

**UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ**  
**DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ESTRUTURAL E CONSTRUÇÃO CIVIL**  
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL:**  
**ESTRUTURAS E CONSTRUÇÃO CIVIL**

**RAFAEL FERNANDES DA SILVA**

**OTIMIZAÇÃO DE RISERS DE MATERIAIS COMPÓSITOS**

**FORTALEZA**

**2012**

RAFAEL FERNANDES DA SILVA

OTIMIZAÇÃO DE RISERS DE MATERIAIS COMPÓSITOS

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil: Estruturas e Construção Civil, da Universidade Federal do Ceará, como requisito parcial para obtenção do Título de Mestre em Engenharia Civil. Área de Concentração: Estruturas.

Orientador: Antônio Macário Cartaxo de Melo

Coorientador: Evandro Parente Junior

FORTALEZA

2012

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação  
Universidade Federal do Ceará  
Biblioteca de Pós-Graduação em Engenharia - BPGE

---

S583o Silva, Rafael Fernandes da.  
Otimização de Risers de materiais compósitos / Rafael Fernandes da Silva. – 2012.  
96 f. : il. color., enc. ; 30 cm.

Dissertação (mestrado) – Universidade Federal do Ceará, Centro de Tecnologia, Departamento de Engenharia Estrutural e Construção Civil, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil: Estruturas e Construção Civil, Fortaleza, 2012.  
Área de Concentração: Estruturas.  
Orientação: Prof. Dr. Antônio Macário Cartaxo de Melo.  
Coorientação: Prof. Dr. Evandro Parente Junior.

1. Engenharia Estrutural. 2. Algoritmos genéticos. 3. Offshore. I. Título.

RAFAEL FERNANDES DA SILVA

OTIMIZAÇÃO DE RISERS DE MATERIAIS COMPÓSITOS

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil: Estruturas e Construção Civil, da Universidade Federal do Ceará, como requisito parcial para obtenção do Título de Mestre em Engenharia Civil. Área de concentração: Estruturas.

Aprovada em 31 / 08 / 2012.

**BANCA EXAMINADORA**



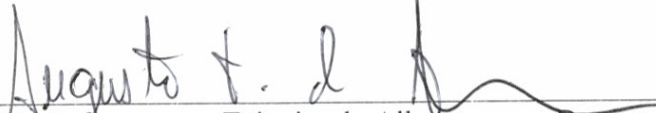
---

Profa. Antonio Macário Cartaxo de Melo, Dr. (Orientador)  
Universidade Federal do Ceará – UFC



---

Prof. Evandro Parente Junior, Dr. (Coorientador)  
Universidade Federal do Ceará – UFC



---

Prof. Augusto Teixeira de Albuquerque, Dr.  
Universidade Federal do Ceará – UFC



---

Profa. Sylvia Regina Mesquita de Araújo, Dra.  
Universidade Federal de Goiás – UFG

## RESUMO

Materiais compósitos reforçados por fibras têm sido cada vez mais empregados devido a suas altas relações rigidez/peso e resistência/peso, além de outras vantagens, como alta resistência à corrosão, bom isolamento térmico, excelente amortecimento e resistência à fadiga. Por isso, estes materiais têm sido aplicados na fabricação de tubos para o transporte de fluidos em diversas indústrias, como por exemplo, a petroquímica. A exploração e produção de petróleo e gás em águas profundas tornam necessário o uso de plataformas flutuantes conectadas ao poço por dutos (flowlines) e risers, que quando feitos de aço, se tornam menos atrativos devido ao seu elevado peso. Nessas condições, requerem-se mecanismos capazes de suportar as altas tensões desenvolvidas no topo, sendo que tais mecanismos só podem ser acomodados por plataformas maiores e mais caras. Além disso, torna-se necessário também o uso de mais flutuadores visando suportar o peso total do sistema, encarecendo também o projeto. Diante de tais fatos, tem-se estudado a viabilidade do emprego de risers de materiais compósitos na exploração em águas ultra-profundas. Devido ao grande número de parâmetros envolvidos, tais como o número de camadas e o material, a espessura e o ângulo de orientação das fibras de cada camada, o projeto de estruturas de compósitos laminados é mais complexo que o de aço. No caso dos risers, acrescentam-se ainda as várias condições de carregamento e ambientais que tornam o processo de projeto tradicional de tentativa e erro inadequado. Uma solução apenas satisfatória não explora, em geral, o potencial que os compósitos apresentam de se adaptarem às solicitações da forma mais eficiente possível. Esse trabalho tem como objetivo desenvolver uma metodologia e ferramentas computacionais para o pré-dimensionamento de risers de material compósito via técnicas de otimização. São consideradas como variáveis de projeto as espessuras, as orientações das fibras e os materiais de cada lâmina. Peso, custo e um fator de segurança são adotados como função objetivo. Restrições de resistência, estabilidade e fabricação avaliadas. O riser é analisado usando um modelo de catenária inextensível. Um Algoritmo Genético com operadores específicos para estruturas laminadas é empregado.

**Palavras-chave:** Materiais Compósitos, Otimização, Risers Compósitos, Algoritmos Genéticos.

## ABSTRACT

The depletion of oil and gas reserves has increasingly led to the search of deepwater fields. Most of recent oil and gas discoveries in Brazil occurred in deepwater fields. However, using steel risers for deepwater application is not always feasible, due to its high weight. In such environments, the traditional extraction and production risers made of steel tend to become expensive, due to increased top tension which overburdens the platform. Fiber reinforced composite materials, being lighter, present interesting characteristics for offshore applications, such as high specific strength and stiffness, high corrosion resistance, good thermal insulation, high structural damping properties, and fatigue resistance. Thus, the application of composite risers is an interesting alternative to deepwater oil fields. The design of laminated composite risers is very difficult since the strength and stiffness of these components depend on the number of layers and the material, thickness, and orientation of each layer. Thus, the use of the conventional trial-and-error strategy is not adequate and it is necessary to apply optimization techniques. In this work, optimization techniques are applied to optimize composite catenary risers. The design variables are the thickness, the orientation and material of each layer. A multi-objective formulation is adopted to minimize the weight, cost and maximize the buckling safety factor of the composite riser. The optimization model includes strength and stability constraints and considers multiple load cases. The global analysis of the riser is carried out using the catenary equations and the stress computation in the critical locations is performed using the Classical Lamination Theory (CLT) and the theory of thin-walled tubes. It is important to note that, due to manufacture constraints, the design variables can only assume discrete values. Therefore, a genetic algorithm is used for optimization since it can easily handle discrete variables. In addition to classical genetic operators, as crossover and mutation, this algorithm also includes operators specially designed to handle laminate structures, such as layer swap and layer deletion. The proposed formulation is applied in the design optimization of composite catenary risers with different water depths and top angles. Numerical examples show that the proposed methodology is very robust.

**Keywords:** Composite Materials, Optimization, Composite risers, Genetic Algorithms.

## Lista de Figuras

|             |   |    |
|-------------|---|----|
| Figura 1.1  | Esquema de <i>riser</i> em catenária suspenso por torre. . . . .  | 12 |
| Figura 1.2  | Modelo do problema de otimização usado em Larsen e Hanson (1999). . . . .   | 16 |
| Figura 1.3  | Modelo do problema de otimização da configuração de risers usado em Lima <i>et al.</i> (2005), Vieira <i>et al.</i> (2008) e Pina <i>et al.</i> (2010). . . . . | 17 |
| Figura 2.1  | Compósito particulado. . . . .  | 21 |
| Figura 2.2  | Compósito fibroso. . . . .  | 21 |
| Figura 2.3  | Compósito laminado. . . . .   | 22 |
| Figura 2.4  | Fibras de vidro. . . . .  | 23 |
| Figura 2.5  | Rolos de fibras de carbono. . . . .   | 24 |
| Figura 2.6  | Exemplos de fibras de Kevlar. . . . .   | 25 |
| Figura 2.7  | Enrolamento filamentar . . . . .  | 27 |
| Figura 2.8  | Prepreg . . . . .   | 27 |
| Figura 3.1  | Sistema Global $(x, y, z)$ e Sistema Local $(x_1, x_2, x_3)$ . . . . .  | 29 |
| Figura 3.2  | Esforços por unidade de comprimento. . . . .  | 33 |
| Figura 3.3  | Esquema de laminação de um laminado. . . . .  | 34 |
| Figura 3.4  | Exemplos de esquemas de laminação. . . . .  | 35 |
| Figura 3.5  | Envoltória de segurança obtida pelo critério de Tsai-Hill. . . . .  | 39 |
| Figura 4.1  | Riser em catenária livre. . . . .   | 41 |
| Figura 4.2  | Lazy-wave e steep-wave. . . . .   | 42 |
| Figura 4.3  | Lazy-s e steep-s. . . . .   | 42 |
| Figura 4.4  | Configuração pliant-wave. . . . .   | 43 |
| Figura 4.5  | Junta de <i>riser</i> de material compósito para perfuração. . . . .  | 44 |
| Figura 4.6  | Camadas do riser de material compósito. . . . .   | 45 |
| Figura 4.7  | Esquema da terminação de um riser de material compósito. . . . .  | 45 |
| Figura 4.8  | Análise global-local. . . . .   | 46 |
| Figura 4.9  | Configurações Mean, Near e Far do <i>riser</i> em catenária. . . . .  | 47 |
| Figura 4.10 | Modelo simplificado da junta do riser. . . . .  | 47 |
| Figura 4.11 | Modelo de análise local. . . . .  | 49 |
| Figura 4.12 | Tube após flambagem. . . . .  | 50 |

|            |  |    |
|------------|--|----|
| Figura 5.1 | Variáveis de projeto (camadas do tubo compósito). . . . .                                  | 55 |
| Figura 5.2 | Pontos escolhidos para cálculo das restrições. . . . .                                     | 58 |
| Figura 6.1 | Ilustração do método apresentado por Barbosa e Lemonge (2008). . . . .                     | 66 |
| Figura 6.2 | Roleta sendo aplicada (terceiro indivíduo sendo selecionado). . . . .                      | 69 |
| Figura 6.3 | Codificação e decodificação para laminado com 5 camadas independentes. . . . .             | 71 |
| Figura 6.4 | Operador genético do cruzamento. . . . .   | 72 |
| Figura 6.5 | Mutação sendo aplicado à três genes. . . . .   | 72 |
| Figura 6.6 | Operador de troca de camadas. . . . .  | 73 |
| Figura 6.7 | Operador de deleção de camadas sendo aplicada à duas camadas. . . . .                      | 73 |
| Figura 6.8 | Operador de adição de camadas sendo aplicada à duas camadas. . . . .                       | 73 |
| Figura 7.1 | Média das soluções finais em função do numero máximo de gerações. . . . .                  | 78 |
| Figura 7.2 | Média das soluções finais em função do numero de indivíduos. . . . .                       | 79 |
| Figura 7.3 | Processo de otimização médio. . . . .  | 80 |
| Figura 7.4 | Média da função objetivo das soluções finais em função do número de<br>indivíduos. . . . . | 81 |
| Figura 7.5 | Percentual de vezes que cada uma das funções objetivo aparece na solução<br>final. . . . . | 82 |
| Figura 7.6 | Média de função objetivo em função da taxa de cruzamento. . . . .                          | 83 |
| Figura 7.7 | Confiabilidade em função da taxa de cruzamento. . . . .                                    | 84 |



