otimização apresentam alguns conceitos e definições largamente empregadas na literatura e de conhecimento necessário. Estas definições serão apresentadas na sequência da forma do problema de otimização.

Um problema de otimização se define na forma

$$\text{Min} \rightarrow f(\mathbf{x}) \quad (49)$$

sujeito a

$$h_j(\mathbf{x}) = 0 \quad \therefore j = 1, 2, \dots, n \quad (50)$$

$$g_k(\mathbf{x}) \leq 0 \quad \therefore k = 1, 2, \dots, m \quad (51)$$

$$x_i^U \leq x_i \leq x_i^L \quad \therefore i = 1, 2, \dots, nvar \quad (52)$$

onde  $\mathbf{x} = [x_1 \ x_2 \ \dots \ x_{nvar}]^T$  representa o vetor de variáveis de projeto,  $f(\mathbf{x})$  representa a função objetivo, podendo ser linear ou não linear, as funções  $h_j(\mathbf{x})$  e  $g_k(\mathbf{x})$  representam as funções de restrição de igualdade e de desigualdade, respectivamente, que definem o espaço de soluções viáveis do problema.

Silva (2001) fala da programação matemática clássica que se divide em duas grandes áreas: a programação linear que trata problemas em que todas as equações são lineares e a programação não linear onde a função objetivo ou pelo menos uma das restrições podem ser não lineares.

As variáveis de projeto representadas pelo vetor  $\mathbf{x}$  podem ser subconjuntos de  $\mathfrak{R}$ , quando se diz que as variáveis assumem valores contínuos e são descritas unicamente pelos valores extremos inferior e superior ( $x_i^U$  e  $x_i^L$ ), ou assumem valores discretos e, neste caso, a equação (52) é modificada para

$$x_i \in [x_{i_1} \quad x_{i_2} \quad \dots \quad x_{i_{n_i}}] \quad (53)$$

onde  $n_i$  representa o número de valores possíveis da variável  $x_i$ .

Algumas definições básicas de problemas de otimização:

- a) Variáveis de projeto: são aqueles parâmetros que são alterados durante o processo de otimização. Podem ser contínuas, inteiras ou discretas;
- b) Restrições: são funções de igualdade ou desigualdade que descrevem as situações admissíveis em projeto;
- c) Região viável: é o conjunto que compreende todas as soluções possíveis do problema;
- d) Função objetivo: é a função que se deseja otimizar (minimização ou maximização);
- e) Ponto ótimo: é o vetor formado pelos valores das variáveis que minimizam ou maximizam a função objetivo  $\mathbf{x}^* = (x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*)$ ;
- f) Valor ótimo: Valor que a função objetivo assume no ponto ótimo ( $f(\mathbf{x}^*)$ );

Segundo Cortês (2010), os procedimentos matemáticos para encontrar o mínimo ou o máximo de funções começaram a ser desenvolvidos em meados do século XIX pelo matemático francês Augustin-Louis Cauchy (1789-1857), mas a primeira técnica de otimização remonta ao alemão Johann Carl Friedrich Gauss (1777-1855) e é conhecida como máximo declive (*Steepest Descend*), baseada no gradiente de funções.

Os algoritmos de programação matemática clássica são baseados em informações dos gradientes. Executam uma busca dentro do espaço de projeto onde, em cada passo a partir de um ponto dado, definem-se uma direção de busca e um passo. Estes métodos, usualmente utilizam a equação da recorrência, dada por:

$$\mathbf{x}^k = \mathbf{x}^{k-1} + \alpha^k \cdot \mathbf{d}^k \quad (54)$$

onde  $\alpha$  é o passo,  $\mathbf{d}$  a direção de busca e  $k$  representa o número da interação

Uma característica importante para a aplicabilidade dos métodos clássicos é a necessidade de que a função objetivo seja contínua e diferenciável no espaço de busca. Geralmente nos problemas de engenharia, esta característica não ocorre, tornando difícil sua aplicabilidade.

Castilho (2003) cita que os principais métodos de programação matemática apresentam algumas limitações, principalmente a dificuldade em trabalhar com variáveis discretas e a incapacidade diante de funções que não são diferenciáveis, levando a um crescimento nos estudos dos métodos heurísticos que são métodos alternativos de otimização que visam a obtenção dos mesmos resultados que os métodos convencionais, porém são mais simples e apresentam estratégias adicionais que buscam superar algumas limitações destes.

Tradicionalmente os projetos são elaborados por tentativa e erro, em que a determinação do projeto ótimo se dá através de algumas restrições normativas e principalmente da experiência do projetista. A otimização estrutural busca desvincular a escolha da melhor solução dessa experiência, incorporando novos critérios que permitam uma avaliação matemática da qualidade da solução (Fonseca,2007).

### 3.1. Algoritmos evolutivos

Segundo Soresen (2012) os algoritmos de otimização podem ser divididos em duas categorias: os algoritmos exatos e os heurísticos. Os primeiros são desenvolvidos de tal maneira que tem-se a garantia que eles encontrarão a solução ótima em uma quantidade finita de tempo. Já os métodos heurísticos segundo Medeiros (2012) são técnicas de otimização que, a partir da observação de fenômenos naturais, propõe modelos probabilísticos para encontrar a solução ótima de uma função. Esses métodos não fornecem garantias de que a solução obtida é a melhor possível entre as existentes, porém convergem rapidamente para uma solução muito próxima ao ótimo global.

Serapião (2009) afirma que algoritmos bioinspirados baseados em populações e metaheurísticas vêm sendo usados para resolver problemas de busca e otimização em vários domínios de problemas para os quais soluções robustas são difíceis ou impossíveis de encontrar usando abordagens tradicionais como a programação matemática. O princípio

fundamental dos algoritmos bioinspirados utiliza um método construtivo para a obtenção da população inicial e uma técnica de busca local para melhorar a solução da população, considerando que os indivíduos (soluções) dessa população são evoluídos de acordo com regras especificadas que consideram trocas de informações entre os indivíduos. Esse processo conduz a população em direção à obtenção de uma solução ótima. Tais algoritmos são conhecidos como algoritmos de computação evolutiva.

Colin (2007) faz uma relação entre os métodos heurísticos e o problema de localizar, empiricamente, o ponto mais alto da Terra. Para resolver este problema, partiria-se de um ponto viável, ou seja, de qualquer lugar na superfície terrestre, em busca das montanhas mais altas. Neste processo, várias montanhas seriam escaladas e suas alturas comparadas. O ponto mais alto iria progressivamente aumentando com as novas descobertas (ótimos locais). Até que em determinado momento as buscas se dessem por encerradas por algum motivo (a não descoberta de pontos mais alto por um longo período, falta de segurança, restrições de tempo ou financeiras) e o ponto mais alto fosse definido, mesmo sem uma comprovação científica, mesmo que outro mais alto ainda possa existir.

Baseado em sistemas naturais de comportamento emergente, vários sistemas artificiais de otimização têm sido desenvolvidos e aprimorados com o passar do tempo. Eles se enquadram dentro de um conjunto mais amplo de técnicas de busca computacionais chamado metaheurística (Rosendo, 2010). O autor cita Stützle (1998) que afirma que metaheurísticas são tipicamente estratégias de alto nível que orientam uma heurística base, e mais específica em relação ao problema, para aumentar seu desempenho. Analisando a etimologia da palavra, o prefixo “meta” , do grego, significa “além” ou “um nível mais elevado” e heurística, da palavra grega heuriskein, significa “encontrar”.

Os algoritmos evolutivos utilizados nesta dissertação foram os Algoritmos Genéticos (AG) e o *Particle Swarm Optimization* (PSO)

## 4. FORMULAÇÃO DO MODELO DE OTIMIZAÇÃO

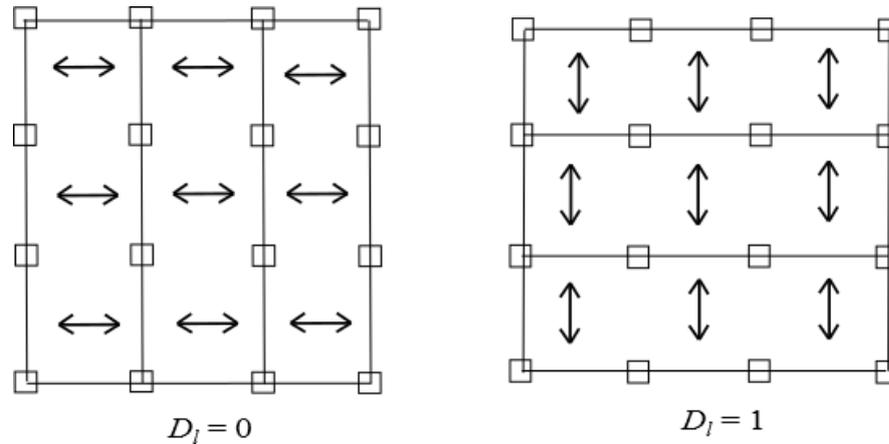
O problema de otimização a ser trabalhado nesta dissertação é o de minimização da função custo de produção de pavimentos retangulares em concreto pré-moldado com capa estrutural, utilizando-se de lajes do tipo Pi ou alveolar, apoiadas sobre vigas tipo “T” invertidas, que se apoiam em pilares retangulares.

### 4.1. Variáveis de projeto

As variáveis de projeto são aquelas que definem o problema e se alteram durante o processo de otimização, podem assumir valores compreendidos dentro de um conjunto fixo de valores, ou seja, as variáveis de projeto são do tipo discreta e são apresentadas a seguir:

- $V_l$ : Tipo de laje . Variável que aponta para uma lista que contém os parâmetros que definem o sistema de laje (alveolar ou Pi) e as características do perfil adotado (geometria e protensão). As listas da Tabela 1 e Tabela 2 são unidas, formando uma lista com 46 elementos ou perfis de lajes. O sistema estrutural da laje é definido automaticamente: quando  $1 \leq V_l \leq 14$  a laje é do tipo Pi, caso contrário é do tipo alveolar;
- $V_v$ : Tipo de viga. Variável que aponta para um lista que contém os parâmetros que definem a viga, apresentadas na Tabela 3;
- $D_l$ : Direção das lajes: Define a direção das lajes no pavimento. Assume o valor de 0 para laje na direção x e 1 para laje na direção y. Uma vez definida a direção das lajes, fica automaticamente definida a direção das vigas, conforme ilustrado na Figura 9.

Figura 9 Representação da direção da laje ( $D_l$ ).



Fonte: Elaborado pelo autor

- $N_x$  e  $N_y$ : quantidades de vãos nas direções x e y respectivamente. A partir destes e da direção das lajes, pode-se saber os comprimentos dos vãos das lajes ( $l_l$ ) e das vigas ( $l_v$ ), definidos pelas Equações (55) e (56).

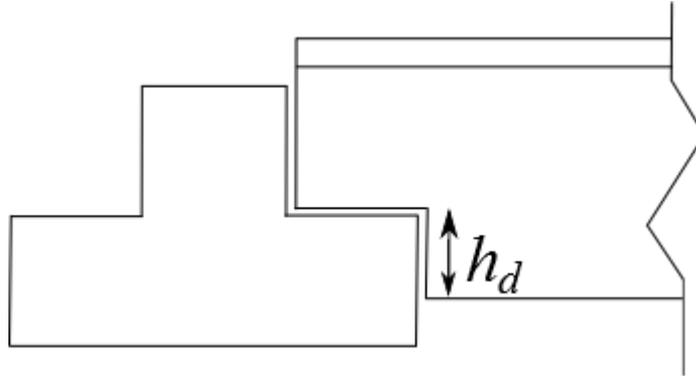
$$l_l = \left(\frac{l_x}{N_x}\right) \cdot (1 - D_l) + \left(\frac{l_y}{N_y}\right) \cdot (D_l) \quad (55)$$

$$l_v = \left(\frac{l_x}{N_x}\right) \cdot (D_l) + \left(\frac{l_y}{N_y}\right) \cdot (1 - D_l) \quad (56)$$

onde  $l_x$  e  $l_y$  são os comprimentos do pavimento nas direções x e y respectivamente;

- $f_{ckpm}$  e  $f_{ckml}$ : resistências características do concreto pré-moldado e do moldado no local, respectivamente;
- $n_{as}$  e  $\phi$ : quantidade de barras passivas e sua respectiva bitola empregadas nas vigas;
- $n_{pa}$  e  $n_{pb}$ : quantidade de cabos de protensão na primeira e segunda camada da viga, respectivamente;
- $h_d$ : Altura do dente da laje. Caracteriza um corte feito nos apoios das lajes. Esta variável só é empregada para lajes do tipo Pi (laje alveolar não possui dente) e está ilustrada na Figura 10:

Figura 10 Representação da variável  $h_d$



Fonte: Elaborado pelo autor

Por se tratarem de elementos pré-moldados, cada fabricante já determina as características de seus produtos, bem como as características de suas pistas de protensão, assim as variáveis de projeto podem assumir os valores descritos abaixo:

- Os tipos de lajes adotados para laje alveolar foram apresentados na Tabela 1 e para a laje Pi na Tabela 2;
- A quantidade de cabos de protensão na primeira camada da viga ( $n_{Pa}$ ), pode assumir os valores: 3, 4, 5, ..., 20, 21;
- A quantidade de cabos de protensão na segunda camada da viga ( $n_{Pb}$ ), pode assumir os valores: 0, 2, 4, ..., 12, 14;
- A quantidade de barras passivas da viga ( $n_{as}$ ), colocadas na parte inferior da viga para auxiliar no combate ao momento de flexão, pode assumir os valores de 0, 2, 4 e 6;
- A bitola das barras passivas da viga ( $\phi$ ) pode assumir os valores das bitolas comerciais de 6.3, 8.0, 10.0 e 12.5 mm;
- A resistência característica do concreto pré-moldado ( $f_{ckpm}$ ) pode assumir os valores de 35, 40, 45, 50 MPa;
- A resistência característica do concreto moldado no local ( $f_{ckml}$ ) pode assumir os valores de 20, 25, 30, 35 MPa;
- A quantidade de vãos nas direções X e Y é uma variável que não depende do fabricante, mas da necessidade do projeto

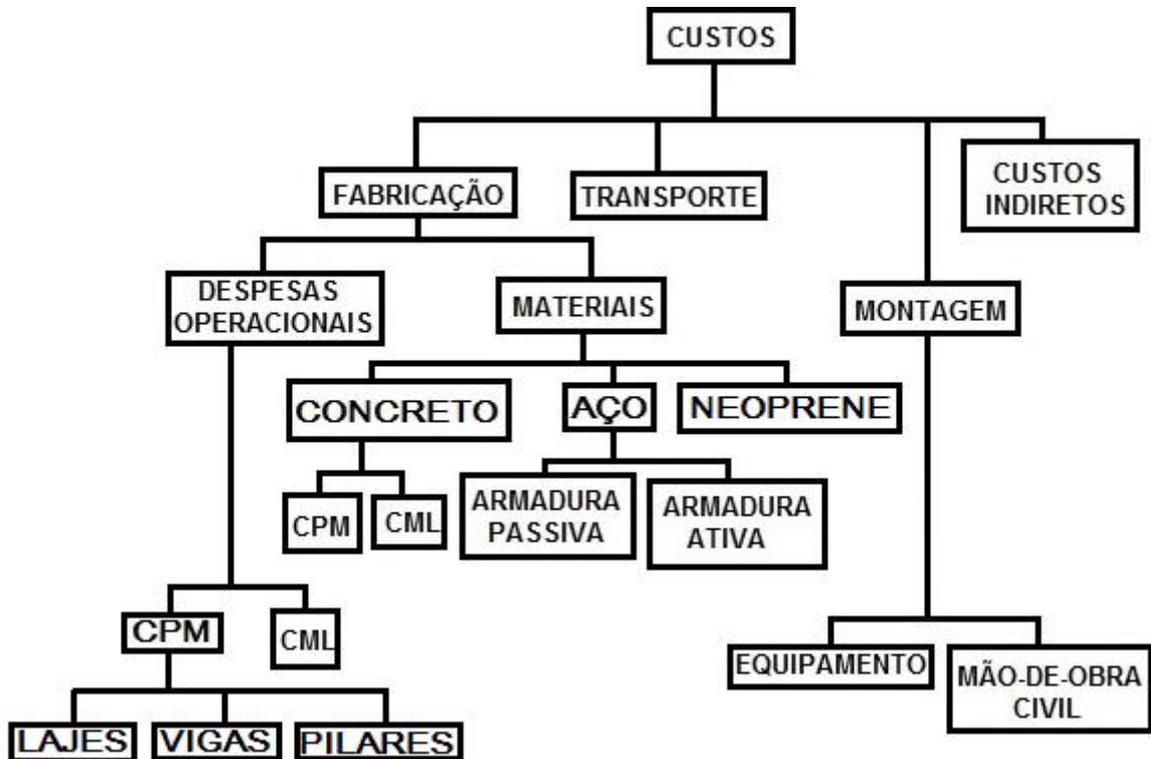
## 4.2. Função Objetivo

A função objetivo é o custo total do pavimento ( $C$ ), representado pelas parcelas dos custos de fabricação, custos indiretos, transporte e montagem, como ilustrado pela Figura 11, na forma:.

$$C = C_F(1 + \lambda_1) + C_T + C_{mon} \quad (57)$$

onde  $C_F$  é o custo de fabricação,  $\lambda_1$  é o fator de custos indiretos,  $C_T$  é o custo de transporte e  $C_{mon}$  é o custo de montagem. Estes são detalhados a seguir.