## Lista de Tabelas

|             |   |    |
|-------------|---|----|
| Tabela 7.1  | Propriedades dos materiais compósitos utilizados . . . . .  | 74 |
| Tabela 7.2  | Parâmetros fixos usados no exemplo de calibração do AG . . . . .  | 75 |
| Tabela 7.3  | Parâmetros do AG usados no primeiro exemplo de calibração . . . . .   | 76 |
| Tabela 7.4  | Projetos ótimos obtidos ( $f^* = 0,1643$ e $W_c^* = 430,88N/m$ ) . . . . .  | 77 |
| Tabela 7.5  | Média das funções objetivos das soluções finais nas 30 execuções do AG<br>( $f_m^f$ ). . . . .                          | 78 |
| Tabela 7.6  | Confiabilidade o algoritmo nas 30 execuções ( $R_{rel}(\%)$ ) . . . . .   | 80 |
| Tabela 7.7  | Resultados obtidos mantendo aproximadamente constante o número de<br>indivíduos avaliados $N_{eval} = 150000$ . . . . . | 81 |
| Tabela 7.8  | Parâmetros fixos do AG usados no estudo da taxa de cruzamento . . . . .   | 82 |
| Tabela 7.9  | Resultados obtidos com a variação da taxa de cruzamento . . . . .   | 83 |
| Tabela 7.10 | Parâmetros fixos do AG usados no estudo da penalidade e seleção . . . . .   | 84 |
| Tabela 7.11 | Resultados obtidos usando penalidade estática e seleção por <i>ranking</i> . . . . .                                    | 85 |
| Tabela 7.12 | Resultados obtidos usando penalidade estática e seleção por <i>fitness-</i><br><i>proportional</i> . . . . .            | 85 |
| Tabela 7.13 | Comparação entre os métodos de penalidade e seleção . . . . .   | 85 |
| Tabela 7.14 | Parâmetros do AG usados no primeiro exemplo de calibração . . . . .   | 86 |
| Tabela 7.15 | Projetos ótimos obtidos para profundidade de 1000m ( $f^* = 6,23e^{-2}$ ) . . . . .                                     | 87 |
| Tabela 7.16 | Projetos ótimos obtidos para profundidade de 1500m ( $f^* = 8,275e^{-2}$ ) . . . . .                                    | 87 |
| Tabela 7.17 | Projetos ótimos obtidos para profundidade de 2000m ( $f^* = 9,9e^{-2}$ ) . . . . .                                      | 88 |
| Tabela 7.18 | Formulação multiobjetivo - Projetos ótimos obtidos para $H = 1500m$<br>( $f^* = 1,281e^{-1}$ ) . . . . .                | 89 |

# Sumário

|          |   |           |
|----------|---|-----------|
| <b>1</b> | <b>INTRODUÇÃO</b>   | <b>11</b> |
| 1.1      | Otimização de compósitos laminados . . . . .                                  | 12        |
| 1.1.1    | Variáveis de projeto . . . . .  | 12        |
| 1.1.2    | Restrições . . . . .  | 13        |
| 1.1.3    | Funções objetivo . . . . .  | 13        |
| 1.1.4    | Algoritmos de otimização . . . . .  | 14        |
| 1.2      | Otimização de risers . . . . .  | 15        |
| 1.3      | Relevância e objetivos do trabalho . . . . .                                  | 18        |
| 1.4      | Organização do trabalho . . . . .   | 19        |
| <b>2</b> | <b>MATERIAIS COMPÓSITOS</b>   | <b>20</b> |
| 2.1      | Tipos . . . . .   | 20        |
| 2.1.1    | Compósito particulado . . . . .   | 20        |
| 2.1.2    | Compósito reforçado por fibras . . . . .                                      | 21        |
| 2.1.3    | Compósito laminado . . . . .  | 21        |
| 2.2      | Fibras e matrizes . . . . .   | 22        |
| 2.2.1    | Fibras de vidro . . . . .   | 23        |
| 2.2.2    | Fibras de carbono e grafite . . . . .   | 23        |
| 2.2.3    | Fibras de aramida (Kevlar) . . . . .  | 24        |
| 2.2.4    | Matrizes poliméricas . . . . .  | 25        |
| 2.3      | Fabricação . . . . .  | 26        |
| 2.3.1    | Enrolamento filamentar ( <i>filament winding</i> ) . . . . .                  | 26        |
| 2.3.2    | Fitas <i>Prepregs</i> . . . . .   | 26        |
| 2.4      | Vantagens e desvantagens . . . . .  | 28        |
| <b>3</b> | <b>MECÂNICA DOS COMPÓSITOS LAMINADOS</b>                                      | <b>29</b> |
| 3.1      | Macromecânica de uma lâmina ortotrópica sob estado plano de tensões . . . . . | 29        |
| 3.2      | Teoria Clássica de Laminação . . . . .  | 31        |
| 3.3      | Esquemas de laminação . . . . .   | 35        |
| 3.4      | Crítérios de falha de lâminas de material compósito . . . . .                 | 36        |

|          |   |           |
|----------|---|-----------|
| 3.4.1    | Máxima Tensão . . . . .   | 37        |
| 3.4.2    | Tsai-Hill . . . . .   | 38        |
| 3.4.3    | Tsai-Wu . . . . .   | 39        |
| <b>4</b> | <b>RISERS</b>   | <b>41</b> |
| 4.1      | Configurações . . . . .   | 41        |
| 4.2      | Risers de material compósito . . . . .                              | 43        |
| 4.3      | Análise global-local . . . . .                                      | 45        |
| 4.3.1    | Análise global . . . . .  | 46        |
| 4.3.2    | Análise local . . . . .   | 48        |
| 4.4      | Flambagem local . . . . .   | 50        |
| <b>5</b> | <b>MODELO DO PROBLEMA DE OTIMIZAÇÃO DE RISERS</b>                   | <b>52</b> |
| 5.1      | Conceitos básicos de otimização . . . . .                           | 52        |
| 5.1.1    | Programação matemática . . . . .                                    | 52        |
| 5.1.2    | Otimização multiobjetivo . . . . .                                  | 53        |
| 5.1.3    | Normalização da função objetivo . . . . .                           | 54        |
| 5.1.4    | Método da soma ponderada . . . . .                                  | 54        |
| 5.2      | Problema de otimização de risers compósitos . . . . .               | 54        |
| 5.2.1    | Variáveis de Projeto . . . . .                                      | 55        |
| 5.2.2    | Função objetivo . . . . .   | 56        |
| 5.2.3    | Restrições . . . . .  | 57        |
| 5.2.3.1  | Restrições da junta do topo: . . . . .                              | 58        |
| 5.2.3.2  | Restrições da junta do fundo: . . . . .                             | 59        |
| 5.2.3.3  | Requisitos práticos e de fabricação: . . . . .                      | 59        |
| <b>6</b> | <b>ALGORITMOS GENÉTICOS</b>   | <b>60</b> |
| 6.1      | Algoritmo Genético padrão . . . . .                                 | 60        |
| 6.1.1    | Características, vantagens e desvantagens . . . . .                 | 60        |
| 6.2      | Descrição do Algoritmo Genético para estruturas laminadas . . . . . | 61        |
| 6.2.1    | Função objetivo penalizada (Tratamento das restrições) . . . . .    | 62        |
| 6.2.1.1  | Penalidade adaptativa 1 . . . . .                                   | 64        |
| 6.2.1.2  | Penalidade adaptativa 2 . . . . .                                   | 65        |
| 6.2.2    | Função aptidão . . . . .  | 67        |
| 6.2.3    | Seleção . . . . .   | 67        |
| 6.2.4    | Representação dos indivíduos . . . . .                              | 68        |
| 6.2.5    | Cruzamento ( <i>Crossover</i> ) . . . . .                           | 70        |
| 6.2.6    | Mutação . . . . .   | 71        |

|          |  |           |
|----------|--|-----------|
| 6.2.7    | Troca de camadas . . . . .   | 72        |
| 6.2.8    | Deleção e adição de camadas . . . . .                              | 72        |
| <b>7</b> | <b>APLICAÇÕES</b>  | <b>74</b> |
| 7.1      | Exemplo 1 - Calibração do AG . . . . .                             | 74        |
| 7.1.1    | Número de gerações e tamanho da população . . . . .                | 76        |
| 7.1.2    | Segundo estudo sobre o tamanho da população e o número de gerações | 80        |
| 7.1.3    | Taxa de cruzamento . . . . .                                       | 82        |
| 7.1.4    | Métodos de penalidade e seleção . . . . .                          | 83        |
| 7.2      | Exemplo-2 - Variação da profundidade do mar . . . . .              | 85        |
| 7.3      | Exemplo-3 - Otimização multi-objetivo . . . . .                    | 88        |
| <b>8</b> | <b>CONCLUSÕES</b>  | <b>90</b> |
|          | <b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRAFICAS</b>                                  | <b>91</b> |

# 1 INTRODUÇÃO

Um material compósito é formado pela combinação em escala macroscópica de dois ou mais materiais com o objetivo de formar um novo material com propriedades que nenhum dos componentes individualmente apresenta [1]. Dentre os tipos de materiais compósitos, os laminados reforçados por fibras destacam-se devido às altas relações rigidez/peso e resistência/peso, além de outras características positivas, como alta resistência à corrosão, bom isolamento térmico, excelente amortecimento e resistência à fadiga.

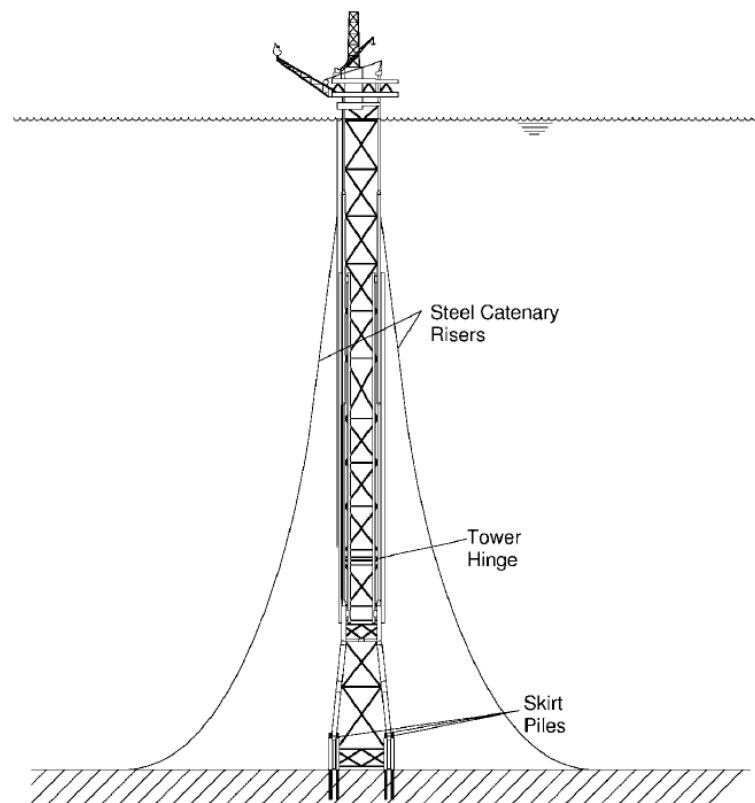
Estas características têm tornado interessante a aplicação dos compósitos laminados na fabricação de tubos utilizados na indústria petrolífera. A exploração e a produção de petróleo e gás em águas profundas tornam necessário o uso de plataformas flutuantes conectadas ao poço por dutos (flowlines) e risers, onde os dutos transportam o óleo/gás do poço ao riser e este o transporta da superfície marinha até a plataforma (Figura 1.1). Com as descobertas de poços em águas ultra-profundas (superiores a 2000 m), a utilização de risers de aço se torna menos atrativa devido ao seu elevado peso. Nessas condições, são necessários mecanismos capazes de suportar as altas tensões de topo desenvolvidas, sendo que tais mecanismos só podem ser acomodados por plataformas maiores e mais caras. Além disso, mais flutuadores devem ser empregados visando suportar o peso total do sistema, encarecendo também o projeto [2].

Diante de tais fatos, tem-se estudado a viabilidade do emprego de risers de materiais compósitos na exploração em águas ultra-profundas devido às elevadas rigidez e resistência específicas que tais materiais podem atingir [4]. Em [5], por exemplo, estudos comparativos entre risers metálicos e compósitos mostraram que o uso de risers de aço não deve superar profundidades de 1500m. De acordo com [2], o uso de risers e tirantes compósitos estende a possibilidade de produção para lâminas d'água superiores à 3000m com redução de até 37% do custo total do sistema instalado.

O projeto de estruturas laminadas é mais complexo do que o de estruturas metálicas devido à grande quantidade de parâmetros envolvidos, como material, espessura e ângulo de orientação das fibras de cada camada. No caso dos risers acrescentam-se ainda as várias condições de carregamento e ambientais que tornam o processo de projeto tradicional de tentativa e erro inadequado. Portanto, uma solução apenas satisfatória não explora, em geral, o potencial que os compósitos apresentam de se adaptarem às solicitações da forma mais eficiente possível. Devido aos fatos mencionados, o uso de técnicas de otimização no projeto de risers de material compósito é de extrema importância.

Na seções seguintes são apresentadas as revisões bibliográficas referentes à otimização estrutural de materiais compósitos e risers. Em seguida, a relevância e os objetivos do trabalho são estabelecidos e a estrutura da dissertação é detalhada.

Figura 1.1: Esquema de *riser* em catenária suspenso por torre.



Fonte: Kyrialides e Corona (2007) [3]

## 1.1 Otimização de compósitos laminados

Diversos trabalhos sobre otimização de estruturas de materiais compósitos podem ser encontrados na literatura. Vários tipos de estruturas, sujeitas aos mais variados carregamentos são considerados. Para um mesmo tipo de estrutura, diferentes modelos de otimização podem ser propostos e diversos algoritmos de otimização têm sido aplicados a tais problemas.

### 1.1.1 Variáveis de projeto

Os primeiros trabalhos relacionados à otimização de compósitos laminados, consideram as variáveis de projeto pertencentes a um intervalo contínuo de valores. Em [6] e [7], por exemplo, cilindros laminados são otimizados considerando as orientações das fibras como variáveis de projeto, podendo essas orientações assumir quaisquer valores reais entre  $-90^\circ$  e  $+90^\circ$ . Os ângulos das camadas são dependentes entre si, fato esse que torna o problema unidimensional.

Atualmente, o uso de variáveis contínuas ainda é empregado, como pode se ver em [8]. No entanto, na prática, muitas vezes, essas variáveis são restritas a um conjunto discreto. Em [9], por exemplo, são buscados os ângulos de orientação das fibras de cilindros compósitos que maximizam sua pressão externa crítica de flambagem, limitando os valores entre  $30^\circ$  e  $90^\circ$ ,

com intervalos de  $15^\circ$ . Em [10] são estudados os efeitos do uso das Redes Neurais (RN) na otimização de laminados. Os ângulos de orientação das fibras são as variáveis de projeto, que podem variar entre  $-90^\circ$  à  $90^\circ$ , em intervalos de  $5^\circ$ . A carga crítica de placas que só podem ter fibras de orientações iguais a  $0^\circ$ ,  $90^\circ$ ,  $-45^\circ$  e  $+45^\circ$  é maximizada em [11].

Em um primeiro modelo, [12] otimiza placas quadradas considerando não apenas os ângulos de orientação das fibras, mas também as espessuras de cada lâmina como variáveis de projeto. Em um segundo modelo, o número de lâminas e o material que constitui cada uma delas são usados como variáveis de projeto. Em [13], espessuras, orientações das fibras e parâmetros micromecânicos como o módulo de Young, o coeficiente de Poisson, as densidades da fibra e da matriz e a fração de volume da fibra são adotadas como variáveis de projeto. Além de parâmetros do laminado, [14] usa o raio interno de cilindros laminados como variável de projeto a ser determinada.

### 1.1.2 Restrições

Diversas restrições têm sido impostas ao problema de otimização de laminados, sendo as principais de resistência, estabilidade e fabricação. Em [13], por exemplo, adotam-se como restrições critérios de flambagem e de resistência associados à deformação máxima de cada lâmina. Adota-se como restrição um critério de resistência de deformação derivado da teoria de falha de Tsai-Wu em [8]. É limitada a máxima curvatura das orientações das fibras. Além disso, é imposto que a falha por estabilidade ocorra primeiro que a falha do material e que não mais do que três lâminas seguidas possuam o mesmo ângulo de orientação. O critério de falha de Tsai-Hill é usado para o cálculo de restrições em [12].

De modo a obter um projeto conservativo, [15] utiliza de forma combinada os critérios da máxima tensão e de Tsai-Wu. Usam-se restrições de flambagem e frequência natural em [16] para otimizar placas comprimidas. Além disso, duas restrições de fabricação são consideradas. A primeira restrição de fabricação exige que a estrutura tenha laminação balanceada. A segunda restrição impõe que não mais do que quatro lâminas seguidas possuam o mesmo ângulo de orientação. O índice de falha de Hashin é usado como restrição para obter projetos de estruturas laminadas em [17]. Como restrição de fabricação, é imposto que a diferença entre as orientações de lâminas adjacentes não devam superar  $45^\circ$ , de modo a evitar a delaminação. Visando a obtenção de um projeto conservativo, [18] fazem uso de um critério de falha micromecânico em conjunto com os critérios de falha da máxima tensão e Tsai-Wu para obter o peso ótimo de placas.

### 1.1.3 Funções objetivo

O peso do laminado ou sua espessura, por ser intrinsecamente relacionado ao custo da estrutura, são muitas vezes tomados como a função objetivo a ser minimizada em problemas de otimização estrutural de placas e cascas. O peso e o custo de um cilindro laminado sujeito

à compressão e à torção são minimizados em [19] [16]. Parâmetros relacionados ao comportamento físico da estrutura também podem ser otimizados. A frequência natural de placas é maximizada por [20]. A temperatura crítica de flambagem de cascas laminadas simétricas é maximizada usando as orientações das fibras como variáveis de projeto em [21]. A importância de um projeto ser insensível a imperfeições é enfatizada em [7] via minimização da sensibilidade da carga crítica axial de flambagem de um cilindro laminado sujeito à pressão externa e à força axial.

Não é raro se deparar com problemas de otimização de compósitos que possuem múltiplos mínimos locais. Isto é, soluções diferentes com o mesmo valor de sua função objetivo. Isso pode ocorrer quando, por exemplo, minimiza-se a espessura e as variáveis de projeto são os ângulos de orientação, uma vez que, dependendo das restrições, mudanças nas orientações não afetam a função objetivo. Nesses casos, um segundo parâmetro pode ser usado com o objetivo de desempatar dois mínimos locais. Esse segundo parâmetro pode ser incorporado ao modelo de otimização como outra função objetivo. Quando mais de uma função é otimizada, tem-se uma formulação multiobjetivo, que é muitas vezes empregada na otimização de laminados. O peso e a resposta dinâmica de um cilindro laminado sujeito a um carregamento axial e a uma força radial são minimizados em [13]. Maximizam-se a carga axial e momento torsor crítico de cilindros laminados em [6]. A espessura de chapas laminadas são minimizadas ao mesmo tempo que maximizam-se os fatores de segurança da estrutura obtidos pelas teorias de falha da máxima tensão e de Tsai-Wu [15].