Figura 11 Função Custo



Fonte: Elaborado pelo autor

### 4.2.1. Custos de fabricação

Os custos de fabricação são aqueles pertinentes à produção dos elementos, considerando os materiais ( $C_M$ ) e as despesas operacionais ( $C_{op}$ ):

$$C_F = C_M + C_{op} \quad (58)$$

#### 4.2.1.1. Materiais

Os custos dos materiais ( $C_M$ ) incluem os custos do concreto ( $C_c$ ), do aço ( $C_A$ ) e os custos das placas de elastômero (neoprene) dos consoles ( $C_N$ ). Os custos são dados em R\$.

$$C_M = C_C + C_A + C_N \quad (59)$$

Nos custos com concreto estão inclusos os custos do concreto pré-moldado ( $C_{CPM}$ ) descrito na Equação (60), e do concreto moldado no local ( $C_{CML}$ ).

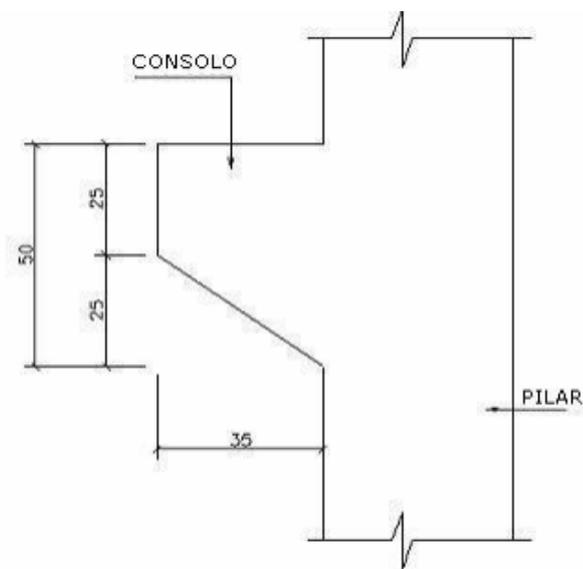
$$C_{CPM} = C_{CL} + C_{CV} + C_{CP} \quad (60)$$

onde ( $C_{CL}$ ), ( $C_{CV}$ ), ( $C_{CP}$ ) são os custos de concreto pré-moldado (R\$) da laje, viga e pilar respectivamente. Os custos de concreto das lajes, vigas e pilares são dados por:

$$C_{CL} = P_{CPM} \cdot V_{CL} \quad C_{CV} = P_{CPM} \cdot V_{CV} \quad C_{CP} = P_{CPM} \cdot V_{CP} \quad (61)$$

onde  $V_{CL}$ ,  $V_{CV}$  e  $V_{CP}$  são os volumes de concreto das lajes, vigas e pilares ( $m^3$ ) respectivamente, e  $P_{CPM}$  é o custo unitário do concreto pré-moldado (R\$/ $m^3$ ). Para a consideração do concreto dos consoles foi adotado um acréscimo de 15% do volume dos pilares.

Figura 12 Consolo (medidas em cm)



Nos custos referentes à resistência característica do concreto ( $f_{ck}$ ), segundo Albuquerque (2007), para cada acréscimo de 5 MPa para faixa de 20MPa a 50MPa tem-se um aumento de 8% no custo unitário de concreto (R\$/m<sup>3</sup>). Nesta faixa estão inclusas as variáveis de projeto de ambos os concretos moldados no local e pré-moldado.

Considera-se concreto moldado no local, como sendo o concreto utilizado na capa de concreto de 5,0 cm de espessura cobrindo todo o pavimento, com exceção de pilares e os complementos das vigas.

Nos custos com aço são considerados os custos do aço nas lajes ( $C_{AL}$ ), nas vigas ( $C_{AV}$ ) e nos pilares ( $C_{AP}$ ) em R\$:

$$C_A = C_{AL} + C_{AV} + C_{AP} \quad (62)$$

- Armadura das lajes ( $C_{AL}$ ):

$$C_{AL} = C_{APL} + C_{ADL} \quad (63)$$

onde  $C_{APL}$  e  $C_{ADL}$  são os custos com aço de protensão e aço doce da laje, são calculados por:

$$C_{AL} = P_{AP} \cdot V_{APL} \cdot \rho_{AP} + P_{AD} \cdot V_{ADL} \cdot \rho_{AD} \quad (64)$$

onde  $P_{AP}$  e  $P_{AD}$  são os custos unitários do aço de protensão e aço doce (R\$/m<sup>3</sup>), respectivamente.  $V_{APL}$  e  $V_{ADL}$  são os volumes de aço de protensão e aço doce da laje (m<sup>3</sup>), respectivamente, e  $\rho_{AP}$  e  $\rho_{AD}$  são os pesos específicos dos aços de protensão e aço doce (kg/m<sup>3</sup>) da laje, respectivamente.

- Armadura das vigas ( $C_{AV}$ ):

$$C_{AV} = C_{APV} + C_{ADV} \quad (65)$$

onde  $C_{APV}$  e  $C_{ADV}$  são os custos com aço de protensão e aço doce da laje, são calculados pela Equação (66).

No processo de fabricação das vigas tem-se uma maior variedade de posicionamento de cabos, isto torna a execução mais demorada, tornando assim a mão de obra mais cara. Para consideração esse fato adotou-se o custo do aço de protensão das vigas como sendo 8,5% mais caro que o das lajes.

$$C_{AV} = 1,085 \cdot P_{AP} \cdot V_{APV} \cdot \rho_{AP} + P_{AD} \cdot V_{ADV} \cdot \rho_{AD} \quad (66)$$

onde  $V_{APV}$  e  $V_{ADV}$  são os volumes de aço de protensão e aço doce da laje ( $m^3$ ) respectivamente.

As armaduras passivas longitudinais que combatem a flexão na viga foram devidamente dimensionadas no processo de otimização. Albuquerque (2007) Tem-se a consideração dos estribos e porta-estribos. Foram atribuídas ainda para do momento negativo uma armadura de ligação entre vãos adjacentes, composta de 05 barras com diâmetro de 12,5 mm com comprimento de 2,5 m para cada pilar.

- Armadura dos Pilares ( $C_{AP}$ ):

$$C_{AP} = C_{ADP} \quad (67)$$

onde  $C_{ADP}$  é o custo de aço doce do pilar em R\$,

O pilar possui somente armadura longitudinal, onde o volume ( $V_{ADP}$ ) em  $m^3$  é calculado a partir da taxa de aço ( $T_A$ ) ilustrada na Tabela 5.  $C_{ADP}$  é dado por:

$$C_{ADP} = V_{ADP} \cdot T_A \cdot \quad (68)$$

Para consideração dos custos com neoprene, foram adotadas 02 placas de neoprene para cada pilar, assim os custos com neoprene ( $C_N$ ):

$$C_N = 2P_N \cdot N_P \quad (69)$$

onde  $P_N$  é o custo unitário do neoprene e  $N_P$  é a quantidade de pilares.

#### **4.2.1.2. Despesas Operacionais**

As despesas operacionais são aquelas ligadas a atividades fabris como mão de obra, utilização de equipamentos, cura, armazenamento e transporte interno. As despesas operacionais são diferentes para cada elemento.

As lajes do tipo alveolar tem sua produção mais mecanizada, com pouca mão de obra, tornando seu custo operacional de fabricação mais barato. Albuquerque (2007) considera as despesas operacionais das lajes alveolares como sendo por área construída. Para lajes com espessura de 32 cm têm-se um acréscimo no custo devido ao deslocamento mais lento da moldadora.

Nas lajes Pi temos um processo não tão mecanizado, devido ao posicionamento dos cabos, adensamento, o que requer mais mão de obra e torna a fabricação mais cara. Para consideração das despesas operacionais na laje Pi majorou-se o custo de concreto nas lajes em 50%.

Nas vigas e pilares temos a utilização de armadura passiva. O corte, a dobra e a fixação da armadura passiva é um processo lento e necessita de mão de obra, o que também torna sua fabricação mais cara. Foram consideradas as despesas operacionais de vigas e pilares como sendo 50% do custo de concreto consumido nas vigas e pilares.

Para consideração das despesas operacionais para o concreto moldado no local foi considerado um custo de 30% do custo de concreto moldado no local. Assim as despesas operacionais com lajes ( $C_{opl}$ ), vigas ( $C_{opv}$ ), pilares ( $C_{opp}$ ) e CML ( $C_{opcml}$ ) são dadas por:

$$C_{OP} = C_{opl} + C_{opv} + C_{opp} + C_{opcml} \quad (70)$$

$$C_{opv} = 0,5C_{CV} \quad (71)$$

$$C_{opp} = 0,5C_{CP} \quad (72)$$

$$C_{opcml} = 0,3C_{CML} \quad (73)$$

$$C_{opl} = \theta \cdot C_{CL} \quad (74)$$

onde  $\theta$  depende do tipo de laje adotado.

#### 4.2.2. Custos indiretos

Segundo Albuquerque (2007), os custos indiretos são compostos pelos custos fixos da indústria, pela manutenção e pela depreciação dos equipamentos de produção. Os custos fixos englobam despesas com salários, contabilidade, energia, telefone, marketing, material de escritório, manutenção do escritório, aluguel e combustível. A estimativa dos custos indiretos é feita como uma fração do custo de fabricação dada por

$$C_I = \lambda_1 \cdot C_F \quad (75)$$

onde  $\lambda_1$  é o fator de custos indiretos dado como sendo uma relação entre os custos indiretos médios e o custo de fabricação médio. Como os custos indiretos são ligados totalmente a atividades industriais o fator somente se aplica aos custos de fabricação, os custos com transporte e montagem não são afetados, pois podem ser prestados independentemente.

### 4.2.3. Custos de transporte

O custo de transporte considera as despesas com transporte dos elementos pré-moldados saindo da fabrica até o local de montagem. Os custos com transporte interno na fabrica já estão considerados como despesa operacional.

O transporte dos elementos pré-moldados é feito geralmente por rodovias utilizando-se de carretas. Foram consideradas dois tipos de carretas: a comercial e a extensiva. A carreta do tipo extensiva se faz necessária quando as peças possuem comprimento maior que 12,5 m, no entanto esta tem custo 60% mais caro que a carreta comercial. Albuquerque (2007) cita que, de acordo com fabricantes, ambas as carretas têm capacidade de carga de aproximadamente 250 kN por viagem, ou equivalente a 10 m<sup>3</sup> de concreto. Assim o custo com transporte é dado por:

$$C_T = Int \left( \frac{n_v \cdot V_{pmv}}{V_{car}} \right) c_{t,v} + Int \left( \frac{n_l \cdot V_{pml}}{V_{car}} \right) c_{t,l} + Int \left( \frac{n_p \cdot V_{pmp}}{V_{car}} \right) c_{t,p} \quad (76)$$

onde  $c_{t,l}$ ,  $c_{t,v}$ ,  $c_{t,p}$  representam os custos de viagem em função do tipo de carreta adotada para a laje, a viga e o pilar, respectivamente,  $V_{car}$  é o volume suportado pela carreta de transporte em m<sup>3</sup>. Para o cálculo do número de viagens adota-se sempre o inteiro superior.

### 4.2.4. Custos de montagem

Os custos de montagem ( $C_{mon}$ ) incluem os custos de mão-de-obra de montagem e aluguel de guindaste para suspensão dos elementos pré-moldados. Devido ao modo de montagem diferente, o número de lajes montadas tipo Pi e alveolares são diferentes. A produtividade média de montagem diária de cada elemento pré-moldado está descrita na Tabela 7. Estes custos são estabelecidos por dia conforme a Equação (77).

$$C_{mon} = \left[ Int \left( \frac{n_v}{P_v} + \frac{n_l}{P_l} \right) + Int \left( \frac{n_p}{P_p} \right) \right] \cdot C_{md} \quad (77)$$

Tabela 7 Produtividade média de montagem diária

Elemento	Número de Elementos	
	Laje Pi	Alveolar
Laje	20	24
Viga	16	16
Pilar	8	8

Fonte: Elaborado pelo autor

onde  $P_v$ ,  $P_l$  e  $P_e$  são as produtividades quanto a montagem de vigas, lajes e pilares, respectivamente, e  $C_{md}$  é o custo diário de montagem. Para o cálculo do número de dias adota-se sempre o inteiro superior.

### 4.3. Restrições

Para solução do problema foram consideradas 40 restrições, sendo 20 restrições para viga e 20 restrições para laje. Na implementação todas as restrições foram devidamente normalizadas.

#### 4.3.1. Restrições relativas às tensões nas fases transitórias

a) Desmoldagem na viga ( $g_1, g_3$ ) e na laje ( $g_2, g_4$ )

$$g_{1,2}(\mathbf{x}) = |\sigma_{des}^i| - f_{c,j} \leq 0 \quad (78)$$

$$g_{3,4}(\mathbf{x}) = \sigma_{des}^s - f_{ctkinf,j} \leq 0 \quad (79)$$

b) Transporte nas vigas ( $g_5, g_7, g_9, g_{11}$ ) e na lajes ( $g_6, g_8, g_{10}, g_{12}$ )

$$g_{5,6}(\mathbf{x}) = |\sigma_{p_o}^i + 0,8 \cdot \sigma_{p_p}^i| - f_{c,j} \leq 0 \quad (80)$$

$$g_{7,8}(\mathbf{x}) = \sigma_{p_o}^s + 0,8 \cdot \sigma_{p_p}^s - f_{ctkinf,j} \leq 0 \quad (81)$$

$$g_{9,10}(\mathbf{x}) = |\sigma_{p_o}^i + 1,3 \cdot \sigma_{p_p}^i| - f_{c,j} \leq 0 \quad (82)$$

$$g_{11,12}(\mathbf{x}) = \sigma_{p_o}^s + 1,3 \cdot \sigma_{p_p}^s - f_{ctkinf,j} \leq 0 \quad (83)$$

c) Montagem nas lajes ( $g_{13}, g_{14}$ ) e nas vigas ( $g_{15}, g_{16}$ )

$$g_{13}(\mathbf{x}) = |\sigma_{p_o}^i + \sigma_{p_{pL}}^i + \sigma_{p_{pC}}^i + \sigma_{trab}^i| - f_{c,j} \leq 0 \quad (84)$$

$$g_{14}(\mathbf{x}) = \sigma_{p_o}^s + \sigma_{p_{pL}}^s + \sigma_{p_{pC}}^s + \sigma_{trab}^s - f_{ctkinf,j} \leq 0 \quad (85)$$

$$g_{15}(\mathbf{x}) = |\sigma_{p_o}^i + \sigma_{p_{pV}}^i + \sigma_{p_{pC}}^i + \sigma_{p_{pL}}^i| - f_{c,j} \leq 0 \quad (86)$$

$$g_{16}(\mathbf{x}) = \sigma_{P\infty}^s + \sigma_{PPV}^s + \sigma_{PPC}^s + \sigma_{PPL}^s - f_{ctkinf,j} \leq 0 \quad (87)$$

#### 4.3.2. Restrições relativas às tensões no ELS

- a) Verificações do ELS de descompressão para combinação quase permanente de ações ( $\psi_2=0,3$ )

Nas lajes:

$$g_{17}(\mathbf{x}) = \sigma_{PPL}^i + \sigma_{PPC}^i + \sigma_g^i + 0,3\sigma_q^i + \sigma_{P\infty}^i \leq 0 \quad (88)$$

Nas vigas:

$$g_{18}(\mathbf{x}) = \sigma_{PPL}^i + \sigma_{PPV}^i + \sigma_{PPC}^i + \sigma_g^i + 0,3\sigma_q^i + \sigma_{P\infty}^i \leq 0 \quad (89)$$

- b) Verificações do ELS de Formação de fissuras para combinação frequente de ações ( $\psi_1=0,4$ )

Nas lajes:

$$g_{19}(\mathbf{x}) = \sigma_{PPL}^i + \sigma_{PPC}^i + \sigma_g^i + 0,4\sigma_q^i + \sigma_{P\infty}^i - 1,2f_{ctkinf} \leq 0 \quad (90)$$

Nas vigas:

$$g_{20}(\mathbf{x}) = \sigma_{PPL}^i + \sigma_{PPV}^i + \sigma_{PPC}^i + \sigma_g^i + 0,4\sigma_q^i + \sigma_{P\infty}^i - 1,5f_{ctkinf} \leq 0 \quad (91)$$

#### 4.3.3. Momento resistente

Verificações do momento resistente em relação ao momento solicitante no ELU para a laje ( $g_{21}$ ) e para a viga ( $g_{22}$ ).

$$g_{21,22}(\mathbf{x}) = M_{sd} - M_{rd} \leq 0 \quad (92)$$

#### 4.3.4. Domínio de deformação

Verificações nas vigas ( $g_{23}$ ,  $g_{25}$ ) e nas lajes ( $g_{24}$ ,  $g_{26}$ ) para que o  $\beta_x = x/d$  esteja nos domínios de 2 ou 3.

$$g_{23,24}(\mathbf{x}) = -\beta_x < 0 \quad (93)$$

$$g_{25,26}(\mathbf{x}) = \beta_x - 0,6 < 0 \quad (94)$$

#### 4.3.5. Vãos Mínimos entre pilares

Verificações dos vãos dos elementos que devem ser maiores que os mínimos pré-estabelecidos pelo usuário

$$g_{27}(\mathbf{x}) = l_{min} - l_{viga} \leq 0 \quad (95)$$

$$g_{28}(\mathbf{x}) = l_{min} - l_{laje} \leq 0 \quad (96)$$

#### 4.3.6. Verificação das flechas máximas

Verificação da deflexão total da viga ( $g_{29}$ ) ou laje ( $g_{30}$ ), descontando a contraflecha total.

$$g_{29,30}(\mathbf{x}) = (f_{\infty} - c_{f\infty}) - l/250 \leq 0 \quad (97)$$

#### 4.3.7. Verificação da razão vão da laje e altura

Sheppard e Phillips (1989 *apud* NETO, 1998) estabeleceram através de estudos práticos uma relação média entre o vão e a altura total da laje conforme ilustrado na Tabela 8.