Em um primeiro modelo, [22] maximiza o momento oblíquo de falha de uma placa laminada calculado pela teoria de Tsai-Wu ao mesmo tempo em que sua densidade areal (massa / área de superfície) é minimizada. Em um segundo modelo, dado um vaso de pressão sujeito a pressão interna, busca-se maximizar a pressão interna de ruptura calculada pela teoria de falha de Tsai-Wu e sua rigidez circunferencial, ao mesmo tempo em que se minimiza sua densidade areal. Em [12] minimizam-se os pesos e as deflexões de placas quadradas laminadas simétricas em um primeiro modelo e o peso e o custo de compósitos híbridos em um segundo. Em um terceiro modelo monoobjetivo, a rigidez de cascas cilíndricas laminadas sujeitas a carregamento radial é maximizada. Em [8] o momento crítico de flambagem de um cilindro balanceado é maximizado usando o ângulo de orientação das fibras curvadas como variáveis de projeto. Minimiza-se o número de lâminas enquanto a carga crítica de placas laminadas é maximizada em [17] Além disso, coeficientes relacionados à matriz de rigidez flexural do material ( $D_{16}, D_{26}$ ) são minimizados de modo a buscar a homogeneização do compósito. Parâmetros de rigidez ( $EA, EI, GJ$ ) de uma casca cilíndrica são empregados como função objetivo em [14].

#### 1.1.4 Algoritmos de otimização

Diversos algoritmos de programação matemática podem ser encontrados na literatura e alguns deles podem ser usados na otimização de compósitos laminados [23]. Alguns trabalhos de otimização de compósitos laminados fazem uso de métodos clássicos de programação



matemática. Em [6], por exemplo, o Método da Seção Aurea é empregado para otimizar cilindros compósitos. Tal método também é empregado na maximização da carga crítica de placas laminadas em [24] e [25]. O Método das Direções Viáveis (MDV) é utilizado para minimização do índice de falha de Tsai-Hill de placas laminadas em [26]. Usa-se o MDV para maximizar a temperatura crítica de flambagem e a frequência natural de cilindros em [27] e [28], respectivamente.

O problema de otimização de estruturas de material compósito, devido à sua natureza discreta aliada à grande quantidade de mínimos locais, pode tornar inviável o uso de algoritmos baseados em gradientes. Portanto, a otimização de compósitos laminados tem sido em sua grande parte feita via algoritmos semi-heurísticos, que não necessitam do cálculo de gradientes e lidam com problemas discretos de otimização.

Placas laminadas, por exemplo, têm suas cargas críticas de flambagem maximizadas por uma versão modificada do Simulated Annealing [29] [15] ou por um Algoritmo de Enxame de Partículas [30]. Um método iterativo de aproximação linear é empregado em [14] para otimizar estruturas laminadas. Usa-se o Algoritmo das Colônias de Formigas para maximizar a carga crítica de painéis compósitos em [31] enquanto [16] propõe um algoritmo misto, combinando características do Tabu Search e do Simulated Annealing para otimização de estruturas laminadas.

Apesar de existir uma grande quantidade de algoritmos que possam ser usados na otimização de compósitos, os Algoritmos Genéticos, devido à sua capacidade de tratar problemas de qualquer natureza e à facilidade de implementação, têm se apresentado como um dos métodos mais utilizados na otimização de compósitos. Em [32] são descritos operadores genéticos especialmente desenvolvidos para otimização de compósitos laminados. Usa-se um AG diferenciado para otimização de laminados, que faz uso de operadores específicos para esse tipo de estrutura em [12]. Em [33] utiliza-se o Algoritmo Genético do Lagrangeano Aumentado (*ALGA - Augmented Lagrangian Genetic Algorithm*) do toolbox do MATLAB para obter as orientações ótimas das fibras que maximizam as frequências naturais de placas laminadas. É proposto em [34] um *Guide-Based Genetic Algorithm* para otimização de subpartes de uma estrutura laminada.

## 1.2 Otimização de risers

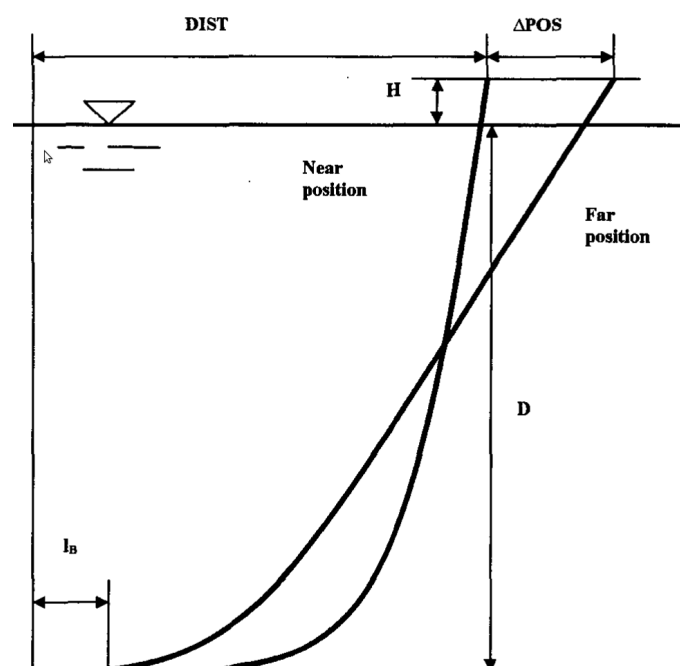
Geralmente, um algoritmo de otimização aplicado a um problema estrutural requer que diversas estruturas sejam analisadas ao longo de suas iterações, de modo que os resultados dessas análises possam ser utilizados nos cálculos das funções objetivo e restrições do problema. Um entrave surge quando a estrutura a ser otimizada requer um modelo de análise complexo e de alto custo computacional.

No caso da otimização de risers, por exemplo, o uso de um modelo de análise realista deve levar em conta efeitos de não linearidade (movimento do flutuador e interação solo

estrutura no Touchdown Point (TDP)) e dinâmicos (ondas e corrente) que podem ser considerados usando-se elementos finitos. No entanto, o alto custo computacional apresentado pelas análises dinâmica e não-linear, somado à grande quantidade de casos de carga a ser considerada, torna impraticável o uso de algoritmos de otimização ao projeto de risers, caso simplificações não fossem adotadas.

Embora exista uma rica literatura sobre otimização de materiais compósitos, o mesmo não pode ser dito sobre a otimização dos risers. Em [35] é apresentado um dos primeiros trabalhos sobre otimização de risers de aço em catenária, cujo modelo pode ser visualizado na Figura 1.2. Como variáveis de projeto do problema, são consideradas a distância horizontal

Figura 1.2: Modelo do problema de otimização usado em Larsen e Hanson (1999).



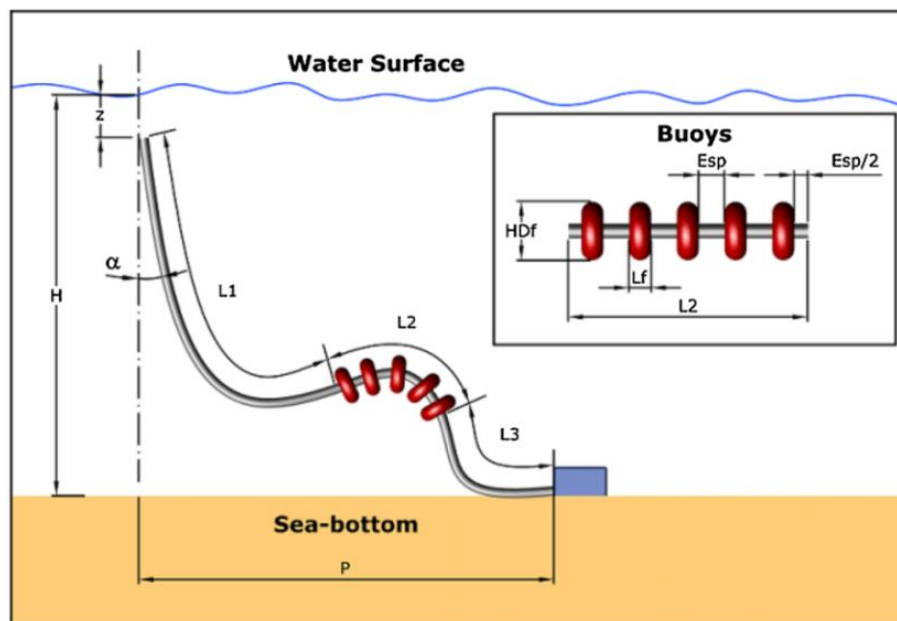
Fonte: Larsen e Hanson (1999) [35]

medida do topo do riser na posição *Far* (Mais afastada do poço) até o poço (DIST) e as espessuras de três segmentos do riser, que é dividido em trecho superior, intermediário e inferior. Como função a ser minimizada adota-se o custo total da estrutura. Como restrições, é imposto que um comprimento mínimo do riser fique em contato com o solo quando este estiver na posição *Far*. Impõe-se que as tensões máximas equivalentes não ultrapassem um dado valor limite, que pode ser diferente para os dois casos de carga considerados (*Near* e *Far*). Uma restrição de estabilidade também é adotada levando em conta a ação combinada da pressão externa com o momento fletor. É considerado um modelo de análise bidimensional e estático. Inicialmente usa-se um solver analítico de catenária e depois elementos finitos não lineares para considerar o efeito da corrente. Programação Quadrática Sequencial é usada como algoritmo de otimização.

Em [36] é proposto um Micro-Algoritmo Genético mesclado com conceitos de lógica fuzzy para otimizar risers de aço em configuração *lazy-wave* (Figura 1.3). Os com-

mentos do trecho superior ( $L1$ ), do trecho intermediário com flutuadores ( $L2$ ) e do trecho inferior ( $L3$ ) são considerados como as variáveis de projeto (Figura 1.3). Busca-se minimizar o custo total do riser dado pela soma dos custos de cada trecho. Restrições laterais são impostas às variáveis de projeto. O valor do ângulo de topo ( $\alpha_{Top}$ ) é restrito a um dado valor máximo. O critério de Von Mises é usado como critério de falha. Usa-se uma análise não-linear estática baseada em elementos finitos. Para cada configuração do riser, fazem-se as análises nas posições *Near* e *Far*.