Tabela 8 Relações básicas de rigidez de painéis de laje

Tipologia da laje	Utilização	$l/d$
Painel Pi ou Duplo T	Piso	26
	Cobertura	34
Painel Alveolar	Piso	40
	Cobertura	46
Painel com uma nervura	Piso	23
	Cobertura	29

Fonte: Sheppard & Phillips (1989 *apud* NETO, 1998)

O ACI limita a relação vão e altura total da laje seja menor que 45, relação citada em Albuquerque (2007). Assim para laje Pi tem-se  $lh_{lim} = 26$  e para laje alveolar  $lh_{lim} = 45$ .

$$g_{31}(\mathbf{x}) = \frac{l_{laje}}{h_{laje} + h_{capa}} - lh_{lim} \leq 0 \quad (98)$$

onde os valores de  $lh_{lim}$  são estabelecidos pelo respectivo tipo de laje da Tabela 8.

#### 4.3.8. *Número máximo de cabos por camada da viga*

Verificação para que nas vigas o número de cabos por camada seja menor que a capacidade máxima de cabos da viga em função de sua largura, a quantidade de cabos máxima ( $n_{max}$ ) de cada camada encontra-se na Tabela 3.

$$g_{32,33}(\mathbf{x}) = n_{a,b} - n_{max} \leq 0 \quad (99)$$

#### 4.3.9. *Relação entre as quantidades de cabos nas camadas*

Verificação para que nas vigas o número de cabos na primeira camada seja maior que o número de cabos na segunda camada.

$$g_{34}(\mathbf{x}) = n_b - n_a \leq 0 \quad (100)$$

#### 4.3.10. *Espessura total do pavimento*

Verificação para que a espessura total ( $h_{total}$ ) do pavimento seja menor do que o limite estabelecido pelo usuário ( $h_{max}$ )

$$g_{35}(\mathbf{x}) = h_{total} - h_{max} \leq 0 \quad (101)$$

onde

$$h_{total} = h_{laje} + h_{viga} + h_{capa} - h_{dente} \quad (102)$$

#### 4.3.11. *Largura máxima da viga*

Verificação para que a largura da viga seja menor do que o limite estabelecido pelo usuário

$$g_{36}(\mathbf{x}) = b_w - b_{max} \leq 0 \quad (103)$$

#### 4.3.12. *Vãos máximos*

Verificação para que os vãos da laje e da viga não ultrapassem o limite de  $l_{max}$ . O PCI (2004) define em seu catálogo o vão máximo de seus perfis, assim:

$$g_{37}(\mathbf{x}) = l_{viga} - l_{vmax} \leq 0 \quad (104)$$

$$g_{38}(\mathbf{x}) = l_{laje} - l_{lmax} \leq 0 \quad (105)$$

#### 4.3.13. Verificação da linha neutra das lajes

No caso da laje alveolar, foi considerada uma restrição para que a linha neutra fique acima dos alvéolos, assim podendo ser dimensionada como seção retangular. Os valores máximos da linha neutra ( $x_{max}$ ) encontram-se na Tabela 1.

$$g_{39}(\mathbf{x}) = x_{laje} - x_{max} \leq 0 \quad (106)$$

#### 4.3.14. Limite do “dente” das lajes

Na laje tipo Pi possibilitou-se o emprego de um “dente”, por motivos estéticos, foi considerada uma restrição para que o dente da laje não ultrapasse a altura da viga.

$$g_{40}(\mathbf{x}) = h_{dente} - h_{viga} \leq 0 \quad (107)$$

## 5. ALGORITMOS DE SOLUÇÃO

### 5.1. Algoritmo genético básico

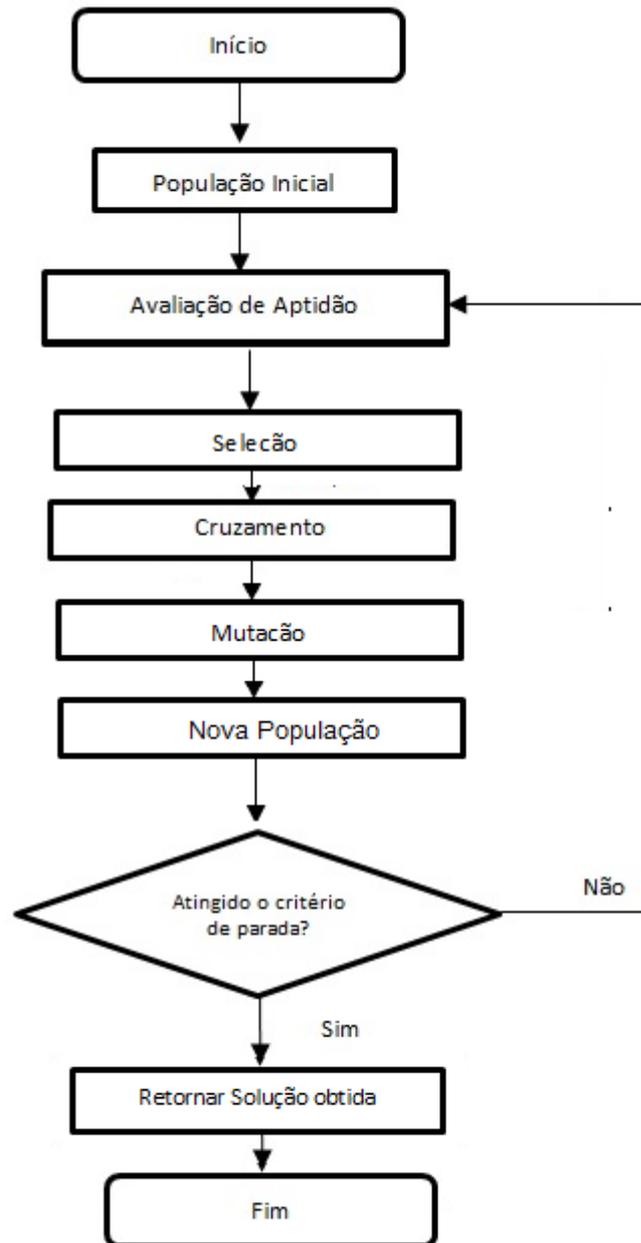
Os métodos de busca aleatórios tradicionais inicialmente tiveram aplicação bastante limitada devido ao custo computacional elevado exigido em problemas com várias variáveis. Com o passar dos anos diferentes técnicas relacionadas aos algoritmos evolutivos foram criadas, dentre eles estão os algoritmos genéticos. Os princípios básicos dos AGs foram inicialmente estudados por Holland (1975). Os AGs fazem analogia à teoria da evolução de Charles Darwin, na qual os indivíduos menos aptos à sobrevivência perecem e os mais aptos sobrevivem e geram descendentes. Os indivíduos carregam informações que são possíveis soluções do problema. A cada geração os indivíduos são avaliados por uma função que determina o quão apto ele é a sobrevivência. Os mais aptos tem mais possibilidades de se reproduzirem e gerar descendentes ainda mais aptos. Os descendentes passam pela mesma avaliação que os pais até que se atinja um critério de parada que pode ser: o número de cruzamentos, o tempo limite de processamento ou o critério de estagnação. O fluxo geral de um algoritmo genético é ilustrado na Figura 13.

Golberg (1989) afirma que os AGs se diferenciam da maioria dos métodos de busca e otimização por quatro motivos:

- Trabalham em um espaço de soluções codificadas e não diretamente com o espaço de busca;
- Trabalham com um conjunto de pontos (população) e não a partir de pontos isolados;
- Não necessitam de derivadas ou outro conhecimento auxiliar, pois utilizam informações de custo ou recompensa (função objetivo);
- Usam regras de transição probabilísticas.

Segundo Silva (2005), os “algoritmos genéticos são as mais difundidas e estudadas técnicas de computação evolucionária, pela sua flexibilidade, relativa simplicidade de implementação, e eficácia em realizar busca global em ambientes diversos. Vista de forma global, a evolução natural implementa mecanismos adaptativos de otimização embora estejam longe de serem uma forma de busca aleatória. Os AGs tentam dirigir a busca para regiões do espaço onde é provável que os pontos ótimos estejam”.

Figura 13 Fluxo geral de um algoritmo genético



Fonte: Elaborada pelo autor

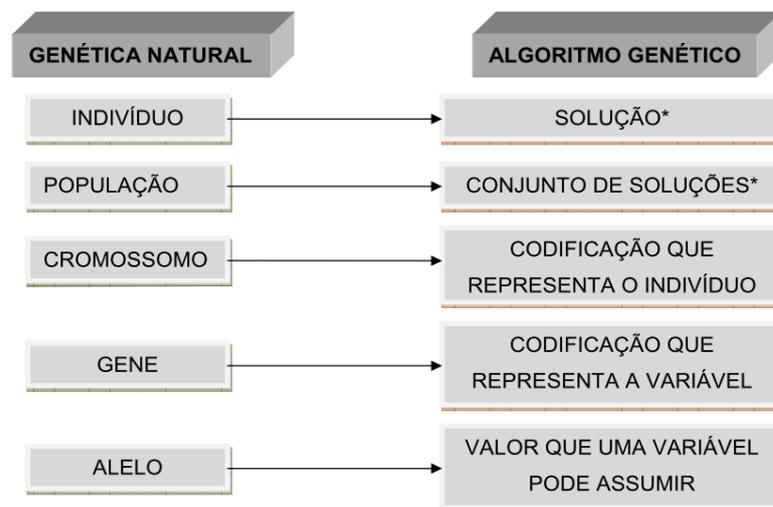
As correlações existentes entre os AGs e a biologia são descritas:

- a) Espaço fenotípico: conjunto formado por todas as variáveis de projeto, por exemplo, áreas de seção transversal, coordenadas nodais etc.;
- b) Espaço genotípico: representação codificada do espaço fenotípico;
- c) Gene: é a unidade básica de armazenamento;

- d) Cromossomo: formado pelo conjunto de genes que faz referência ao espaço de busca genotípico. Cada cromossomo representa uma possível solução do problema;
- e) Indivíduo: candidato à solução do problema. Na forma genotípica é representado pelo cromossomo e na fenotípica, pelas variáveis do problema;
- f) População: Conjunto de indivíduos que evoluem durante o processo de otimização pela aplicação dos operadores do algoritmo, sendo gerada a cada geração (iteração) uma nova população;
- g) Operadores genéticos: mecanismos aplicados aos cromossomos para promover a evolução dos indivíduos;
- h) Espaço de busca: conjunto de todas as possíveis soluções do problema, sendo elas viáveis ou inviáveis;
- i) Função objetivo: função matemática que quantifica o quão próximo uma solução está da solução desejada (maximização ou minimização).
- j) Função penalidade: expressão matemática que traduz as penalizações do indivíduo, quando este viola as restrições do problema;
- k) Função aptidão: função matemática formada pela função objetivo acrescida da função penalidade.

Algumas dos termos citados por Fonseca (2007) são mostrados por Lima (2011), que faz uma associação entre os conceitos da teoria evolucionista de Darwin e os algoritmos genéticos (Figura 14).

Figura 14 Correspondência entre a genética Darwinista e o algoritmo genético



\* Solução, neste caso não implica dizer que a solução seja viável

Fonte: Lima (2011)

Grosko *et al* (2006), citam que no AG básico temos a geração da população, avaliação da população, teste de convergência, seleção dos indivíduos, aplicação dos operadores e criação de uma nova geração.

Inicialmente, gera-se uma população inicial de indivíduos, cada um representando um ponto no espaço de projeto. Tais indivíduos são classificados de acordo com sua aptidão e os mais aptos têm maior probabilidade de fazer parte da geração seguinte e cruzar. Os indivíduos resultantes de tais cruzamentos são submetidos à mutação, os melhores indivíduos da população continuam para a próxima geração através do elitismo, formando assim uma nova geração. O processo continua até que o critério de parada seja atingido. (ROCHA, 2013).

Rocha (2013) afirma que as principais desvantagens dos AGs são o alto custo computacional quando comparados a métodos de programação matemática e o fato de não fornecerem garantia de atingir o mínimo global de um problema. A primeira desvantagem pode ser superada com a utilização da computação paralela, que acelera o tempo do processo de otimização. Quanto às vantagens, os mesmos apresentam menor tendência à convergência prematura, pois trabalham em diversos pontos do espaço de projeto ao mesmo tempo, além de precisar somente do valor da função objetivo (não necessita de derivadas), isso torna o AG vantajoso no tratamento de problemas com variáveis discretas.

Segundo Kincinger *et al.* (2005), as vantagens dos algoritmos genéticos:

- a) Não é necessário nenhum conhecimento prévio do espaço de busca;
- b) Habilidade para lidar com problemas de várias dimensões;
- c) Apresenta-se robusto para várias classes de problemas;
- d) Apresentam várias boas soluções;
- e) Habilidade para encontrar regiões de ótimo global.

### **5.1.1. Função Aptidão e Penalidade**

A função aptidão é uma forma de classificar numericamente o nível de aptidão de determinado indivíduo de passar suas características para futuras gerações. Cada cromossomo tem um valor de aptidão a ele associado. A função aptidão é composta pela função objetivo e pela função penalidade, em problemas sem restrições a função penalidade não é considerada.

As estratégias para tratar as restrições podem ser classificadas em diretas ou interiores e indiretas ou exteriores (BARBOSA E LEMONGE, 2004). Dentre os métodos diretos mais simples, tem-se a pena de morte, que simplesmente descarta o indivíduo inviável

e cria outro, repetindo o processo até obter um viável. Segundo o autor, esta técnica pode ser computacionalmente ineficiente de acordo com o espaço de projeto pesquisado.

Dentre as técnicas indiretas, a mais popular e de implementação simples é a de penalidade exterior. Em problemas de minimização, ela consiste em aumentar a função objetivo  $f(\mathbf{x})$  de indivíduos inviáveis, o que pode ser feito de forma aditiva,

$$F(x) = f(x) + pen(\mathbf{x}, k) \quad (108)$$

ou multiplicativa,

$$F(\mathbf{x}) = f(\mathbf{x}) \cdot pen(\mathbf{x}, k) \quad (109)$$

usando a função de penalidade  $pen(x, k)$ , onde  $k$  é um parâmetro de penalidade constante. (OLIVEIRA, 2014). A utilização de um mesmo fator  $k$  para todos os indivíduos inviáveis caracteriza a penalidade tipo estática.

A maior dificuldade no uso de penalidades do tipo estática é a dificuldade de escolha da função, pois a utilização de um fator de penalidade muito baixo pode levar a soluções não factíveis e com um fator muito alto poderá convergir prematuramente para uma solução factível, porém não ótima.

Deb (2000) propôs um fator de penalidade adaptativa que leva o valor da função objetivo de indivíduos inviáveis ao valor mais alto de toda população ( $f_{max}$ ) e adiciona a soma de todas as restrições:

$$f_p = \begin{cases} f(\mathbf{x}) & \text{se } \mathbf{x} \text{ for viável} \\ f_{max} + \sum_{i=1}^{n_{res}} (\max(g_i(\mathbf{x}), 0)) & \text{se } \mathbf{x} \text{ for inviável} \end{cases} \quad (110)$$

onde  $f_{max}$  representa a maior função objetivo da população.