Figura 1.3: Modelo do problema de otimização da configuração de risers usado em Lima *et al.* (2005), Vieira *et al.* (2008) e Pina *et al.* (2010).



Fonte: Vieira *et al.* (2008) [37]

Em [37], o mesmo problema da catenária *lazy-wave* de [36] é resolvido com algumas modificações no modelo de otimização. Aqui, ao invés do Micro-AG, usam-se Sistemas Imunes Artificiais como algoritmo para minimização do custo. Além das três variáveis  $L1$ ,  $L2$  e  $L3$  referentes aos comprimentos dos trechos do riser, somam-se o diâmetro das bóias ( $HDf$ ), comprimento das bóias ( $Lf$ ) e o espaçamento entre as bóias ( $Esp$ ) às variáveis de projeto; todas limitadas a valores mínimos e máximos. Usam-se as mesmas restrições relacionadas ao valor máximo do ângulo de topo e à tensão máxima de Von Mises. Acrescentam-se ainda uma restrição associada à máxima variação do ângulo de topo devido ao offset (*Near* e *Far*), uma restrição relacionada ao valor limite da tensão de topo e outra restrição associada à flambagem do riser. Como metodologia de análise adotam-se equações analíticas de catenária ao invés da análise não-linear. Em [38], o mesmo modelo de otimização é solucionado via Algoritmo do Enxame das Partículas.

Computação paralela é empregada em [39] para otimizar a configuração de risers de aço, que pode variar da catenária livre até a *lazy-wave*. O riser a ser otimizado é dividido em

três trechos, sendo o trecho intermediário com flutuadores. Como variáveis de projeto tem-se os comprimentos dos três trechos e a espessura dos flutuadores do trecho intermediário. Duas funções objetivo são minimizadas em exemplos diferentes: o custo do riser e a amplitude da tensão dinâmica máxima ao longo do riser, sendo esta usada para representar a fadiga. Usa-se uma restrição relacionada à flambagem devido à pressão de colapso, uma restrição devido ao valor mínimo da curvatura da linha elástica, uma restrição associada a um valor mínimo de tensão na posição *Near* e outra restrição devido ao valor máximo de tensão na posição *Far*. Usam-se Algoritmos Genéticos e Simulated Annealing como métodos de busca. Como ponto de partida, o riser é analisado desconsiderando sua rigidez à flexão. Posteriormente, faz-se uma análise dinâmica no domínio da frequência considerando as ondas como harmônicas. As duas fontes de não linearidade provem do movimento do TDP e da força quadrática de amortecimento. O TDP é considerado rotulado e o amortecimento é linearizado, possibilitando o uso de um modelo de elementos finitos lineares de pórtico. Ao todo, 12 casos de carga representados por 12 estados do oceano são utilizados.

Obtêm-se projetos de risers de aço em catenária com otimização baseada em confiabilidade (*Reliability-Based Design Optimization - RBDO*) em [40]. Nesse caso, tanto as variáveis de projeto (espessura de três trechos do riser) como as restrições (tensão máxima equivalente) são tratadas de forma probabilística. Outros parâmetros probabilísticos como o Módulo de Elasticidade e o coeficiente de arrasto possuem caráter randômico. A função objetivo a ser minimizada é o peso. Como algoritmo de otimização faz-se uso de Programação Quadrática Sequencial e Método das Direções Viáveis. Na análise é considerada a não-linearidade da interação solo-estrutura e o comportamento dinâmico dos risers. No entanto, faz-se uso de um meta-modelo para contornar o problema do alto custo computacional da análise não-linear dinâmica. O comportamento do riser é aproximado usando-se o meta-modelo de Kriging. As amostras usadas para construir o meta-modelo são obtidas via Hipercubo Latino (Latin Hypercube Sampling - LHS). As amostras são analisadas pelo Método dos Elementos Finitos.

### 1.3 Relevância e objetivos do trabalho

A pesquisa bibliográfica mostrou que diversos esforços têm sido empregados na otimização de estruturas de materiais compósitos. Por outro lado, apenas recentemente tem-se aplicado técnicas de otimização ao projeto de risers e os poucos trabalhos relacionados à otimização de tais estruturas utilizam o aço como material. Nenhum estudo relacionado à otimização de risers de material compósito foi identificado.

Em vista do que foi mencionado, o diferencial do presente trabalho consiste na aplicação de técnicas de otimização ao projeto de risers de material compósito. Como variáveis de projeto do problema são consideradas as espessuras, as orientações das fibras e os materiais de cada camada. Como função objetivo, o peso, o custo ou mesmo um parâmetro de estabilidade local podem ser utilizados. Restrições relativas à resistência, à estabilidade local e aos requisitos

de fabricação são incorporadas ao modelo de otimização. A análise global do riser é feita através das expressões analíticas do modelo de catenária. A análise local dos trechos críticos é feita com as equações analíticas da Teoria Clássica de Laminação [41]. Algoritmos Genéticos com operadores especialmente desenvolvidos para estruturas laminadas são empregados.

#### **1.4 Organização do trabalho**

O trabalho utiliza a seguinte organização: O segundo Capítulo trata dos conceitos básicos dos materiais compósitos. São discutidos os tipos de materiais compósitos, seus constituintes e as vantagens e desvantagens de sua utilização. O terceiro Capítulo refere-se às teorias utilizadas para análise de materiais compósitos laminados, bem como os critérios de falha usados para estudo da integridade estrutural dos compósitos. O quarto Capítulo introduz os aspectos básicos relativos a risers e detalha os procedimentos usados na análise global, local e de estabilidade. O quinto Capítulo relaciona-se aos conceitos básicos de otimização. Define-se a formulação básica de um problema de otimização. Comenta-se sobre algoritmos clássicos de programação matemática e sobre otimização multiobjetivo. É apresentado o modelo de otimização de risers de material compósito proposto neste trabalho. Para o problema estudado são definidas as variáveis de projeto, a função objetivo e as restrições do problema. No sexto Capítulo, faz-se uma breve introdução aos Algoritmos Genéticos. Em seguida, o algoritmo de otimização implementado no presente trabalho é detalhado. São mostrados os métodos usados para lidar com restrições e os operadores genéticos. O sétimo Capítulo apresenta aplicações numéricas utilizando o modelo desenvolvido. No oitavo e último Capítulo, conclusões são apresentadas.

## 2 MATERIAIS COMPÓSITOS

Registros históricos indicam que materiais compósitos têm sido utilizados na Antiguidade. Egípcios, por exemplo, usavam em construções urbanas um tipo de tijolo de barro reforçado com palha vegetal picotada [1]. O empilhamento de lâminas de diferentes metais era usado para forjar espadas e armaduras medievais [41]. Na Mongólia, arcos levavam em sua constituição milho, madeira e tendões de vaca [42]. Alguns compósitos também podem ser encontrados de forma bruta na natureza. Exemplos incluem a madeira, onde uma matriz de lignina é reforçada por fibras de celulose; e os ossos onde placas de cálcio e fosfato servem para reforçar o colágeno [43].

No século 20, teve início o uso dos chamados materiais compósitos modernos. Por volta de 1930, fibras de vidro começaram a ser utilizadas na construção de barcos e aviões. Na década de 70, aplicações dos compósitos em outras indústrias levaram ao desenvolvimento de outros tipos de fibras como carbono, vidro, grafite e aramida, além de outros sistemas compostos por matrizes de cerâmica e metais [43]. Uma vasta lista com diversas aplicações dos materiais compósitos pode ser encontrada em [42], que inclui: esportes e recreação (raquetes de tênis e squash, tacos de baseball, varas de pescar, pranchas de esqui, capacetes), elétricos e eletrônicos (antenas, circuitos, torres de antenas de televisão, geradores eólicos), construção civil (piscinas, janelas, chaminés, painéis de fachada), transporte rodoviário (pneus, radiadores, suspensões, chassis, cabines, assentos, trailers), transporte marinho (canoas, barcos, navios anti-mina), transporte aéreo e espacial (componentes do avião, hélices de helicópteros, propulsores de foguetes, bicos, proteção de reentrada na atmosfera).

Este capítulo tem como objetivo introduzir alguns conceitos relacionados aos materiais compósitos. Primeiro, são mostrados os tipos básicos de materiais compósitos. Depois apresentam-se seus principais constituintes (fibra e matriz). Discutem-se alguns processos de fabricação e, por fim, listam-se as principais vantagens e desvantagens destes materiais.

### 2.1 Tipos

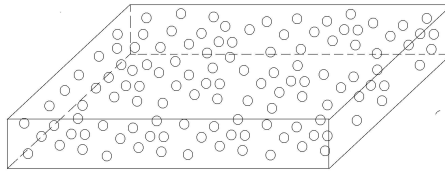
Tradicionalmente, os materiais compósitos podem ser classificados de acordo com as características de sua matriz e reforço. Segundo [41] e [43], os materiais compósitos podem ser classificados em:

#### 2.1.1 Compósito particulado

Consiste de partículas imersas em uma matriz (Figura 2.1). Tais materiais são geralmente isotrópicos devido à distribuição randômica de suas partículas. Exemplos incluem o

uso de partículas de alumínio em borracha, partículas de carboneto em alumínio, e a mistura de cimento, areia e brita para fazer o concreto [43].

Figura 2.1: Compósito particulado.

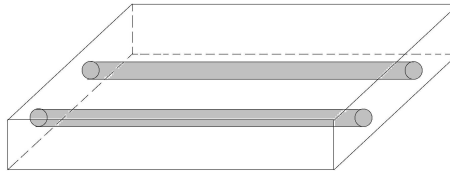


Fonte: Elaborada pelo autor.

### 2.1.2 Compósito reforçado por fibras

Consiste em uma matriz reforçada por fibras que podem ser curtas ou longas, unidirecionais ou bidirecionais [1] (Figura 2.2). São geralmente anisotrópicas devido à orientação de suas fibras. Exemplos de seus constituintes incluem fibras de carbono, vidro, grafite ou aramida imersas em matrizes de resinas poliméricas como o epóxi ou poliéster [43].

Figura 2.2: Compósito fibroso.

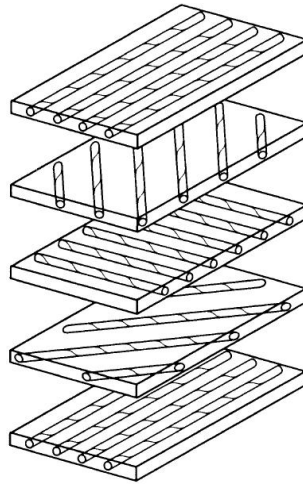


Fonte: Elaborada pelo autor.

### 2.1.3 Compósito laminado

Consiste em lâminas empilhadas uma sobre as outras e perfeitamente unidas, onde as lâminas podem ou não ser de materiais diferentes [41]. Uma estrutura de alto desempenho pode ser obtida quando as lâminas são constituídas por uma matriz polimérica reforçada por fibras unidirecionais. Nesses casos têm-se os compósitos laminados reforçados por fibras. Daqui por diante, sempre que for mencionado material compósito ou laminado, subentende-se que seja o compósito laminado reforçado por fibras, a menos que algo em contrário seja dito (Figura 2.3).

Figura 2.3: Compósito laminado.



Fonte: JONES (1999) [41]

## 2.2 Fibras e matrizes

As Fibras consistem de milhares de filamentos com diâmetro variável entre 5 e 15 micrômetros [42]. O uso de fibras como reforço vem do fato de que um material quando na forma de fibra, apresenta resistência e rigidez maior do que na forma de bloco (*bulk*).

As diferenças das propriedades do material na forma de fibra e em bloco são oriundas das falhas e imperfeições que os materiais apresentam na forma volumétrica. Um material na forma de bloco, por exemplo, apresenta falhas originadas no próprio processo de fabricação. Por outro lado, uma fibra é fabricada em dimensões tão pequenas, que a existência de muitas falhas ou fissuras em sua estrutura tornaria inviável sua produção [1]. Em virtude de tais fatos, exige-se que o processo de fabricação de fibras seja muito mais rigoroso para que seja desenvolvido um material de excelente qualidade.

Apesar de suas propriedades vantajosas, as fibras geralmente suportam apenas esforços na direção longitudinal. Assim, devem ser imersas em uma matriz com o objetivo de suportar esforços compressivos, transversais ou cisalhantes. Nota-se que a integridade do conjunto depende também da qualidade da matriz, já que ela é responsável por transmitir tensões e aglutinar as fibras. Outras funções da matriz são proteger as fibras contra produtos químicos nocivos, desgaste e manuseio [1]. Na maioria dos casos, a resistência e rigidez apresentada pela matriz são inferiores às das fibras, fazendo com que o compósito resultante não possua as excelentes propriedades das fibras, mas sim, um valor intermediário. As propriedades do compósito resultante dependem das porcentagens das fibras usadas [1].



### 2.2.1 Fibras de vidro

As fibras de vidro eram utilizadas como decoração na Síria e Veneza, mas os primeiros registros do uso de fibra de vidro datam de 3000 A.C. na Ásia Menor [44]. A fabricação industrial da fibra de vidro só teve início por volta de 1930, quando eram empregadas em filtros e isolantes. Atualmente, fibras de vidro compõem mais de 90% de todas as fibras usadas em compósitos poliméricos. Existem 5 tipos de vidro utilizados na confecção das fibras: vidro A (*A-glass* / alto Alkali), vidro C (*C-glass* / químico), vidro D (*D-glass* / baixa constante dielétrica), vidro E (*E-glass* / elétrico) e vidro S (*S-glass* / estrutural e alta resistência). Devido a suas propriedades, os vidros do tipo E e S são os mais usados em vasos de pressão, contêineres e dutos. As fibras de vidro exibem comportamento isotrópico e são pouco sensíveis à variação de temperatura e umidade. São conhecidas pela sua alta resistência específica, mas podem ter sua capacidade de carga reduzida em até 25% quando submetidas a carregamentos de longa duração. Na Figura 2.4 fibras de vidro podem ser visualizadas.

Figura 2.4: Fibras de vidro.



Fonte: RTP Company (2013) [45]

### 2.2.2 Fibras de carbono e grafite

Fibras de carbono são geralmente conhecidas como fibras de grafite, no entanto, existem diferenças entre elas. Segundo [1], fibras de grafite apresentam quantidades de carbono superiores a 98.8 %, enquanto fibras de carbono são constituídas de 80 a 95 % de carbono. Além disso o processo de grafitação ocorre em temperaturas muito mais elevadas do que o processo de carbonização.

Embora as primeiras fibras de carbono tenham sido produzidas em laboratórios na década de 50, sua comercialização teve início somente na década de 60 [44]. Três constituintes básicos podem ser usados na fabricação de fibras de carbono: Poliacrilonitrila (PAN), raiom e betume. Cada uma delas gera fibras diferentes devido às diferentes temperaturas utilizadas

nos processos de carbonização e grafitação. Para produzir fibras de carbono PAN de alta resistência por exemplo, seus constituintes devem ser submetidos a temperaturas de até  $1500^{\circ}\text{C}$ . Para fibras de grafite raiom de alta rigidez, temperaturas de até  $2500^{\circ}\text{C}$  são necessárias.

Vários de tipos de fibra de carbono, com diferentes módulos de resistência e rigidez podem ser então fabricados através de diferentes processos. As resistências e o módulo de Elasticidade de fibras de carbono podem alcançar valores de até  $5600\text{MPa}$ . Além das altas resistência e rigidez específica, que são definidas como a resistência e a rigidez divididas pela densidade do material respectivamente, fibras de carbono possuem diversas características que as tornaram extremamente populares na indústria aeronáutica. Elas podem suportar altas temperaturas sem perda de resistência e rigidez, possuem alta condutividade térmica e seus coeficientes de expansão térmica são praticamente desprezíveis. Comparadas com fibras de vidro, elas são muito mais caras.

O custo proibitivo de fibras de carbono fez com que no passado o uso destes materiais se desse exclusivamente na indústria aeronáutica. No entanto, o volume de produção, a demanda mundial e novas tecnologias têm barateado seu custo, aumentando assim a abrangência de suas aplicações. Na Figura 2.5 fibras de carbono podem ser visualizadas.

Figura 2.5: Rolos de fibras de carbono.



Fonte: Deaton (2012) [46]

### 2.2.3 Fibras de aramida (Kevlar)

Fibras de aramidas são poliamidas aromáticas formadas pela condensação de derivados de diácidos aromáticos com diaminas. As fibras de aramida começaram a ser comercializadas no começo da década de 70 pela DuPont sob o nome de Kevlar. É importante ressaltar que existem diversos tipos de aramida e o Kevlar é apenas um deles (Figura 2.6).

Existem três tipos básicos de Kevlar: Kevlar, Kevlar 49 e Kevlar 29. O Kevlar 49 e o Kevlar 29 possuem a mesma resistência, mas o Kevlar 29 apresenta dois terços da rigidez do Kevlar 49. As fibras de Kevlar 49 são comumente chamadas simplesmente de fibras de Kevlar e são extensamente empregadas na fabricação de vasos de pressão e carcaças de motor devido

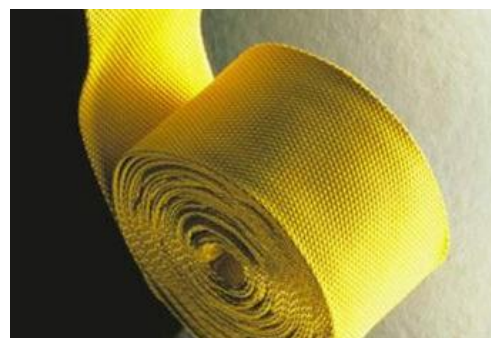
à sua alta resistência [44].

Devido à sua composição orgânica, são altamente suscetíveis a variações de temperatura e umidade. São facilmente atacadas por substâncias alcalinas e ácidas. Devido à sua micro-estrutura, possuem baixa resistência à compressão mas exibem uma boa resistência à impactos.

Figura 2.6: Exemplos de fibras de Kevlar.



(a) Rolos



(b) Tecido

Fonte: Fonte: Dupont (2012) [47]

#### 2.2.4 Matrizes poliméricas

Conhecidos popularmente como plásticos, os materiais poliméricos são comumente empregados na fabricação de matrizes de compósitos laminados. As matrizes poliméricas se destacam em relação às matrizes metálicas no quesito facilidade de fabricação. É necessário mais energia, temperatura e força para usinar, furar, fundir ou unir uma estrutura de aço do que uma de plástico, por exemplo.

Uma desvantagem dos polímeros é sua baixa resistência a altas temperaturas. Qualquer investigação que vise substituir materiais convencionais por polímeros deve levar em conta essa limitação. Devido a diferentes comportamentos quando submetido a elevadas temperaturas, os polímeros podem ser agrupados em dois grupos: termorrígidos ou termoplásticos.

Os termoplásticos são os polímeros que amolecem quando submetidos a altas temperaturas. Se um termoplástico é aquecido, suas ligações moleculares se enfraquecem tornando possível sua deformação. Quando resfriado, suas ligações moleculares se restabelecem e o plástico volta ao seu estado sólido. Deve-se ressaltar que tal processo é parcialmente reversível, e a cada processo de aquecimento-resfriamento, as propriedades do material são degradadas. Alguns exemplos de termoplásticos são: polietileno, náilon e PVC.

Os termorrígidos, por outro lado, uma vez que endurecem, não podem ser mais amolecidos pelo fornecimento de calor. Ao atingir elevadas temperaturas, esses materiais simplesmente se decompõem. Termorrígidos são mais empregados na fabricação de compósitos laminados do que os termoplásticos. Isso ocorre porque os termorrígidos apresentam proprieda-

des mecânicas com valores superiores aos termoplásticos e também por serem menos sensíveis à variação de temperatura. Outra vantagem dos termorrígidos que merece ser ressaltada é que compósitos laminados de plásticos termorrígidos podem ser fabricados em temperatura ambiente. Resinas epóxi e poliéster são os polímeros termorrígidos mais utilizados na confecção de laminados [1].

## 2.3 Fabricação

Diferente do que ocorre com materiais convencionais, uma estreita relação existe entre a fabricação do material compósito e o seu uso. Muitas vezes a fabricação do compósito se dá em conjunto com a fabricação do próprio elemento estrutural ou até da estrutura completa, o que torna tal processo complexo [41]. Segundo [1], de acordo com o estado da resina, a fabricação de compósitos pode ser dividida em processos por conformação molhada e processos por pré-fabricados.