### 5.1.2. Seleção

O operador de seleção tem como função principal definir aleatoriamente os indivíduos que irão para a próxima geração e serão utilizados no cruzamento e mutação. Segundo Cortês (2010), este operador leva em consideração o índice de aptidão do indivíduo ao problema. Dessa forma, os indivíduos mais aptos permanecem na população, a fim de gerar descendentes com índices de aptidão cada vez maiores, enquanto que os indivíduos

menos aptos tendem a desaparecer. Castilho (2003) e Albuquerque (2007) comentam que os principais métodos de seleção são os tipos *rank*, roleta e torneio. A seguir são apresentados alguns métodos de seleção (GOLDBERG, 1989; LACERDA & CARVALHO, 1999).

- Seleção por torneio: método de seleção baseado na sobrevivência das espécies onde  $n$  indivíduos escolhidos aleatoriamente competem em termos da função objetivo, geralmente  $n = 2$ , assim o melhor indivíduo é selecionado, o processo se repete até que a nova população seja gerada.
- Seleção por roleta: método de seleção que consiste em quantificar a probabilidade do indivíduo ser selecionado proporcionalmente a função aptidão do mesmo. A probabilidade de seleção  $p_i$  de cada indivíduo  $i$  com aptidão  $F_i$  em uma população de tamanho  $N$  é dado pela Equação (111). A partir de  $p_i$  calcula-se a frequência acumulada  $q_i$  depois geram-se aleatoriamente um número  $r$ , onde  $0 \leq r \leq 1$ , se  $r < q_i$  então o primeiro indivíduo é selecionado, se não, é selecionado o  $i$ -ésimo indivíduo tal que  $q_{i-1} < r < q_i$ . Um exemplo de aplicação desta técnica foi feito para geração da nova população (b, c, a, a, e), conforme a Tabela 9, ilustrado pela Figura 15.

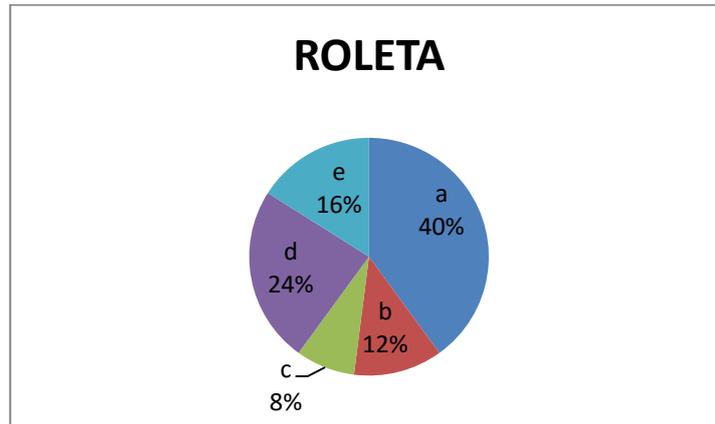
$$p_i = \frac{F_i}{\sum_{i=1}^N F_i} \quad (111)$$

Tabela 9 Seleção por roleta

População	$f(x)$	$p_i$	$q_i$	$r$	Nova População
a	10	0,40	0,40	0,5	b
b	3	0,12	0,52	0,6	c
c	2	0,08	0,60	0,1	a
d	6	0,24	0,84	0,32	a
e	4	0,16	1	0,99	e
$\sum f(x) = 25$					

Fonte: Elaborada pelo autor

Figura 15 Seleção por roleta



Fonte: Elaborada pelo autor

- Seleção por *rank*: método de seleção onde os indivíduos são ordenados de acordo com sua função aptidão, com um diferencial que a seleção por rank os indivíduos tem suas probabilidades de seleção distribuídas linearmente, Albuquerque (2007) fala da vantagem deste método o não surgimento do super-indivíduo, que seria aquele que tem uma aptidão muito melhor do que os demais e que, por isso, pode aparecer várias vezes na mesma população, podendo levar a convergência prematura. No *rank* o método de seleção continua sendo a roleta, a diferença está na determinação das probabilidades de seleção, onde são utilizadas as posições no *rank* e não a função aptidão. A probabilidade de seleção associada ao *i*-ésimo indivíduo do *rank* ( $p_i$ ) está associada à posição do *i*-ésimo indivíduo no *rank* ( $R_i$ ) em uma população de tamanho  $N$ , conforme Equação (112). O mesmo exemplo de aplicação dado na Tabela 9 foi aplicado agora utilizando a seleção por rank num problema de minimização conforme a Tabela 10 ilustrado pela Figura 16.

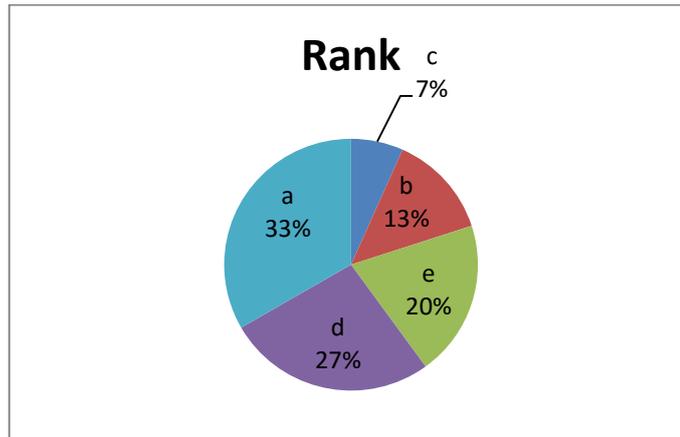
$$p_i = \frac{2R_i}{N(N+1)} \quad (112)$$

Tabela 10 Seleção por Rank

População	$f(x)$	Posição no Rank	$p_i$
a	10	5	0,33
b	3	2	0,13
c	2	1	0,07
d	6	4	0,27
e	4	3	0,20

Fonte: Elaborada pelo autor

Figura 16 Seleção por rank



Fonte: Elaborada pelo autor

### 5.1.3. Cruzamento (Crossover)

Cruzamento é o processo de combinação entre dois indivíduos (pais) para gerar novos descendentes. É o principal processo de diversificação da população. Uma alta taxa de cruzamento implica uma maior exploração do espaço de projeto, no entanto, com uma maior exploração do espaço de projeto, tem-se um maior esforço computacional.

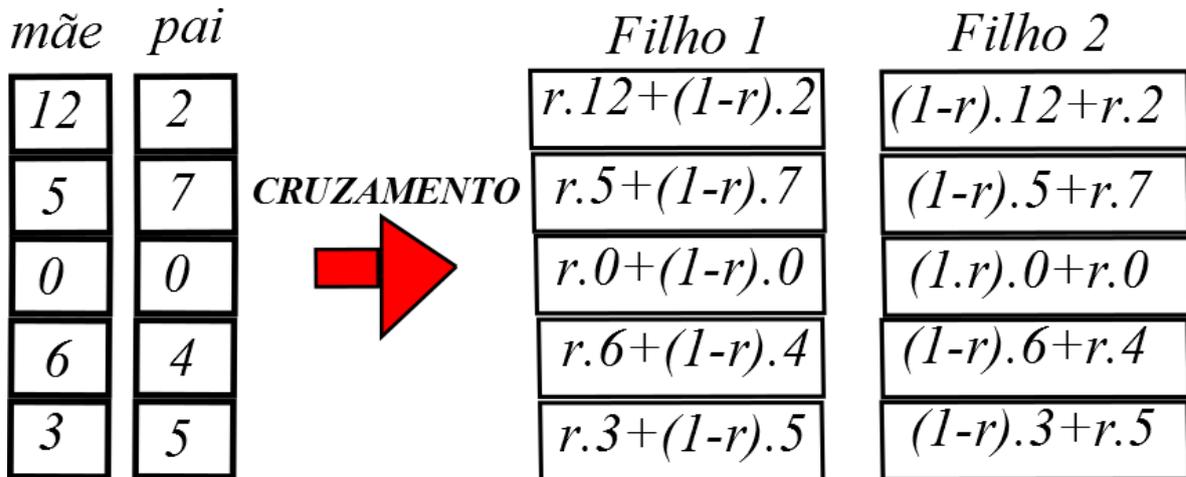
A quantidade de indivíduos que irão participar do cruzamento é ditada pela taxa de cruzamento ( $T_c$ ). A taxa de cruzamento trata-se de um número real [0,1], o qual indica a porcentagem da nova população será preenchida por indivíduos que passarão pelo cruzamento. A presente dissertação utilizar-se-á de um cruzamento utilizando codificação real. Michalewicz (1996) e Rocha (2013) propuseram que o cruzamento seja feito da forma:

$$a_i = r \cdot m_i + (1 - r) \cdot p_i \quad (113)$$

$$b_i = (r - 1) \cdot m_i + r \cdot p_i \quad (114)$$

onde  $r$  é um número randômico compreendido entre 0 e 1,  $m_i, p_i, a_i$  e  $b_i$  são os cromossomos da mãe, pai e filhos ( $a$  e  $b$ ), respectivamente. Conforme ilustrado na Figura 17:

Figura 17 Combinação de genes



Fonte: Elaborada pelo autor

#### 5.1.4. Mutação

Após o cruzamento ocorre o processo de mutação, pois embora os AGs sejam menos susceptíveis a mínimos locais, sua convergência pode ocorrer prematuramente, comprometendo os resultados obtidos. O operador de mutação ajuda para que essa rápida convergência seja evitada, este é um modo de explorar melhor todo o espaço de projeto.

O operador de mutação é aplicado nos filhos gerados no processo de cruzamento utilizando uma probabilidade de mutação  $P_m$ . Castilho (2003) e Castilho *et. al* (2007) citam que a taxa de mutação deve estar entre  $(0,001 \leq P_m \leq 0,1)$ , Albuquerque (2007) utiliza taxa de 0,01. O presente trabalho faz um estudo de convergência para determinar a melhor taxa de mutação para solução do problema.

O operador de mutação possibilita um aumento na diversificação da população, no entanto, se a taxa for alta os descendentes podem perder as características dos pais assim comprometendo a solução.

#### 5.1.5. Elitismo

Devido à aleatoriedade do processo de seleção não se pode garantir que os melhores indivíduos serão selecionados, esta consideração é abordada por Coley (1999):

“A menos que o indivíduo mais apto seja muito, mas muito mais apto do que qualquer outro, ocasionalmente ele não será selecionado. Não ser selecionado, é ‘morrer’. Assim, com uma seleção baseada em aptidão, a melhor solução do

problema descoberta até um determinado momento, pode ser descartada. Embora isto pareça contra-produtivo, pode ser vantajoso em alguns problemas, porque permite explorar mais o espaço de busca, antes da convergência. Este balanço entre exploração (*exploration*) do espaço de busca e exploração (*exploitation*) das descobertas é um tema recorrente de pesquisa em AG. Em muitas aplicações a velocidade de busca pode ser melhorada consideravelmente quando o melhor indivíduo de uma geração (elite) é passado para a seguinte, com a garantia que ele não se modifique via cruzamento ou mutação, num processo conhecido como elitismo.”

O presente trabalho utiliza do operador elitismo como sendo um complementar à taxa de cruzamento. Utilizando-se uma população de 1000 indivíduos com taxa de cruzamento de 0,85 implica que 850 indivíduos da nova população serão os descendentes do processo seleção/cruzamento/elitismo, e os 150 indivíduos virão diretamente para a próxima geração.

## 5.2. PSO (Particle Swarm Optimization)

O algoritmo de otimização que simula a inteligência de enxames, denominado Otimização por Enxame de Partículas – *Particle Swarm Optimization* (PSO), foi desenvolvido inicialmente por Kennedy e Eberhart (1995) baseado no comportamento de animais que vivem em grandes grupos, como cardumes de peixes e bando de pássaros. Os autores afirmam que ao levantar vôo, os pássaros se comportam de forma aleatória. Mas, passando algum tempo já estarão voando organizadamente e, caso seja encontrado um bom lugar para se alimentar, todos os pássaros do bando se dirigirão ao local e pousarão. No modelo computacional cada pássaro é representado por uma partícula e o local de pouso seria um mínimo local.

Os estudos de Kennedy e Eberhart (1995) levaram ao desenvolvimento de estudos da “Swarm Intelligence” (SI), ou Inteligência do Enxame, proposto por Beni e Wang (1989), que é um conjunto de técnicas baseadas no comportamento coletivo de sistemas auto-organizados, distribuídos, autônomos, flexíveis e dinâmicos. Estes sistemas são formados por uma população de agentes computacionais simples que possuem a capacidade de perceber e modificar o seu ambiente de maneira local. (SERAPIÃO, 2009).

Rosendo (2010) afirma que a inteligência do enxame é uma característica marcante do PSO, a SI é a forma como os agentes, ou partículas, se relacionam entre si. Eles apresentam um comportamento colaborativo, simulando um compartilhamento de

experiências e cooperando entre si em busca das melhores soluções. Serapião (2009) comenta que cada indivíduo de uma população possui sua própria experiência e é capaz de estimar a qualidade dessa experiência (aprendizagem individual ou cognitiva). Como os indivíduos são sociais, eles também possuem conhecimentos sobre como seus vizinhos comportam-se (transmissão cultural ou social).

A maior parte dos algoritmos de PSO empregam dois princípios sócio-métricos, que representam dois tipos de informação importante no processo de decisão. O primeiro princípio ( $g_B$ ) conecta conceitualmente todos os membros de uma população entre si. Como consequência, o comportamento de cada partícula é influenciado pelo comportamento de todas as outras partículas. A segunda métrica ( $p_B$ ) cria uma vizinhança para cada indivíduo composta por ele próprio e seus vizinhos mais próximos.

No algoritmo PSO, os indivíduos da população são representados por pontos (soluções em potencial) chamados de partículas. Cada partícula possui uma aptidão, que é avaliada pela função objetivo, com sua respectiva velocidade que direciona o voo da partícula. A cada iteração baseado na sua melhor posição já encontrada ( $p_{Be}$ ) e de acordo com a melhor posição encontrada pelo enxame ( $g_B$ ), altera a velocidade da partícula em busca de melhores resultados. Multiplicadores baseados na geração de números aleatórios também são usados para criar a aleatoriedade da busca.

A formulação básica de Kennedy e Eberhart (1995) é mostrada pelas Equações (115) e (116). Uma partícula irá se mover numa direção, em função da posição atual da partícula  $x_i(t)$ , da velocidade  $v_i(t+1)$ , da posição em que a partícula obteve melhor desempenho até o momento ( $p_B$ ), e da posição com melhor desempenho de todas as partículas do bando ( $g_B$ ), com uma velocidade igual a

$$v_i(t+1) = v_i(t) + c_1 \cdot r_1 \cdot (p_B(t) - x_i(t)) + c_2 \cdot r_2 \cdot (g_B(t) - x_i(t)) \quad (115)$$

onde  $c_1$  e  $c_2$  são constantes conhecidas como coeficientes de aceleração, na formulação inicial de Kennedy e Eberhart (1995) elas assumiam valor igual a 2;  $r_1$  e  $r_2$  são gerados dois números aleatórios distribuídos uniformemente no intervalo  $[0,1]$ . A nova posição  $x_i(t+1)$  da partícula é dada pela por:

$$x_i(t+1) = x_i(t) + v_i(t+1) \quad (116)$$

Ratnaweera *et al* (2004) afirmam que a primeira parte da Equação (115) representa a velocidade anterior, que proporciona a força necessária para as partículas se movimentarem através do espaço de busca. A segunda parte, conhecida como o componente "cognitivo", representa o pensamento pessoal de cada partícula. O componente cognitivo incentiva as partículas a se moverem em direção as suas próprias melhores posições encontradas até o momento. A terceira parte é conhecida como componente "social", que representa o efeito colaborativo das partículas, em encontrar a solução ótima global. O componente social sempre direciona as partículas em direção à melhor posição global das partículas encontrada até o presente momento.

Segundo Serapião (2009), para limitar a velocidade de uma partícula para que o sistema não extrapole o espaço de busca, são impostos limites ( $V_{max}$ ) para seus valores em cada dimensão ( $d$ ) do espaço de busca dados pelas Equações (117) e (118).

$$\text{se } v_i > v_{max} \text{ então } v_i = v_{max} \quad (117)$$

$$\text{senão se } v_i < -v_{max} \text{ então } v_i = -v_{max} \quad (118)$$

A cada iteração do PSO novas velocidades e posições serão determinadas para as partículas e o processo de repete até que um critério de terminação é atingido ou Serapião (2009) descreve o pseudocódigo do algoritmo PSO na forma:

- 1 – Determine o número de partículas  $P$  da população.
- 2 – Inicialize aleatoriamente a posição inicial ( $x$ ) de cada partícula  $p$  de  $P$ .
- 3 – Atribua uma velocidade inicial ( $v$ ) igual para todas as partículas.
- 4 – Para cada partícula  $p$  em  $P$  faça:
  - a) Calcule sua aptidão  $f_p = f(p)$ .
  - b) Calcule a melhor posição da partícula até o momento ( $p_B$ ).
- 5 – Descubra a partícula com melhor aptidão de toda a população ( $g_B$ ).
- 6 – Para cada partícula  $p$  em  $P$  faça:
  - a) Atualize a velocidade da partícula pela Equação (115).
  - b) Atualize a posição da partícula pela Equação (116).
- 7 – Se a condição de término não for alcançada, retorne ao passo 4.