No processo por conformação molhada, a formação do compósito é feita com a resina da matriz em estado líquido com seu processo de cura em apenas uma etapa. Já os pré-fabricados são obtidos com a matriz e fibras previamente impregnadas. Para evitar sua solidificação até a montagem do elemento estrutural, é adicionado um agente retardador de cura e a temperatura é mantida baixa. Para evitar que a peça grude nos dedos durante o manuseio, a resina é preparada com um agente espessante. A seguir são apresentados os principais processos de conformação úmida (bobinamento ou enrolamento filamental) e com pré-fabricados (fitas prepregs).

### 2.3.1 Enrolamento filamental (*filament winding*)

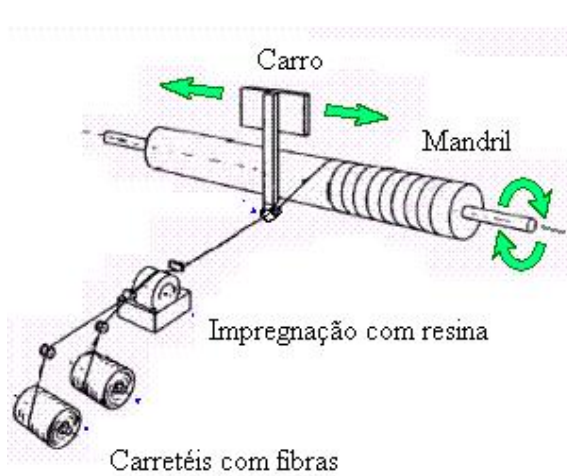
É um processo ideal para fabricação de superfícies de revolução como tubos, cilindros e esferas. É bastante utilizado na fabricação de vasos de pressão usados em diversas indústrias. O processo de fabricação é ilustrado na Figura 2.7.

Um mandril, que pode ser parte do próprio elemento estrutural a ser fabricado, é posto no eixo rotativo da máquina. Fibras de diversos carretéis são bobinadas com a rotação do eixo. Os ângulos das fibras são definidos pela velocidade de rotação do mandril e velocidade do carro. As fibras são impregnadas com resina e o volume relativo das fibras é controlado pelo seu tencionamento. Normalmente os parâmetros do processo são controlados por computador. Depois de bobinado, o mandril é submetido a altas temperaturas para cura da resina. Após solidificação da resina, remove-se o mandril se este não fizer parte do elemento estrutural.

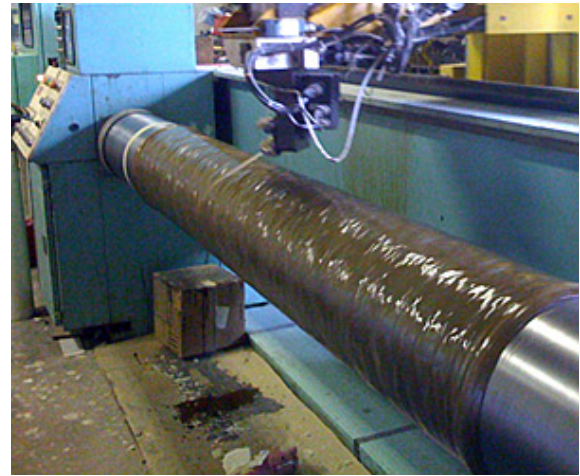
### 2.3.2 Fitas *Prepregs*

De acordo com [1], uma das maiores revoluções na manufatura de compósitos foi o desenvolvimento de fitas prepregs. Elas se constituem de fibras previamente impregnadas por

Figura 2.7: Enrolamento filamentar



(a) Esquema de fabricação.  
Fonte: Etamax (2012) [48]



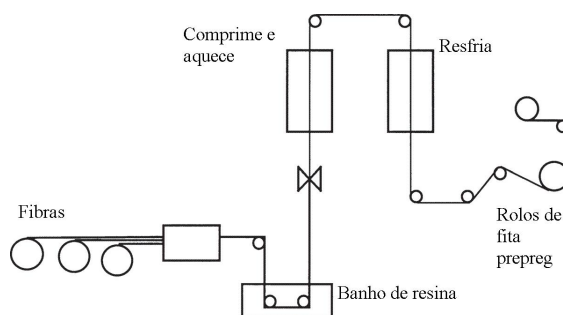
(b) Fabricação de tubo laminado com fibra de vidro.  
Fonte: NorEaster Yachts (2012) [49]

uma resina polimérica, geralmente epóxi.

Na Figura 2.8a é ilustrado o processo de fabricação de um prepreg. As fibras tracionadas são banhadas em resina e prensadas entre folhas impregnadas de silicone ou polietileno. As folhas servem para impedir a aderência das fitas no rolo (Figura 2.8b) e são retiradas no momento do uso do prepreg. O conjunto formado pela resina, fibra e folha é aquecido até a cura parcial da resina e depois resfriado. Em seguida as rebarbas são cortadas e o conjunto é enrolado.

Quando as fitas são constituídas de termoplásticos, podem ser armazenadas em temperatura ambiente. Quando constituídas de termorrígidos, devem ser mantidas em baixas temperaturas até o uso para evitar a cura da resina. Prepregs também podem ser utilizadas na fabricação de tubos laminados através do processo de enrolamento.

Figura 2.8: Prepreg



(a) Processo de fabricação  
Fonte: Kaw (2006) [43]



(b) Prepreg de Carbono  
Fonte: Victrex Aptiv (2012) [50]

## 2.4 Vantagens e desvantagens

A grande vantagem dos materiais compósitos sobre outros materiais diz respeito à sua moldabilidade, que faz com que diversas de suas propriedades possam ser melhoradas. Algumas dessas propriedades são [41]: relação resistência/peso e rigidez/peso, resistência à corrosão, resistência à fadiga, isolamento térmico, condutividade térmica e isolamento acústico. Naturalmente, nem todas as propriedades podem ser melhoradas ao mesmo tempo. Na realidade busca-se melhorar apenas as propriedades requeridas para realizar uma dada tarefa [41]. O emprego inadequado de um compósito pode ser desastroso. Por exemplo, em um estado de tração uniaxial, a colocação de laminados com as fibras normais à direção da sollicitação é ineficiente.

Apesar de todas as vantagens mencionadas, os materiais compósitos possuem algumas desvantagens, sendo as principais o seu custo ainda elevado e o comportamento complexo [43]. Quando comparado a outros materiais, um material compósito possui um alto custo de fabricação. Segundo [43], uma peça de grafite-epóxi, por exemplo, pode chegar a custar entre \$650 e \$900 por quilograma. Em compensação, técnicas de manufatura vêm gradativamente reduzindo seu custo e tempo de produção. A caracterização de um material compósito é mais complexa do que a de um metal. Diferentes dos metais, os compósitos possuem propriedades distintas em cada direção. Uma única lâmina de grafite-epóxi, por exemplo, requer o conhecimento de nove parâmetros de resistência e rigidez para uma análise completa, enquanto um metal necessita de somente quatro [43]. Tais parâmetros são melhor detalhados nos capítulos a seguir.

### 3 MECÂNICA DOS COMPÓSITOS LAMINADOS

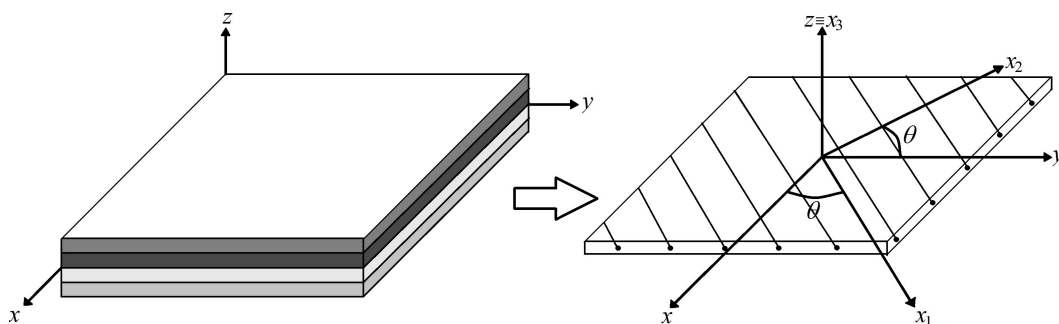
Em um compósito, cada lâmina pode ser constituída de material, espessura e orientação das fibras diferente das outras lâminas. Como consequência, o comportamento e a análise do laminado tornam-se mais complexos. Neste capítulo são apresentados os procedimentos para análise individual de uma lâmina e do laminado. Em seguida, introduz-se a teoria de falha para análise de resistência de uma lâmina.

#### 3.1 Macromecânica de uma lâmina ortotrópica sob estado plano de tensões

Em virtude da heterogeneidade, duas abordagens, de acordo com a escala adotada no modelo, podem ser usadas na análise de uma lâmina: a micromecânica e a macromecânica. A primeira é usada quando há interesse no estudo da interação entre os constituintes do compósito e, por exemplo, o descolamento entre a fibra e a matriz e a ruptura de fibras são incluídas na formulação [51]. Na segunda, propriedades aparentes médias representam o comportamento dos materiais constituintes [41]. As equações constitutivas são formuladas supondo que a lâmina é formada por um material homogêneo e ortotrópico [51]. A análise macromecânica de uma lâmina será usada neste trabalho e é desenvolvida a seguir.

No laminado, trabalha-se com um sistema de coordenadas global  $(x, y, z)$  usado para definir os parâmetros do laminado e um sistema local  $(x_1, x_2, x_3)$  para cada camada denominado Sistema do Material (Figura 3.1). O eixo  $x_1$  é paralelo à direção das fibras, o eixo  $x_2$  está contido no plano da lâmina e é ortogonal ao eixo  $x_1$  e o eixo  $x_3$  é normal à lâmina. Os eixos  $(x_1, x_2, x_3)$  também são chamados de eixos principais da lâmina [1].

Figura 3.1: Sistema Global  $(x, y, z)$  e Sistema Local  $(x_1, x_2, x_3)$ .



Fonte: Elaborada pelo autor.