### 5.2.1. *Peso de Inércia*

Existem diversas variações do PSO, dentre elas, o conceito de peso de inércia foi introduzido na versão original do PSO por Shi e Eberhart (1998), objetivando equilibrar a busca local e global durante o processo de otimização. A consideração principal da alteração do parâmetro inércia ( $w$ ) é evitar convergência prematura nos primeiros estágios da pesquisa e melhorar a convergência para a solução ótima global durante os últimos estágios da pesquisa. Segundo Ratnaweera (2004), a Equação (115) muda para:

$$\mathbf{v}_i(t+1) = w \cdot \mathbf{v}_i(t) + c_1 \cdot r_1 \cdot (\mathbf{pB}(t) - \mathbf{x}_i(t)) + c_2 \cdot r_2 \cdot (\mathbf{gB}(t) - \mathbf{x}_i(t)) \quad (119)$$

$$w = (w_1 - w_2) \cdot \frac{(MAXITER - iter)}{MAXITER} + w_2 \quad (120)$$

onde  $w_1$  e  $w_2$  são os valores iniciais e finais do peso de inércia respectivamente,  $iter$  é o número da iteração atual e  $MAXITER$  é o número máximo de iterações permitidas.

Ratnaweera *et al* (2004) afirmam que geralmente, nos algoritmos evolucionários, uma elevada diversidade é necessária durante a primeira parte da pesquisa para permitir uma busca envolvendo todo o espaço de busca. Por outro lado, durante a última parte da busca, quando o algoritmo está próximo de convergir para a solução ótima, o refinamento das soluções é importante para encontrar o ótimo global eficientemente. Assim os autores propõem três estratégias para melhorar a performance do PSO:

- *Time-Varying Acceleration Coefficients (TVAC)*: têm-se uma variação dos parâmetros de inércia, bem como os coeficientes  $c_1$  e  $c_2$  também variam de acordo com as Equações (121) e (122). A velocidade da particular é dada pelas Equações (119) e (120).

$$c_1 = (c_{1f} - c_{1i}) \frac{iter}{MAXITER} + c_{1i} \quad (121)$$

$$c_2 = (c_{2f} - c_{2i}) \frac{iter}{MAXITER} + c_{2i} \quad (122)$$

onde  $c_{1i}$ ,  $c_{1f}$ ,  $c_{2i}$  e  $c_{2f}$  são constantes onde os autores realizaram que os valores ótimos para a maioria de seus benchmarks foram observados com  $2,5 \leq c_1 \leq 0,5$  e  $0,5 \leq c_2 \leq 2,5$

- *PSO with “Mutation” and Time-Varying Acceleration coefficients (MPSO-TVAC)*: O algoritmo possui as mesmas características do TVAC, com o acréscimo do conceito de mutação, que é utilizado em diversos algoritmos evolucionários. Uma partícula é selecionada aleatoriamente e, em seguida, uma perturbação aleatória (passo de mutação) é adicionada ao módulo do vetor velocidade da partícula aleatoriamente por uma probabilidade definida (probabilidade de mutação). Os autores consideraram que o tamanho do passo de mutação é definido proporcionalmente à velocidade máxima permitida.
- *Self-Organizing Hierarchical PSO with TVAC (HPSO-TVAC)*: nesta variação do PSO, os autores observaram que com a retirada do termo velocidade anterior ( $v_i$ ) na Equação (115), as partículas convergiam rapidamente para um mínimo local e a convergência dependia diretamente da população inicial. Para solução deste problema foi criado o *HPSO-TVAC*, para dar o impulso necessário para encontrar a melhor solução global com a ausência do termo velocidade anterior, como mostrado no pseudocódigo de Ratnaweera *et al.* (2004)

Figura 18 Pseudocódigo *HPSO-TVAC*

```

begin
  initialize the population
  while (termination condition= false)
  do
    for (i=1 to number of particles)
      evaluate the fitness:=f (x)
      update Pid and Pgd
      for d=1 to number of dimensions
        calculate the new velocity
        vid = c1 * rand1(·) * (pid - xid) + c2*
        rand2(·) * (pgd - xid)
        if (vid = 0)
          if (rand3(·) < 0.5)
            vid = rand4(·) * v
          else
            vid = -rand5(·) * v
          end if
        end if
        vid = sign(vid) * min(abs(vid), vmax)
        update the position
      increase d
    increase i
  end do
end

```

Fonte: Ratnaweera (2004)

Barroso *et. al* (2014) utilizaram os AGs e o PSO com uma variação linear dos parâmetros (TVAC), conforme as Equações (120), (121) e (122). Os autores utilizaram também operadores de mutação oriundos dos AGs, resultando assim num algoritmo híbrido. O algoritmo PSO utilizado nesta dissertação foi a mesma variação utilizada pelos autores.

### 5.3. BIOS

Programa de código aberto desenvolvido no LMCV da UFC, o BIOS (*Bio Inspired Optimization System*) foi inicialmente desenvolvido por Rocha (2013) que implementou o algoritmo genético. Foi implementado utilizando a linguagem C++ e o paradigma de programação orientada a objetos (POO). Atualmente o BIOS possui o AG e PSO.

O BIOS possui como estratégias para lidar com restrições: o método de penalidade proposto por Deb (2000), a penalidade estática e a penalidade adaptativa proposta por Barbosa e Lemonge (2004). A seleção do algoritmo se dá de forma proporcional à função objetivo ou através do ranking.

## 6. EXEMPLOS NUMÉRICOS

Para avaliar a eficiência da formulação apresentada nesta dissertação, foram realizados inicialmente testes de calibração de parâmetros do algoritmo genético. A formulação proposta foi aplicada utilizando o algoritmo Enxame de Partículas no intuito de validar as soluções encontradas e ainda avaliar a eficiência do PSO frente ao problema considerado.

### 6.1. Calibração do Algoritmo

Para calibração dos parâmetros do algoritmo genético foram realizadas diversas otimizações com o modelo proposto para valores distintos destes parâmetros, objetivando determinar os valores ou intervalo que fornecesse a maior taxa de sucesso. Rocha (2013) define a taxa de sucesso (*Reliability*) como sendo o número de otimizações nas quais um ótimo global foi encontrado ( $N_o$ ) dividido pelo número total de otimizações realizadas ( $N$ ):

$$R(\%) = 100 \cdot \frac{N_o}{N} \quad (123)$$

Foi utilizado como exemplo de calibração do algoritmo o projeto do Hotel Holliday Inn, este foi otimizado por Albuquerque (2007). O pavimento tem dimensões de 74 m por 24 m considerando algumas restrições arquitetônicas, os dados do problema estão descritos na Tabela 11.

O valor de referência usado como solução ótima no cálculo da taxa de sucesso foi a solução obtida considerando um total de 7000 gerações com 10000 indivíduos, o resultado encontra-se na Tabela 12. Utilizou-se essas valores bastante elevados para uma maior exploração do espaço de busca.

Os parâmetros utilizados na calibração do AG foram escolhidos por serem comumente encontrados na literatura (CASTILHO, 2003; OLIVIERI, 2004; ALBUQUERQUE, 2007; BALAMURUGAN *et al*; 2008; CORTÊS, 2010; ROCHA, 2013; OLIVEIRA, 2014), e estão descritos abaixo:

- Taxa de cruzamento: 80%
- Elistismo: 20%
- Probabilidade de mutação: 15%
- Número de otimizações: 100

Tabela 11 Dados do problema Hotel Holliday Inn

Parâmetro	Valor
Dimensão pavimento X (m)	74,0
Dimensão pavimento Y (m)	24,0
Número de pavimentos (und)	5,0
Vão mínimo X (m)	7,5
Vão mínimo Y (m)	7,5
Espessura máxima do pavimento(m)	0,65
Largura máxima da alma da viga(m)	0,8
Carga acidental (kN/m <sup>2</sup> )	5,0
Carga permanente - PAV+REV (kN/m <sup>2</sup> )	1,0
Carga de paredes sobre a laje (kN/m <sup>2</sup> )	0,0
Carga de trabalho na fase de construção (kN/m <sup>2</sup> )	0,5
Custo do aço armadura passiva $C_{ad}$ (R\$/kg)	4,0
Custo do aço de protensão $C_{ap}$ (R\$/kg)	7,0
Massa específica da armadura passiva (kg/m <sup>3</sup> )	7760,0
Massa específica da armadura ativa (kg/m <sup>3</sup> )	7810, 65
Custo diário da mão de obra de montagem (R\$/dia)	400,00
Custo diário aluguel de guindaste para montagem (R\$/dia)	1100,00
Custo de transporte utilizando carreta comercial (R\$/viagem)	1000,00
Custo de transporte utilizando carreta extensiva (R\$/viagem)	1600,00
Fator de custos indiretos	0,33

Fonte: Elaborado pelo autor

Tabela 12 Solução de referência (7000 gerações x 10000 indivíduos)

Variáveis	Modelo
$N_x / N_y / D_l$	8/3/0
$f_{ckpm}$	40
$f_{ckml}^1$	20
$h_l$	0,17
$h_v$	0,40
$b_w$	0,40
$l_v$	8,00
$l_l$	9,25
$n_a$	12
$n_b$	4
$n_{ap}$	0
$b_{ap}$	0
Tipo de Laje	Alveolar
Custo (R\$/m <sup>2</sup> )*	219,74

Fonte: Elaborado pelo autor

Para avaliação da eficiência computacional do AG, fez-se um estudo de convergência variando o tamanho da população ( $T_p$ ) e o número de gerações ( $N_g$ ) para determinação dos parâmetros ótimos do algoritmo. As taxas de sucesso obtidas estão descritas na Tabela 13.

Visando a diminuição do esforço computacional para as soluções obtidas com taxa de sucesso maior que 95%, foi realizado um estudo para determinar o menor número de avaliações feitas pelo algoritmo conforme ilustrado pela Tabela 13. O número de avaliações feitas é dado pela equação (124)

$$N_a = T_p + (N_g - 1) \cdot (T_p - T_e \cdot T_p) \quad (124)$$

onde  $N_a$  é o número de avaliações,  $T_p$  é o tamanho da população,  $N_g$  é o número de gerações e  $T_e$  é a taxa de elitismo.

Tabela 13. Estudo de convergência – Taxa de Sucesso (%)

Gerações	Tamanho da População									
	150	300	450	600	750	900	1050	1200	1350	1500
100	7	16	12	15	12	13	25	20	17	18
200	18	40	47	49	58	53	67	71	72	76
300	43	56	74	80	83	87	92	94	<b>96</b>	<b>99</b>
400	37	64	83	93	90	<b>98</b>	<b>98</b>	<b>100</b>	<b>100</b>	<b>99</b>
500	58	77	86	91	92	<b>96</b>	<b>96</b>	<b>100</b>	<b>99</b>	<b>100</b>
600	67	83	90	<b>96</b>	<b>97</b>	<b>95</b>	<b>99</b>	<b>97</b>	<b>99</b>	<b>99</b>
700	74	80	<b>96</b>	<b>98</b>	<b>96</b>	<b>99</b>	<b>100</b>	<b>99</b>	<b>100</b>	<b>100</b>
800	71	93	<b>96</b>	<b>96</b>	<b>97</b>	<b>100</b>	<b>99</b>	<b>100</b>	<b>99</b>	<b>100</b>

Valores destacados: Taxa de sucesso maior que 95%

Fonte: Elaborado pelo autor

Analisando a Tabela 13 observamos que as melhores taxas de sucesso começam a acontecer a partir de 300 gerações e 450 indivíduos. Buscando um menor esforço computacional utilizou-se da Equação (124) para calcular o número total de avaliações para cada par Geração x Tamanho da população, os valores estão descritos na Tabela 14.

Tabela 14. Número total de avaliações

Gerações	Tamanho da População						
	600	750	900	1050	1200	1350	1500
300						324270	360300
400			288180	336210	<b>384240</b>	<b>432270</b>	480300
500			360180	420210	<b>480240</b>	540270	<b>600300</b>
600	288120	360150	432180	504210	576240	648270	720300
700	336120	420150	504180	<b>588210</b>	672240	<b>756270</b>	<b>840300</b>
800	384120	480150	<b>576180</b>	672210	<b>768240</b>	864270	<b>960300</b>

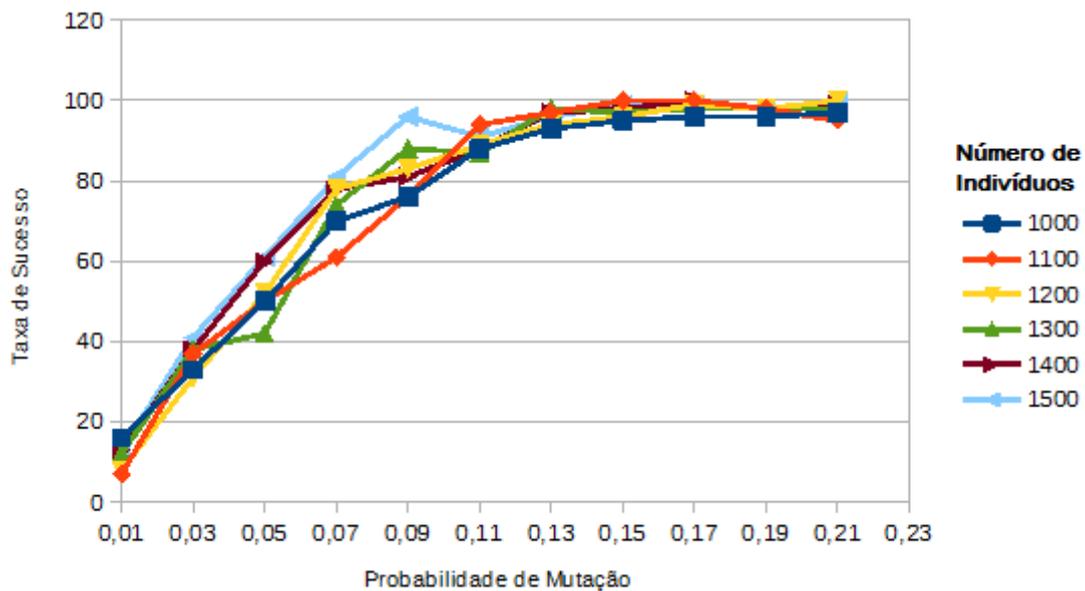
Valores destacados: Número de avaliações com taxa de sucesso de 100%

Fonte: Elaborado pelo autor

Foi observado que com um número mínimo de 384240 avaliações o algoritmo obteve um taxa de sucesso de 100%. Essa quantidade se dá com uma população de 1200 indivíduos com 400 gerações.

Para melhor desempenho do algoritmo foi feito um estudo da variação da taxa de sucesso em função da variação da probabilidade de mutação e do tamanho da população, conforme ilustrado pela Figura 19.

Figura 19 Convergência – Probabilidade de Mutação.



Fonte: Elaborado pelo autor

Observamos da Figura 19 que o algoritmo necessita de uma probabilidade de mutação mínima para conseguir boas taxas de sucesso (95 a 100%). Foi adotada uma taxa de mutação de 15%. Considerando as informações obtidas da Figura 19, Tabela 13 e Tabela 14,

o mínimo necessário para boas soluções é de 1200 indivíduos com 400 gerações, no entanto, para garantir a eficiência do algoritmo e a estabilidade dos resultados serão adotadas para os próximos exemplos uma população de 1500 indivíduos com 700 gerações. Então os parâmetros usados no algoritmo serão os descritos na Tabela 15.

Tabela 15 Parâmetros utilizados no AG

<b>Parâmetro</b>	<b>valor</b>
População	1500
Gerações	700
Taxa de cruzamento	80%
Elitismo	20%
Probabilidade de mutação	15%
Número de otimizações	100

Elaborado pelo autor

## 6.2. Hotel Holliday Inn

Os valores obtidos para os parâmetros na calibração serão usados agora na otimização do próprio exemplo de calibração. Os dados do problema encontram-se na Tabela 11. Os resultados obtidos estão ilustrados na Tabela 16:

Tabela 16 Comparativo: validação do modelo Hotel Holliday Inn

<b>Variáveis</b>	<b>Modelo Proposto</b>	<b>Albuquerque (2007)</b>
$N_x / N_y / D_l$	8/3/0	9/3/0
$f_{ckpm}$	40	40
$f_{ckml}^1$	20	20
$h_l$	0,17	0,17
$h_v$	0,40	0,40
$b_w$	0,40	0,40
$l_v$	8,00	8,00
$l_l$	9,25	8,22
$n_a$	12	10
$n_b$	4	5
$n_{ap}$	0	2
$b_{ap}$	0	0,01
Tipo de Laje	Alveolar	Alveolar
Custo (R\$/m <sup>2</sup> )*	219,74	222,84

\*Custo da estrutura pré-moldada, sem o custo do concreto moldado no local

Fonte: Elaborado pelo autor

Observou-se uma diferença de 1,3% nos custos por m<sup>2</sup> encontrados, essa diferença deve-se possivelmente ao fato de Albuquerque (2007) estar aplicando outro AG com codificação binária, ou, ao fato de para obtenção da solução o autor realizou 10 otimizações.

Após calibração do modelo, foram feitas variações de alguns parâmetros buscando a validação dos resultados do modelo proposto. Inicialmente buscou-se estudar o comportamento do modelo utilizando somente as lajes tipo Pi. As restrições de altura definidas por Albuquerque (2007) tornam inviáveis a utilização das lajes tipo Pi, assim, a espessura máxima do pavimento foi aumentada para 1,20 m, permitindo assim a utilização das lajes tipo Pi. Os dados do problema foram estabelecidos na Tabela 11.

Tabela 17 – Solução Hotel Holliday Inn com  $h_{max} = 1,20$

<b>Variáveis</b>	<b>Modelo Proposto</b>
$N_x / N_y / D_l$	7/3/0
$f_{ckpm}$	35
$f_{ckml}^1$	20
$h_l$	0,60
$h_v$	0,20
$b_w$	0,40
$l_v$	8,00
$l_l$	10,57
$n_a$	8
$n_b$	2
$n_{ap}$	0
$b_{ap}$	0
Tipo de Laje	Pi
Custo (R\$/m <sup>2</sup> )*	192,63

Custo da estrutura pré-moldada, sem o custo do concreto moldado no local

Fonte: Elaborado pelo autor

Comparando as Tabela 16 e a Tabela 17, observa-se que quando se tem liberdade na espessura máxima do pavimento, a solução tende ao sistema estrutural com laje tipo Pi. Assim, com os parâmetros utilizados, foi obtida uma redução de 12% no custo por m<sup>2</sup> da estrutura. Nota-se que o algoritmo utiliza lajes mais longas e mais altas.

Salienta-se que para os resultados obtidos com o modelo proposto, parâmetros oriundos da indústria para a laje Pi foram estimados, tais como: fator de despesas indiretas, produção diária de montagem, transporte, etc. Para avaliar a real redução, ou não, dos custos da laje tipo Pi em relação à alveolar, seriam necessários dados reais da indústria.

Objetivando avaliar o tipo de sistema estrutural em função da espessura máxima do pavimento, este parâmetro foi variado de 0,65 a 1,25 m. Os resultados estão descritos na Tabela 18.

Tabela 18 Resultado variação da espessura máxima – Hotel Holliday Inn

Variáveis	Espessura Máxima				
	0,65	0,8**	0,95**	1,1	1,25
$N_x / N_y / D_l$	8/3/0	8/3/0	7/3/0	7/3/0	7/3/0
$f_{ckpm}$	40	35	35	35	35
$f_{ckml}^1$	20	20	20	20	20
$h_l$	0,17	0,17	0,60	0,60	0,60
$h_v$	0,40	0,45	0,20	0,20	0,20
$b_w$	0,40	0,40	0,40	0,40	0,40
$l_v$	8,00	8,00	8,00	8,00	8,00
$l_l$	9,25	9,25	10,57	10,57	10,57
$n_a$	10	12	8	8	8
$n_b$	6	2	2	2	2
$n_{ap}$	0	0	0	0	0
$b_{ap}$	0	0	0	0	0
Tipo de laje	Alveolar	Alveolar	Pi	Pi	Pi
$h_d$	0	0	0	0	0
Desp. Operacionais (%)	18,82	18,94	13,12	13,12	13,12
Custo Montagem (%)	6,07	6,10	5,21	5,21	5,21
Custo Transporte (%)	8,48	8,78	10,41	10,41	10,41
Nº de lajes	160	160	70	70	70
Nº de vigas	27	27	24	24	24
Nº de pilares	36	36	32	32	32
Custo (R\$/m <sup>2</sup> )*	219,74	218,33	192,063	192,63	192,63

\*Custo da estrutura pré-moldada, sem o custo do concreto moldado no local

\*\* Soluções diferentes da suposta ótima obtida (

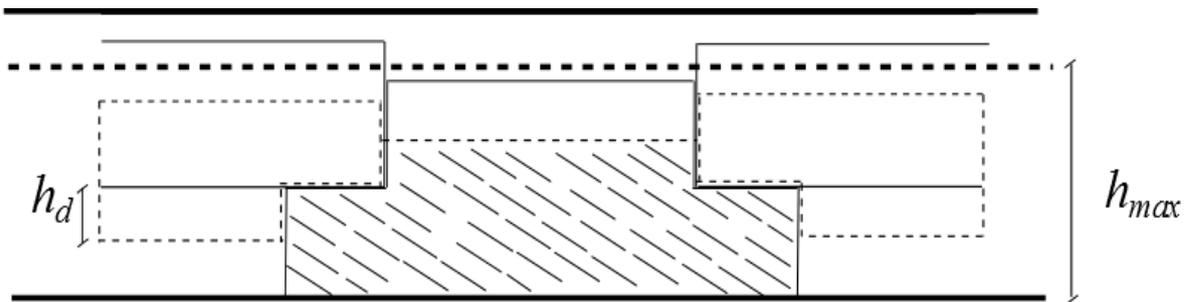
Fonte: Elaborado pelo autor

Observa-se na Tabela 18 que quando o projeto dá possibilidades para emprego da laje pi, ou seja, quando o pavimento possui espessura suficiente para utilizá-la, as soluções tendem a laje pi com vãos da ordem de 10,5 m.

Comparando os resultados da Tabela 16 e Tabela 18 com limite de espessura de 0,65 m, observa-se que para os mesmo parâmetros de problema temos duas soluções que diferem quanto ao posicionamento dos cabos na viga ( $n_a = 10$ ,  $n_b = 06$  e  $n_a = 12$ ,  $n_b = 04$ ) e que tem como solução o mesmo custo (R\$/m<sup>2</sup>) igual a 219, 74. Destacam-se essas soluções para mostrar a existência de mínimos locais problema.

Quanto à variável de projeto  $h_d$ , a mesma está ligada diretamente à espessura do pavimento. Quando se aplica o dente, a espessura do pavimento diminui, tendo assim uma redução da inércia da viga conforme ilustrado na Figura 20. Em todas as aplicações, tem-se vigas com ausência de dente. A redução de custo dada pelo emprego do dente é aparentemente insuficiente quando comparado ao ganho de inércia na viga. Pela Tabela 18 podemos observar que é mais viável a utilização da laje tipo alveolar do que lajes tipo Pi com dente.

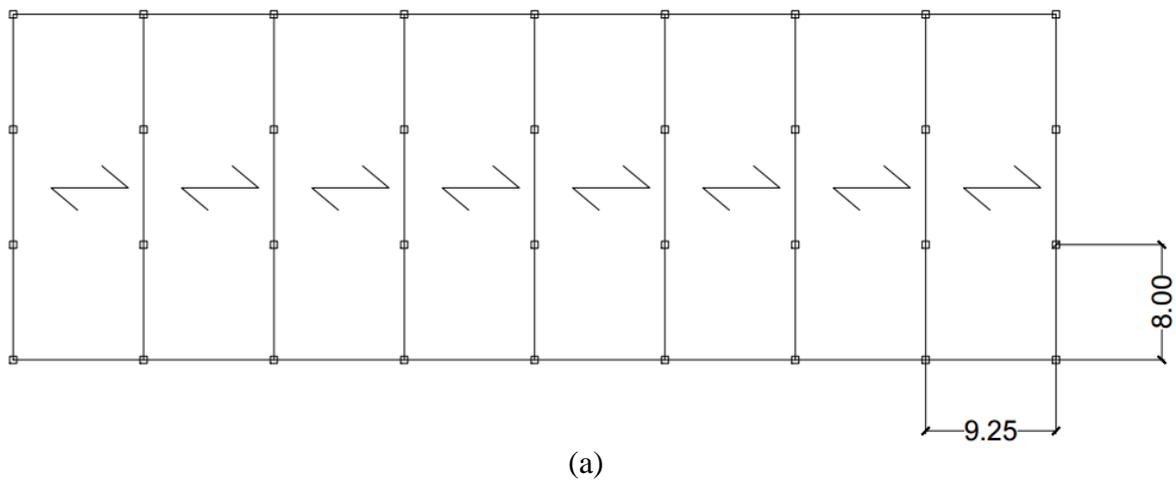
Figura 20 – Representação da diminuição da inércia da viga com o emprego do dente



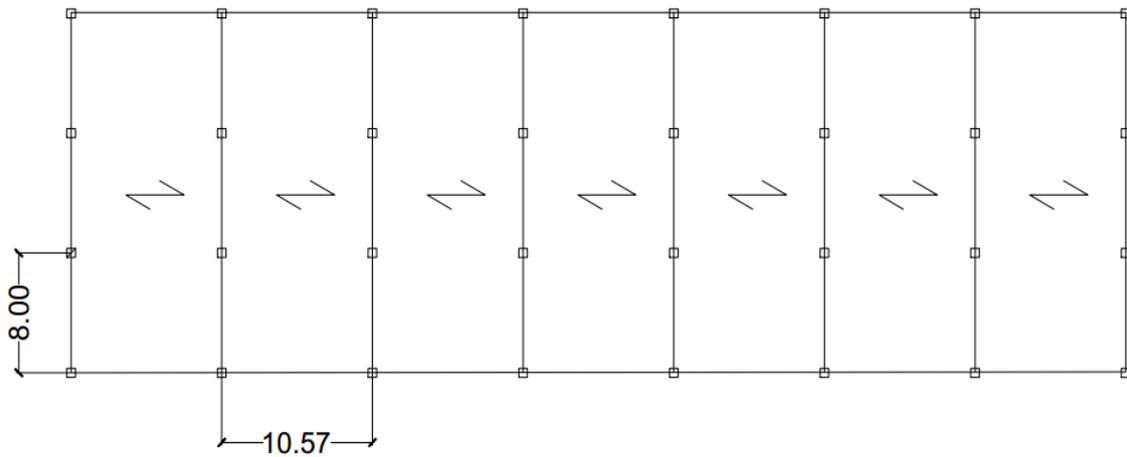
Quanto ao número de barras passivas na viga, observou-se a ausência de barras em todas as aplicações, isso significa que é mais viável a utilização de cabos de protensão à utilização de armadura passiva nas vigas.

As duas diferentes configurações estruturais obtidas na Tabela 18, são ilustradas na Figura 21. As restrições ativas estão destacadas na Tabela 19.

Figura 21 Configurações estruturais (a) Laje Alveolar (b) Laje Pi – Hotel Holliday Inn



(a)



(b)

Fonte: Elaborado pelo autor

Para avaliar os resultados do AG, o problema também foi resolvido usando o PSO. Avalia-se também a eficiência deste algoritmo aplicado à otimização de estruturas de concreto pré moldado. Foi utilizada uma formulação híbrida (PSO - TVAC) utilizando os mesmos parâmetros de Barroso *et al* (2014) descritos a seguir:

- População: 1500
- Número de gerações: 700
- Probabilidade de mutação: 15%
- Número de otimizações: 100
- Inércia 1.0 – 0.0
- Fator cognitivo ( $c_1$ ): Linear 2,5 – 0
- Fator social ( $c_2$ ): Linear 0 – 2,5

Primeiramente o PSO foi aplicado somente com a utilização das lajes tipo Pi, os resultados comparativos estão descritos na Tabela 20. Os dados do problema encontram-se na Tabela 11

Tabela 19 Restrições Hotel Holliday Inn

	<b>Restrição</b>	<b>Alveolar</b>	<b>Pi</b>
1	$\sigma_{desmoldagem}$ limite inferior na laje	-0,4614	<b>-0,0304</b>
2	$\sigma_{transporte}$ limite inferior na laje (0,8)	-0,6072	-0,2524
3	$\sigma_{transporte}$ limite inferior laje (1,3)	-0,7884	-0,3690
4	$\sigma_{montagem}$ limite inferior laje	-0,9475	0,4542
5	$\sigma_{desmoldagem}$ limite superior laje	-1,9226	-0,5529
6	$\sigma_{transporte}$ limite superior laje (0,8)	-1,8129	-0,6701
7	$\sigma_{transporte}$ limite superior laje (1,3)	-3,1599	-1,0490
8	$\sigma_{montagem}$ limite superior laje	-4,3430	-1,3258
9	ELS - Descompressão laje	-1,3314	-6,8934
10	ELS - Formação de fissuras laje	-1,2856	-2,5482
11	ELU - Flecha laje	-1,0125	-0,8221
12	ELU - Flecha viga	-0,6720	-0,8438
13	Relação Vão/altura da laje	<b>-0,0656</b>	-0,3745
14	$\sigma_{desmoldagem}$ limite inferior na viga	-1,4100	-1,6218
15	$\sigma_{transporte}$ limite inferior na viga (0,8)	-1,3736	-1,5998
16	$\sigma_{transporte}$ limite inferior viga (1,3)	-1,4343	-1,6365
17	$\sigma_{montagem}$ limite inferior viga	-1,1120	-1,1125
18	$\sigma_{desmoldagem}$ limite superior viga	-0,6274	-0,2323
19	$\sigma_{transporte}$ limite superior viga (0,8)	-0,5209	-0,1628
20	$\sigma_{transporte}$ limite superior viga (1,3)	-0,7873	-0,3367
21	$\sigma_{montagem}$ limite superior	-1,7685	-2,2641
22	ELS - Descompressão viga	-0,0037	-0,6075
23	ELS - Formação de fissuras viga	-0,9213	-1,0679
24	ELU - Momento solicitante viga	-0,9118	-0,4622
25	ELU - Beta x viga > 0	-54458,9	-27715,2
26	ELU - Beta x viga <= 0.6	<b>-0,092</b>	-0,5380
27	Número máximo de cabos 1ª camada	-0,2307	-0,3846
28	Número máximo de cabos 2ª camada	-0,5384	-0,8461
29	Número de cabos na 1ª > 2ª camada	-0,6667	-3,0
30	Espessura máxima do pavimento	-0,0461	-01052
31	Largura máxima da viga	-0,5	-0,5
32	Vão mínimo laje	-0,2333	-0,4095
33	Vão mínimo viga	<b>-0,0667</b>	<b>-0,0667</b>
34	Vão máximo viga	-0,6521	-0,6521
35	Linha neutra da laje	-0,2823	-1,0
36	Vão máximo laje	-0,5978	-0,5403
37	ELU - Beta x laje > 0	-25557,6	-8837,44
38	ELU - Beta x laje <= 0.6	-0,5702	-0,8526
39	ELU - Momento solicitante laje	-0,4608	-0,4193
40	"Dente" das lajes	-1,0	-1,0

Valores destacados: Restrições ativas

Fonte: Elaborado pelo autor

Tabela 20 Comparativo solução AG x PSO – Hotel Holliday Inn

<b>Variáveis</b>	<b>AG / PSO</b>
$N_x / N_y / D_l$	7/3/0
$f_{ckpm}$	35
$f_{ckml}^1$	20
$h_l$	0,60
$h_v$	0,20
$b_w$	0,4
$l_v$	8,00
$l_l$	10,57
$n_a$	9
$n_b$	2
$n_{ap}$	0
$b_{ap}$	0,008
Tipo de Laje	Pi
Custo (R\$/m <sup>2</sup> )*	193,15

\*Custo da estrutura pré-moldada, sem o custo do concreto moldado no local  
 Fonte: Elaborado pelo autor

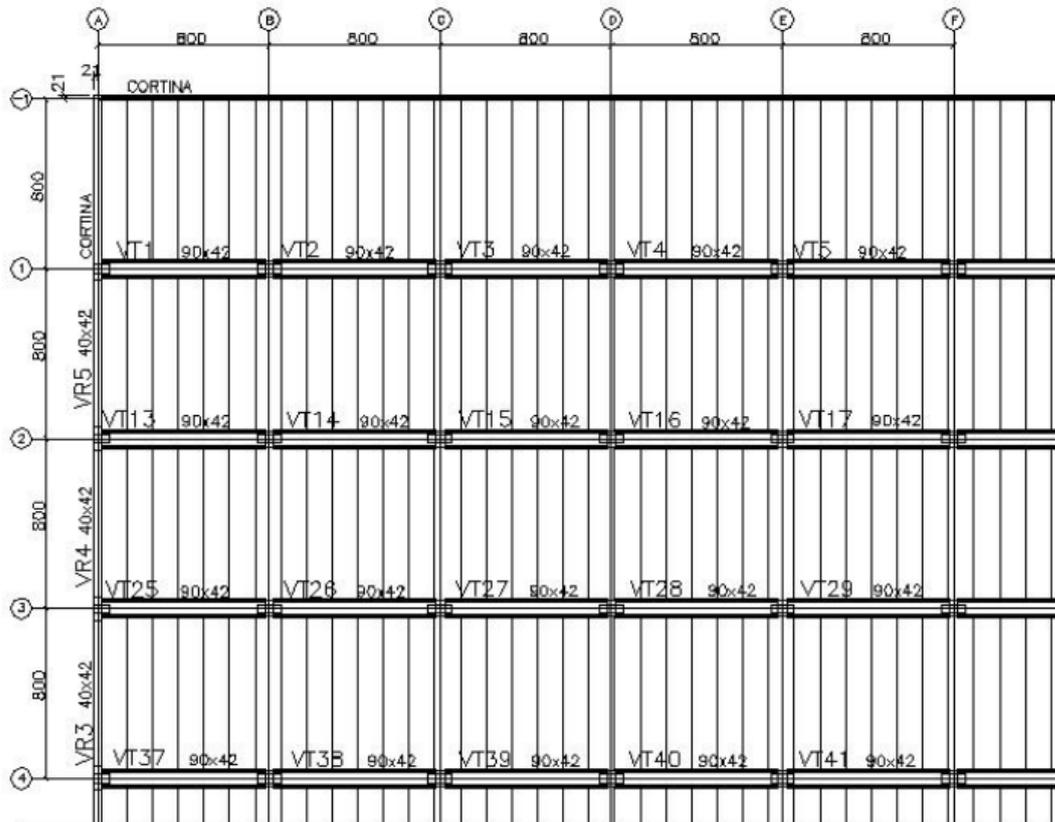
Pela Tabela 20 têm-se que ambos os algoritmos alcançaram a mesma solução, como forma de validar os resultados do AG. Se houvesse sido realizada uma calibração dos parâmetros do PSO, poder-se-ia usar valores destes que melhorariam a eficiência do algoritmo.

O mesmo exemplo foi executado utilizando o PSO considerando lajes do tipo Pi e do tipo alveolar, com os parâmetros da Tabela 11. Os resultados obtidos foram os mesmos para ambos os algoritmos e localizam-se na Tabela 20.

### 6.3. Comercial Carvalho

O projeto do edifício Comercial Carvalho possui 3 pavimentos, ilustrado na Figura 22, é um edifício cuja arquitetura já previa modulação livre de 8,0 m . O pavimento tem dimensões de 96 m por 56m e exigia-se que o pavimento tivesse uma espessura máxima de 45cm. Este exemplo foi estudado por Albuquerque (2007) utilizando lajes alveolares. Os dados do problema encontram-se na Tabela 21, seguido dos resultados ilustrados na Tabela 22.

Figura 22 – Forma do edifício Comercial Carvalho (medidas em cm)



Fonte: Albuquerque (2007)

Pelas restrições de espessura máxima do pavimento imposta pelo projeto estrutural, a utilização de lajes tipo Pi era inviável, assim, como era esperado, pela Tabela 22 tem-se que a melhor solução adotada foi o tipo alveolar. Albuquerque (2007) encontrou a mesma configuração estrutural para o pavimento, no entanto o algoritmo não conseguiu encontrar a mesma solução do autor.

Tabela 21 Dados do problema Comercial Carvalho

<b>Parâmetro</b>	<b>Valor</b>
Dimensão pavimento X (m)	96,0
Dimensão pavimento Y (m)	56,0
Número de pavimentos (und)	3,0
Vão mínimo X (m)	8,0
Vão mínimo Y (m)	8,0
Espessura máxima do pavimento(m)	0,45
Largura máxima da alma da viga(m)	0,90
Carga acidental (kN/m <sup>2</sup> )	5,50
Carga permanente - PAV+REV (kN/m <sup>2</sup> )	1,0
Carga de paredes sobre a laje (kN/m <sup>2</sup> )	1,0
Carga de trabalho na fase de construção (kN/m <sup>2</sup> )	0,5
Custo do aço armadura passiva $C_{ad}$ (R\$/kg)	4,0
Custo do aço de protensão $C_{ap}$ (R\$/kg)	7,0
Massa específica da armadura passiva (kg/m <sup>3</sup> )	7760,0
Massa específica da armadura ativa (kg/m <sup>3</sup> )	7810, 65
Custo diário da mão de obra de montagem (R\$/dia)	400,00
Custo diário aluguel de guindaste para montagem (R\$/dia)	1100,00
Custo de transporte utilizando carreta comercial (R\$/viagem)	1000,00
Custo de transporte utilizando carreta extensiva (R\$/viagem)	1600,00
Fator de custos indiretos	0,33

Fonte: Elaborado pelo autor

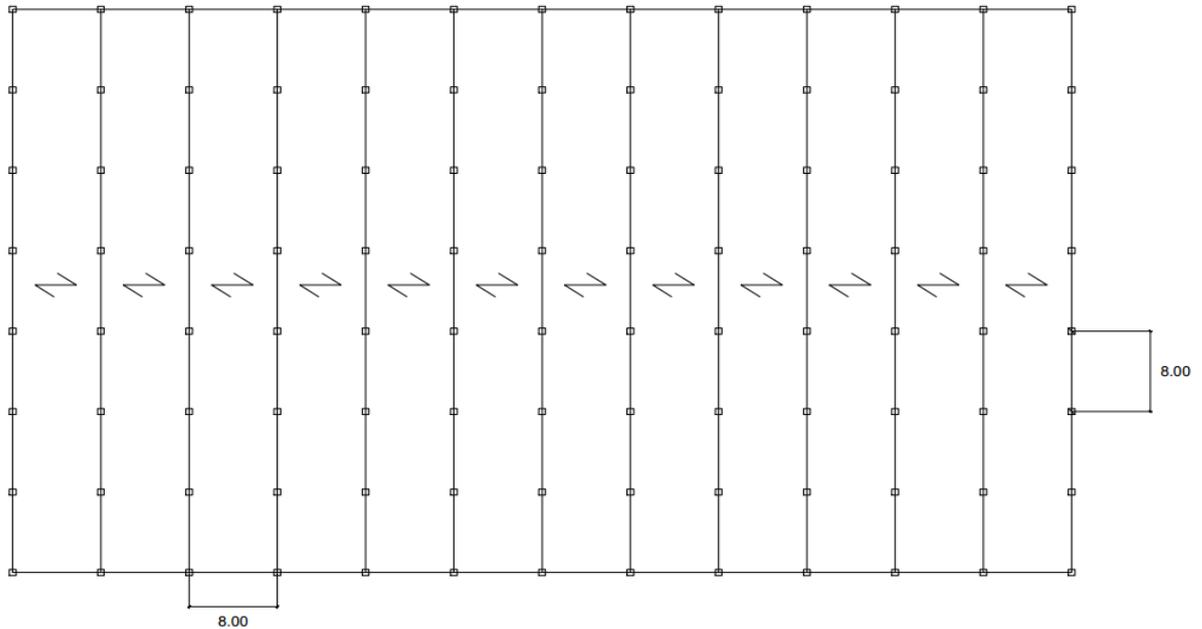
Tabela 22 Resultados Edifício Comercial Carvalho

<b>Variáveis</b>	<b>Modelo Proposto</b>
$N_x / N_y / D_l$	12/7/0
$f_{ckpm}$	50
$f_{ckml}^1$	20
$h_l$	0,13
$h_v$	0,25
$b_w$	0,80
$l_v$	8,00
$l_l$	8,00
$n_a$	20
$n_b$	8
$n_{ap}$	0
$b_{ap}$	0,008
Tipo de laje	Alveolar
Custo (R\$/m <sup>2</sup> )*	239,32

\*Custo da estrutura pré-moldada, sem o custo do concreto moldado no local

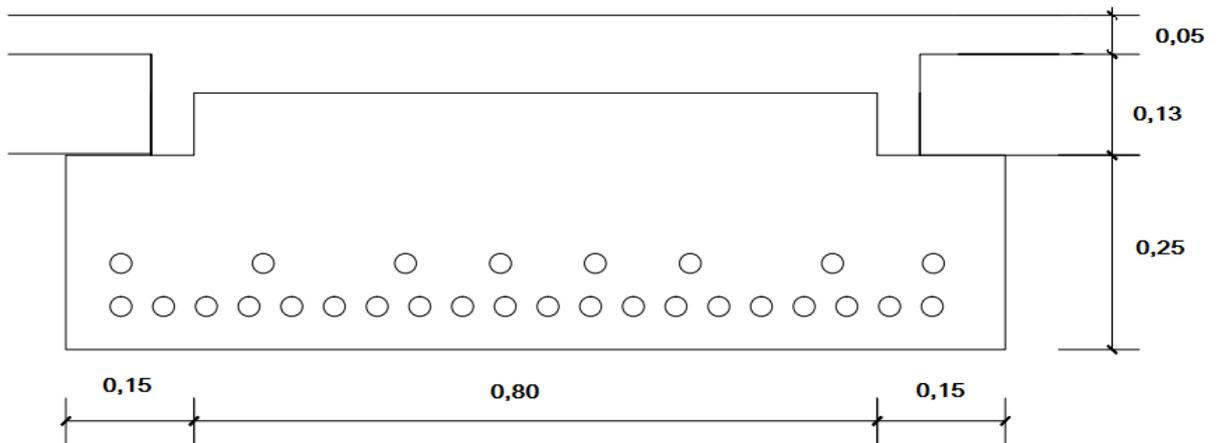
Fonte: Elaborado pelo autor

Figura 23 Configuração estrutural Edifício Comercial Carvalho



Fonte: Elaborado pelo autor

Figura 24 Viga adotada exemplo Comercial Carvalho (unidades em m)



Fonte: Elaborado pelo autor

Neste exemplo as restrições ativas foram: quanto ao domínio de deformação  $\beta_x$ , número máximo de cabos na 1ª camada da viga, espessura máxima do pavimento, vão mínimo da laje e da viga e a posição da linha neutra nas lajes alveolares, conforme ilustrado na Tabela 23.

Tabela 23 Restrições – Comercial Carvalho 1

	<b>Restrição</b>	<b>Valor</b>
1	$\sigma_{desmoldagem}$ limite inferior na laje	-0,9403
2	$\sigma_{transporte}$ limite inferior na laje (0,8)	-0,7285
3	$\sigma_{transporte}$ limite inferior laje (1,3)	-0,8430
4	$\sigma_{montagem}$ limite inferior laje	-0,9836
5	$\sigma_{desmoldagem}$ limite superior laje	-2,3059
6	$\sigma_{transporte}$ limite superior laje (0,8)	-0,1654
7	$\sigma_{transporte}$ limite superior laje (1,3)	-1,1187
8	$\sigma_{montagem}$ limite superior laje	-2,2896
9	ELS - Descompressão laje	-0,8426
10	ELS - Formação de fissuras laje	-1,1341
11	ELU - Flecha laje	-0,89497
12	ELU - Flecha viga	-0,5674
13	Relação Vão/altura da laje	-0,0123
14	$\sigma_{desmoldagem}$ limite inferior na viga	-1,48259
15	$\sigma_{transporte}$ limite inferior na viga (0,8)	-1,4375
16	$\sigma_{transporte}$ limite inferior viga (1,3)	-1,5126
17	$\sigma_{montagem}$ limite inferior viga	-1,2635
18	$\sigma_{desmoldagem}$ limite superior viga	-0,8343
19	$\sigma_{transporte}$ limite superior viga (0,8)	-0,6959
20	$\sigma_{transporte}$ limite superior viga (1,3)	-1,041
21	$\sigma_{montagem}$ limite superior	-1,631
22	ELS - Descompressão viga	-0,2148
23	ELS - Formação de fissuras viga	-0,8868
24	ELU - Momento solicitante viga	-0,6191
25	ELU - Beta x viga > 0	-57181
26	ELU - Beta x viga <= 0.6	<b>-0,040</b>
27	Número máximo de cabos 1ª camada	<b>-0,040</b>
28	Número máximo de cabos 2ª camada	-0,619
29	Número de cabos na 1ª > 2ª camada	-1,500
30	Espessura máxima do pavimento	<b>-0,044</b>
31	Largura máxima da viga	-0,111
32	Vão mínimo laje	<b>0,000</b>
33	Vão mínimo viga	<b>0,000</b>
34	Vão máximo viga	-0,6521
35	Linha neutra da laje	<b>-0,017</b>
36	Vão máximo laje	-0,6521
37	ELU - Beta x laje > 0	-31218
38	ELU - Beta x laje <= 0.6	-0,4796
39	ELU - Momento solicitante laje	-0,4814
40	"Dente" das lajes	-0,250

Valores destacados: Restrições ativas

Fonte: Elaborado pelo autor

Buscando analisar o comportamento da solução ótima, ou a sensibilidade à variações dos parâmetros, foram variados alguns parâmetros nas restrições do problema. Agora a espessura máxima do pavimento considerada será de 1,20 m, tornando viável a utilização do sistema estrutural constituído de lajes tipo Pi.

As lajes tipo Pi são usualmente conhecidas por serem adequadas para grandes vãos. Inicialmente para avaliação da influência do vão mínimo na solução, foi aplicada a formulação, variando-se o vão livre em 8, 10 e 12,0 m, utilizando o AG e o PSO, as melhores soluções estão descritas na Tabela 25.

No processo tradicional de projeto o engenheiro projetista levaria muito tempo para chegar a uma solução mais econômica. Analisando a Tabela 22 e a Tabela 25 temos quatro possíveis soluções com tipos diferentes de sistema estrutural e de configuração do pavimento. A definição da configuração estrutural do sistema exige experiência do profissional e ainda sim, levaria bastante tempo, enquanto que, com a aplicação de técnicas de otimização o processo de escolha se dá de forma automatizada. Isso mostra a eficiência da aplicação de técnicas de otimização em problemas de engenharia estrutural.

As soluções do AG e do PSO foram as mesmas encontradas na Tabela 25, observa-se que na solução com vão mínimo padrão do problema (8,0 m) as vigas tem vão de 8,0 m (restrição ativa), e as lajes 12,0 m, quando se tem o aumento do  $l_{min}$  o algoritmo é forçado a utilizar vigas maiores, levando a uma diminuição no tamanho das lajes. Mesmo com essa diminuição no tamanho das lajes, observam-se o padrão de as lajes sempre são maiores que as vigas, e que a restrição  $l_{min}$ , utilizando as lajes tipo Pi nunca são ativas, conforme ilustrado na Tabela 24.

Tabela 24 – Restrições de vão mínimo – Comercial Carvalho

Restrição	Valor			
	Alveolar	Pi ( $l_{min} = 8,0$ )	Pi ( $l_{min} = 10,0$ )	Pi ( $l_{min} = 12,0$ )
Vão mínimo laje	<b>0,000</b>	-0,500	-0,120	-0,1667
Vão mínimo viga	<b>0,000</b>	<b>0,000</b>	<b>-0,067</b>	<b>0,000</b>

Valores destacados: Restrições ativas

Fonte: Elaborado pelo autor

Tabela 25 Variação do vão mínimo - Comercial Carvalho

Variáveis	Vão Mínimo nas 2 direções		
	**8,0	10,0	12,0
$N_x / N_y / D_l$	8/7/0	9/5/1	8/4/1
$f_{ckpm}$	35	35	40
$f_{ckml}^1$	20	20	20
$h_l$	0,60	0,6	0,6
$h_v$	0,30	0,50	0,55
$b_w$	0,40	0,50	0,8
$l_v$	8,00	10,67	12,00
$l_l$	12,0	11,20	14,00
$n_a$	7	13	17
$n_b$	6	6	12
$n_{ap}$	0	0	0
$b_{ap}$	0	0	0
Tipo de laje	Pi	Pi	Pi
$h_d$	0	0	0
Desp. Operacionais (%)	13,38	14,47	12,96
Custo Montagem (%)	4,3	3,12	2,12
Custo Transporte (%)	10,60	10,19	13,28
Nº de lajes	186	200	160
Nº de vigas	63	54	40
Nº de pilares	72	60	45
Custo (R\$/m <sup>2</sup> )*	185,99	234,56	259,03

\*Custo da estrutura pré-moldada, sem o custo do concreto moldado no local

\*\* Solução com vão mínimo padrão do problema

Fonte: Elaborado pelo autor

Sabe-se que os preços dos insumos variam constantemente. Buscando estudar o comportamento do algoritmo a variações de mercado, foi definido um parâmetro  $\alpha$ , como sendo a razão entre o custo do aço convertido em R\$/m<sup>3</sup> e o custo do concreto pré-moldado em R\$/m<sup>3</sup> tornando  $\alpha$  um parâmetro adimensional. Os parâmetros utilizados encontram-se na Tabela 21 e os resultados estão ilustrados pela Tabela 26.

Observa-se na Tabela 26 que o aumento de  $\alpha$  implicou no aparecimento de duas novas soluções diferentes com a mesma configuração, mas com  $f_{ckpm}$  diferentes. Nas variações feitas as restrições mais ativas foram: tensão limite de tração superior na fase de transporte com alívio do peso próprio nas viga e vão mínimo nas vigas.

Tabela 26 – Relação  $\alpha$  – Comercial Carvalho

Variáveis	$\alpha$				
	1,00	1,25	1,50	1,75	2,00
$N_x / N_y / D_l$	8/7/0	**9/7/0	9/7/0	**9/7/0	9/7/0
$f_{ckpm}$	35	35	35	40	40
$f_{ckml}^1$	20	20	20	20	20
$h_l$	0,60	0,60	0,60	0,60	0,60
$h_v$	0,30	0,30	0,30	0,30	0,30
$b_w$	0,40	0,40	0,40	0,40	0,40
$l_v$	8,00	8,00	8,00	8,00	8,00
$l_l$	12,0	10,67	10,67	10,67	10,67
$n_a$	7	8	8	8	8
$n_b$	6	4	4	4	4
$n_{ap}$	0	0	0	0	0
$b_{ap}$	0	0	0	0	0
Tipo de laje	Pi	Pi	Pi	Pi	Pi
$h_d$	0	0	0	0	0
Custos concreto (R\$)	663628,00	680219,00	680219,00	699867,00	699867,00
Custos aço (R\$)	498046	639203	764883	869901	1238090
Nº de lajes	186	210	210	210	210
Nº de vigas	63	70	70	70	70
Nº de pilares	72	80	80	80	80
Custo (R\$/m <sup>2</sup> )*	185,99	205,64	219,43	233,127	273,51

\*Custo da estrutura pré-moldada, sem o custo do concreto moldado no local

\*\* Soluções diferentes com o aumento de  $\alpha$

Fonte: Elaborado pelo autor

## 7. CONCLUSÕES

Este trabalho de pesquisa investigou a otimização de sistema estrutural, de configuração e de projeto detalhado de pavimentos pré-moldados. As vigas são do tipo T invertida e para as lajes dois sistemas são considerados, a laje alveolar e a laje Pi (duplo T). Objetiva-se a minimização dos custos do pavimento, considerando verificações normativas de comportamento no ELS e no ELU, arquitetônicas e geométricas. Por se tratar de um problema de natureza discreta, foi utilizado um algoritmo genético e para comparação e validação usou-se também algoritmo de enxame de partículas (PSO).

O trabalho focou-se em dois exemplos de projetos reais, buscando inicialmente avaliar a aplicabilidade da laje tipo pi. Os resultados mostraram uma tendência de vãos maiores, e em nenhuma das aplicações a restrição de vão mínimo ( $l_{min}$ ) para laje tipo Pi ficou ativa. Os estudos mostraram que o sistema estrutural constituído por lajes tipo Pi é mais atrativo em estruturas em que não há restrição quanto à espessura do pavimento, no caso de shoppings, edifícios-garagem, estacionamentos etc.

A otimização de sistema estrutural e configuração aqui proposta estimou alguns parâmetros provenientes da indústria, tais como produção de montagem diária da laje Pi, fator de custos indiretos, despesas operacionais para laje Pi, transporte da laje Pi. Certamente as soluções encontradas não são definitivas. Para cada região têm-se preços de insumos diferentes, encargos sociais diferentes, custos diferentes, neste contexto observou-se que o modelo foi eficiente na solução do problema, no entanto, dados da indústria são necessários para alimentar corretamente o algoritmo.

Dos resultados observou-se uma tendência a não utilização dos dentes nas lajes, essa solução é justificável devido a altura total da viga estar vinculada à altura da laje excentuando-se o complemento e o dente da viga. Assim, com o emprego do dente tem-se uma diminuição de concreto na laje, e uma redução na espessura total do pavimento, no entanto, reduz-se também a altura total da viga, diminuindo sua inércia e conseqüentemente sua rigidez a flexão.

Na grande maioria das soluções encontradas, os melhores projetos posicionaram as vigas na direção do menor vão do pavimento. Esta tendência diminui o número total de vigas. E ainda, as lajes sempre possuem vãos maiores ou iguais do que os das vigas. Estas tendências observadas nas soluções ótimas podem fornecer indicações práticas para elaboração de projetos.

O modelo proposto foi aplicado inicialmente utilizando os AGs, como validação da eficiência utilizou-se o PSO, onde em todas as aplicações obtiveram as mesmas soluções em ambos os algoritmos.

### **7.1. Sugestões para trabalhos futuros**

O presente trabalho aplicou um modelo de otimização de sistema, de configuração e de detalhe de componentes estruturais de pavimentos de concreto pré-moldado protendido. Como forma de dar continuidade a esta linha pesquisa, alguns estudos podem ser sugeridos:

- a) Aplicações a outras estruturas em que as lajes alveolares e Pi possa ser utilizadas. Mais especificamente, a estruturas com outras características de carregamento, condições de apoio, alturas livres etc, tal como tabuleiros de pontes;
- b) Refinamento do modelo proposto incluindo elementos do projeto e restrições de outras naturezas que não foram consideradas ou tratadas de forma simplificada, tal como a inclusão da otimização integrada dos pilares, levando em consideração a verificação de critérios de estabilidade, excentricidade, momento de segunda ordem etc, com o devido dimensionamento e detalhe;
- c) Estudar a viabilidade da inclusão de estruturas metálicas como opção de escolha de sistema estrutural, ou até um sistema misto CPM com estruturas metálicas;
- d) Inserir ao modelo a análise da estabilidade global.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- AMERICAN CONCRETE INSTITUTE. **Building code requirements for structural concrete** (ACI-318M). Farmington Hills. (1995)
- ABNT - Associação Brasileira de Normas Técnicas. **NBR 6118:2007 Projeto de estruturas de concreto - Procedimento. Calculo e detalhamento.** (2007)
- ABNT - Associação Brasileira de Normas Técnicas. **NBR 6118:2014 Projeto de estruturas de concreto - Procedimento. Calculo e detalhamento.** (2014)
- ABNT - Associação Brasileira de Normas Técnicas. **NBR 9062:2001 Projeto e Execução de estruturas de concreto pré-moldado.** (2001)
- ALBUQUERQUE, A . T. **Otimização de pavimentos de edifícios com estruturas de concreto pré-moldado utilizando algoritmos genéticos.** Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Carlos. Tese de Doutorado. São Paulo. (2007).
- ALBUQUERQUE, A. T. **Análise de alternativas estruturais para edifícios em concreto armado.** Dissertação (Mestrado) – Escolade Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo. (1998).
- ALBUQUERQUE, A. T. de, EL DEBS, M. K. Levantamento dos sistemas estruturais em concreto pré-moldado para edifícios no Brasil. **1º Encontro Nacional de Pesquisa-Projeto-Produção em concreto pré-moldado.** (2005).
- ALBUQUERQUE, A. T. de, EL DEBS, M. K, MELO, A.M.C. A cost optimization-based design of precast concrete floors using genetic algorithms. **Elsevier. Automation in Construction.** v. 22, p. 348 – 356. (2012).
- ALVES, J.M.C. **Análise e dimensionamento de pavimentos a partir de pré-lajes de betão.** Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto. Dissertação de Mestrado. Porto, Portugal. (2008)
- BARBOSA, H. J. C.; LEMONGE, A. C. C. An adaptive penalty scheme for genetic algorithms in structural optimization. **International Journal for Numerical Methods in Engineering**, v. 59, p. 703–736. (2004)
- BALAMURUGAN, R.; RAMAKRISHNAN, C.V.; SINGH, N. Performance evaluation of a two stage adaptative genetic algorithm (TSAGA) in structural topology optimization. **Elsevier - Applied Soft Computing**, v. 8, p. 1607 – 1624. (2008)
- BARROSO, E. S.; ROCHA, I.B.C.M; PARENTE JR, E; MELO, A.M.C. Optimization of composit structures using PSO and GA. **2nd Brazilian Conference on Composite Materials – BCCM2.** São Paulo. (2014).
- BASTOS, E.A. **Otimização de seções retangulares de concreto armado submetidas à flexo-compressão oblíqua utilizando algoritmos genéticos.** Universidade Federal do Rio de Janeiro. Dissertação de Mestrado. Rio de Janeiro (2004).

BENI, G.; WANG, J. Swarm intelligence. In: **Proc. 7th Ann. Meeting of the Robotics Society of Japan**. RSJ Press. p. 425–428. (1989).

CASTILHO, V. C. **Otimização de componentes de concreto pré-moldado protendido mediante algoritmos genéticos**. Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo. Tese (Doutorado). São Paulo (2003)

CASTILHO, V. C.; EL DEBS, M. K.; NICOLETTI, M. C., Using a Modified Genetic Algorithm to Minimize the Production Costs for Slabs of Precast Prestressed Concrete Joists , **Engineering Applications of Artificial Intelligence**, v. 20, n. 4, pp. 519- 530.(2007).

CASTILHO, V. C., NICOLETTI, M. and EL DEBS, M. K.. An investigation of the use of three selection based genetic algorithm families when minimizing the production cost of hollow core slabs. **Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering**, 194, pp.45–47, 4651– 4667. (2005)

CASTILHO, V. C., LIMA, M.C.V. de. Cost optimization of lattice-reinforced joist slabs using genetic algorithms. **Structural Concrete**, 1464–4177. (2007)

COLIN, E. C. **Pesquisa Operacional: 170 aplicações em estratégia, finanças, logística, produção, marketing e vendas**.Rio de Janeiro. (2007)

COLEY, D. A. **An introduction to genetic algorithms for scientists and engineers**. Singapore, World Scientific. (1999)

CORTÊS, C.F.M. **Otimização do projeto da superestrutura de pontes pré- fabricadas pelo método dos algoritmos genéticos**. Tese (Doutorado) – Universidade Federal do Rio de Janeiro. (2010)

DEB, K. An efficient constraint handling method for genetic algorithms. **Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering**, v. 186, p. 311–338. (2000)

EL DEBS, M. K. **Concreto pré-moldado: fundamentos e aplicações**. São Carlos: Projeto Reenge EESC-USP. (2000)

EL SEMELAWY, M.; NASSEF A.O.; EL DAMATY, A.A. Design of Prestressed concrete flat slab using modern heuristic optimization techniques. **Elsevier - Expert Systems with Applications**, v. 39, P. 5758-5766. (2012)

Eurocódigo 2 (EC2) **Norma Européia EN 1992-1-1** (2004)

FONSECA, M. Da. **Otimização de estruturas treliçadas planas e espaciais sob carregamentos estáticos e dinâmicos, usando algoritmos genéticos e redes neurais**. Dissertação (Mestrado) – Departamento de Engenharia Civil da Escola de Minas da Universidade Federal do Ouro Preto Ouro Preto. (2007).

GARCIA, J.I.B; SHARDONG, A.; PORTO, R. La L.; Desempenho de algoritmos evolucionários na calibração de modelo de qualidade água. **XVIII Simpósio Brasileiro de Recursos Hídricos**. Campo Grande (2009)

GOLDBERG, D. E. **Genetic algorithms in search, optimization, and machine learning, reading** : Addison-Wesley.(1989)

GOMES, M.M.R. da C. **Aplicação das metaheurísticas PSO e AG na estimação de parâmetros de um modelo de secagem em leite fluidizado**. Dissertação (Mestrado) – Programa de Pós-Graduação em Modelagem Matemática e Computacional, Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais. Minas Gerais (2007)

GROSKO, A. P.; GORSKI, J. R.; DIAS, J. S. Algoritmo Genético: Revisão Histórica e Exemplificação. **CBIS 2006 - X Congresso Brasileiro de Informática em Saúde**. (2006).

HANAI, J.B. **Fundamentos do concreto protendido**. Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Carlos. Apostila. São Paulo (2005)

HOLLAND, J. H. **Adaptation in natural and artificial systems**. Ann Arbor, University of Michigan Press. (1975)

INFORSATO, T. B. **Considerações sobre o projeto, cálculo e detalhamento de vigas pré-fabricadas protendidas com aderência inicial em pavimentos de edificações**. Universidade Federal de São Carlos. Dissertação de Mestrado. São Carlos (2009)

KINCINGER, R. et al. Evolutionary computation and structural design: A survey of the state of art. **Computers & Structures**, 83, 1943 – 1978. (2005)

LACERDA, E.G.M.; CARVALHO, A.C.P.L.F . **Introdução aos algoritmos genéticos. Sistemas inteligentes: aplicações a recursos hídricos e ciências ambientais**. Ed. Universidade/UFRG/ABRH. p. 99-150. Porto Alegre. (1999)

LIMA, M. L. **Otimização topológica e paramétrica de vigas de concreto armado utilizando algoritmos genéticos**. Escola politécnica de São Paulo. Dissertação de mestrado. São Paulo. (2011)

MARTÍ, J.V.; VIDOSA, F.G. Design of prestressed concrete precast pedestrian bridges by heuristic optimization. **Advances in Engineering Software**. Nº 41, 916-922. (2010)

MEDEIROS, G. F.; KRIPKA, M. Algumas aplicações de métodos heurísticos na otimização de estruturas. **Revista CIATEC – UPF**, vol. 4, pg 19-32. (2012)

MICHALEWICZ, Z. **Genetic algorithms + data structures = evolution programs**. Berlin, Springer-Verlag. (1996)

MILLONAS, M. M. Swarms, phase transitions, and collective intelligence. In C.G. Langton (Ed.), **Artificial Life III**, pp. 417–445. Reading, MA: Addison-Wesley. (1994)

MU, A.Q.; CAO, D.X.; WANG, X. H. A Modified Particle Swarm Optimization Algorithm. **Natural Science**, vol. 1, No. 2, pg. 151-155. (2009)

NETO, N.M. **Estruturas Pré-moldadas de concreto para edifícios de múltiplos pavimentos de pequena altura: uma análise crítica**. Escola de Engenharia de São Carlos. Dissertação de Mestrado. São Carlos (1998)

NIMTAWAT, A.; NANAKORN. A genetic algorithm for beam-slab layout design of rectilinear floors. **Elsevier. Engineering Structures**. v. 32. Pg 3488-3500. (2010)

OLIVEIRA, L.F. **Otimização multinível de vigas de concreto armado via algoritmos genéticos**. Dissertação (Mestrado). Universidade Federal do Ceará UFC. (2014)

OLIVIERI, B. P. **Otimização do projeto de pontes protendidas pré-moldadas pelo método dos algoritmos genéticos**. Dissertação (Mestrado) .Programa de Pós-graduação de Engenharia da Universidade Federal do Rio de Janeiro UFRJ. Rio de Janeiro. (2004)

PCI - Prestressed/Precast Concrete Institute. **Design and typical details of connections for precast and Prestressed concrete**. Chicago, Prestressed/Precast Concrete Institute. (2004)

ROCHA, I. B. C. M. **Análise e otimização de cascas laminadas considerando não-linearidade geométrica e falha progressiva**; Universidade Federal do Ceará. Dissertação de Mestrado. Ceará (2013)

ROCHA, I. B. C. M.; PARENTE JR, E; MELO, A.M.C. A hybrid shared/distributed memory parallel genetic algorithm for optimization of laminate composites. .. **Composite Structures**. v. 107. pg 288-297 (2013)

ROSENDO, M. **Um algoritmo de otimização por nuvem de partículas para resolução de problemas combinatórios**. Universidade Federal do Paraná. Dissertação de Mestrado. Curitiba (2010)

SAHAB, M.G.; ASHOUR, A.F.; TOROPOV, V.V. Cost optimization of reinforced concrete flat slab buildings. **Engineering Structures** no 27, 313–322. (2005)

SERAPIÃO, A. B. de S. Fundamentos de otimização por inteligência de enxames: uma visão geral. **Revista Controle & Automação** vol. 20, no. 3. (2009)

SHI, Y.; EBERHAR, R.C. A modified particle swarm optimizer. InProc. IEEE Int. Conf. Evolutionary Computation, pp. 69-73. (1998)

SILVA, A.J.M. **Implementação de um algoritmo genético utilizando o modelo de ilhas**. Programa de Pós-graduação em Engenharia Civil – COPPE, Universidade Federal do Rio de Janeiro. Dissertação de Mestrado. Rio de Janeiro (2005).

SILVA, E.E..**Otimização de estruturas de concreto armado utilizando Algoritmos genéticos**. Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Carlos. Dissertação de Mestrado. São Paulo. (2001).

SHEPPARD, D.A.; PHILLIPS, W. R.. **Plant-cast precast and prestressed concrete**. New York, Mac Graw Hill Inc. (1989)

SNYMAN, J. Practical mathematical optimization: an introduction to basic optimization theory and classical and new gradient-based algorithms. **Springer Science**. New York. NY. USA. (2005)

SORESEN, K. **Metaheuristics – The metaphor exposed**. University of Antwerp Operations Research Group ANT/OR. Antwerp, Belgium (2012)

SRINIVAS, V.; RAMANJANEYULU, K. An integrated approach for optimum design of bridge decks using genetic algorithms and artificial neural networks. Elsevier, Advances in engineering software. v. 38, pg. 475 – 487. (2006)

VASCONCELOS, R.F; ALMEIDA, S.R.M.; PRADO, A.A. Otimização de lajes alveolares pré-moldadas de concreto protendido segundo as normas brasileiras-**XXXIV. Iberian Latin-American Congress on Computational Methods in Engineering**. Pirenópolis – GO. (2013)

VERÍSSIMO, G. S; JUNIOR, K. M. L. C. **Concreto protendido – perdas de protensão**. Universidade Federal de Viçosa, Viçosa – MG

YANG, X. S. **Engineering optimization: an introduction with metaheuristic applications**. Wiley. John Wiley & sons. Hoboken, New Jersey. (2010)

ZUBEN, F. J. V.; ATTUX, R. R. F. **Inteligência de Enxame**. DCA/FEEC/Unicampe DECOM/FEEC/Unicamp. (2008).