Sendo conhecidas as componentes de deformação  $\boldsymbol{\epsilon}$  de um lâmina no sistema global, as deformações no sistema local  $\boldsymbol{\epsilon}^1$  podem ser obtidas mediante a transformação [52]:

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \gamma_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos^2\theta & \sin^2\theta & \sin\theta\cos\theta \\ \sin^2\theta & \cos^2\theta & -\sin\theta\cos\theta \\ -2\sin\theta\cos\theta & 2\sin\theta\cos\theta & \cos^2\theta - \sin^2\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} \text{ ou } \boldsymbol{\varepsilon}^1 = \mathbf{T}\boldsymbol{\varepsilon} \quad (3.1)$$

onde  $\mathbf{T}$  é uma matriz de transformação. Uma lâmina ortotrópica sob Estado Plano de Tensões (EPT) tem  $\sigma_3 = \sigma_{23} = \sigma_{31}$  em qualquer ponto. Nesse caso, as deformações e as tensões no sistema do material relacionam-se na forma [1]:

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \gamma_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & 0 \\ S_{21} & S_{22} & 0 \\ 0 & 0 & S_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_1} & -\frac{\nu_{21}}{E_2} & 0 \\ -\frac{\nu_{21}}{E_1} & \frac{1}{E_2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{G_{12}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{12} \end{bmatrix} \text{ ou } \boldsymbol{\varepsilon}^1 = \mathbf{S}\boldsymbol{\sigma}^1 \quad (3.2)$$

onde  $\mathbf{S}$  é a matriz de flexibilidade reduzida da lâmina em relação ao sistema local. A inversão da Equação (3.2) fornece:

$$\begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & 0 \\ Q_{21} & Q_{22} & 0 \\ 0 & 0 & Q_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \gamma_{12} \end{bmatrix} \text{ ou } \boldsymbol{\sigma}^1 = \mathbf{Q}\boldsymbol{\varepsilon}^1 \quad (3.3)$$

A matriz  $\mathbf{Q}$  é conhecida como matriz de rigidez reduzida, e seus coeficientes são dados por:

$$Q_{11} = \frac{E_1}{1 - \nu_{12}\nu_{21}} \quad Q_{12} = \frac{\nu_{12}E_2}{1 - \nu_{12}\nu_{21}} = \frac{\nu_{21}E_1}{1 - \nu_{12}\nu_{21}} \quad Q_{22} = \frac{E_2}{1 - \nu_{12}\nu_{21}} \quad Q_{66} = G_{12} \quad (3.4)$$

No sistema global do laminado, a relação tensão-deformação é dada por:

$$\begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{16} \\ \bar{Q}_{21} & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{26} \\ \bar{Q}_{61} & \bar{Q}_{62} & \bar{Q}_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} \text{ ou } \boldsymbol{\sigma} = \bar{\mathbf{Q}}\boldsymbol{\varepsilon} \quad (3.5)$$

onde  $\bar{\mathbf{Q}}$  é a matriz de rigidez transformada do material. Usando o Princípio dos Trabalhos Virtuais [52], mostra-se que:

$$\bar{\mathbf{Q}} = \mathbf{T}^t \mathbf{Q} \mathbf{T} \quad (3.6)$$

Realizando as multiplicações da Equação (3.6), os termos da matriz  $\bar{\mathbf{Q}}$  podem ser explicitados



na seguinte forma:

$$\bar{Q}_{11} = Q_{11}\cos^4\theta + 2(Q_{12} + 2Q_{66})\sin^2\theta\cos^2\theta + Q_{22}\sin^4\theta \quad (3.7)$$

$$\bar{Q}_{12} = (Q_{11} + Q_{22} - 4Q_{66})\sin^2\theta\cos^2\theta + Q_{12}(\sin^4\theta + \cos^4\theta) \quad (3.8)$$

$$\bar{Q}_{22} = Q_{11}\sin^4\theta + 2(Q_{12} + 2Q_{66})\sin^2\theta\cos^2\theta + Q_{22}\cos^4\theta \quad (3.9)$$

$$\bar{Q}_{16} = (Q_{11} - Q_{12} - 2Q_{66})\sin\theta\cos^3\theta + (Q_{12} - Q_{22} + 2Q_{66})\sin^3\theta\cos\theta \quad (3.10)$$

$$\bar{Q}_{26} = (Q_{11} - Q_{12} - 2Q_{66})\sin^3\theta\cos\theta + (Q_{12} - Q_{22} + 2Q_{66})\sin\theta\cos^3\theta \quad (3.11)$$

$$\bar{Q}_{66} = (Q_{11} + Q_{22} - 2Q_{12} - 2Q_{66})\sin^2\theta\cos^2\theta + Q_{66}(\sin^4\theta + \cos^4\theta) \quad (3.12)$$

Na maioria das vezes, deseja-se obter as tensões no sistema local  $\boldsymbol{\sigma}^1$  a partir das deformações no eixo global  $\boldsymbol{\varepsilon}$ . Para isso, calcula-se  $\boldsymbol{\varepsilon}^1$  com a Equação (3.1) e depois utiliza-se a Equação (3.3) para se obter  $\boldsymbol{\sigma}^1$ . As tensões no sistema local da lâmina são utilizadas para verificação de sua integridade.

### 3.2 Teoria Clássica de Laminação

A análise de compósitos laminados de parede fina pode ser feita através da Teoria Clássica de Laminação (TCL). A TCL é uma extensão da teoria clássica de placas e cascas de materiais isotrópicos. São adotadas as mesmas hipóteses da teoria de placas de Kirchhoff e de Kirchhoff-Love para as cascas. Tais hipóteses em conjunto com outras próprias relacionadas a compósitos laminados formam a base para o desenvolvimento da TCL. As hipóteses mencionadas são listadas abaixo [1]:

- As lâminas são perfeitamente coladas, sem deslizamento uma sobre as outras;
- A espessura da camada de resina usada para unir as lâminas é muito pequena em relação às dimensões do laminado, podendo ser desprezada e assegura a continuidade dos deslocamentos ao longo das lâminas;
- O laminado é considerado fino, ou seja, sua espessura é pequena quando comparada com as demais dimensões do laminado.
- Como consequência da hipótese anterior, pode-se trabalhar com a hipótese das seções planas. Assim, as deformações de cisalhamento transversais  $\gamma_{xz}$  e  $\gamma_{yz}$  podem ser desprezadas e um segmento reto e normal à superfície permanece reto e normal à superfície após a deformação.
- Segmentos retos e normais à superfície de referência são inextensíveis, ou seja,  $\varepsilon_z = 0$ .

Utilizando as hipóteses anteriores, pode se demonstrar que os três componentes do deslocamento de um ponto da placa são dados por [1]:

$$\begin{aligned} u(x,y,z) &= u_o(x,y) - z \frac{\partial w_o(x,y)}{\partial x} \\ v(x,y,z) &= v_o(x,y) - z \frac{\partial w_o(x,y)}{\partial y} \\ w(x,y,z) &= w_o(x,y) \end{aligned} \quad (3.13)$$

onde  $u$ ,  $v$  e  $w$  são os deslocamentos ao longo dos eixos  $x$ ,  $y$ ,  $z$  respectivamente,  $u_o$ ,  $v_o$  e  $w_o$  são os deslocamentos na superfície média da placa. Considerando a hipótese das deformações pequenas, têm-se as relações deformação-deslocamento:

$$\epsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x} \quad \epsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y} \quad \gamma_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \quad (3.14)$$

Substituindo os componentes da Equação (3.13) na Equação (3.14):

$$\begin{aligned} \epsilon_x(x,y,z) &= \frac{\partial u_o(x,y)}{\partial x} - z \frac{\partial^2 w_o(x,y)}{\partial x^2} \\ \epsilon_y(x,y,z) &= \frac{\partial v_o(x,y)}{\partial y} - z \frac{\partial^2 w_o(x,y)}{\partial y^2} \\ \gamma_{xy}(x,y,z) &= \frac{\partial u_o(x,y)}{\partial y} + \frac{\partial v_o(x,y)}{\partial x} - z 2 \frac{\partial^2 w_o(x,y)}{\partial x \partial y} \end{aligned} \quad (3.15)$$

Fisicamente, os primeiros termos à direita da Equação (3.15) definem as deformações de membrana  $\boldsymbol{\epsilon}^o$  da superfície média da placa, e sendo  $\boldsymbol{\kappa}$  o vetor associado às curvaturas, isto é:

$$\boldsymbol{\epsilon}^o = \begin{bmatrix} \epsilon_x^o \\ \epsilon_y^o \\ \epsilon_{xy}^o \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial u_o}{\partial x} \\ \frac{\partial v_o}{\partial y} \\ \frac{\partial u_o}{\partial y} + \frac{\partial v_o}{\partial x} \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad \boldsymbol{\kappa} = \begin{bmatrix} \kappa_x \\ \kappa_y \\ \kappa_{xy} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 w_o}{\partial x^2} \\ \frac{\partial^2 w_o}{\partial y^2} \\ 2 \frac{\partial^2 w_o}{\partial x \partial y} \end{bmatrix} \quad (3.16)$$

então, matricialmente, as deformações podem ser rescritas como:

$$\begin{bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \epsilon_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \epsilon_x^o \\ \epsilon_y^o \\ \epsilon_{xy}^o \end{bmatrix} + z \begin{bmatrix} \kappa_x \\ \kappa_y \\ \kappa_{xy} \end{bmatrix} \quad \text{ou} \quad \boldsymbol{\epsilon} = \boldsymbol{\epsilon}^o + z\boldsymbol{\kappa} \quad (3.17)$$

Substituindo a Equação (3.17) na Equação (3.5), obtêm-se as tensões na  $k$ -ésima lamina:

$$\begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{bmatrix}_k = \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{16} \\ \bar{Q}_{21} & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{26} \\ \bar{Q}_{61} & \bar{Q}_{62} & \bar{Q}_{66} \end{bmatrix}_k \begin{bmatrix} \epsilon_x^o \\ \epsilon_y^o \\ \epsilon_{xy}^o \end{bmatrix} + z \begin{bmatrix} \kappa_x \\ \kappa_y \\ \kappa_{xy} \end{bmatrix} \quad \text{ou} \quad \boldsymbol{\sigma}_k = \bar{\mathbf{Q}}_k (\boldsymbol{\epsilon}^o + z\boldsymbol{\kappa}) \quad (3.18)$$

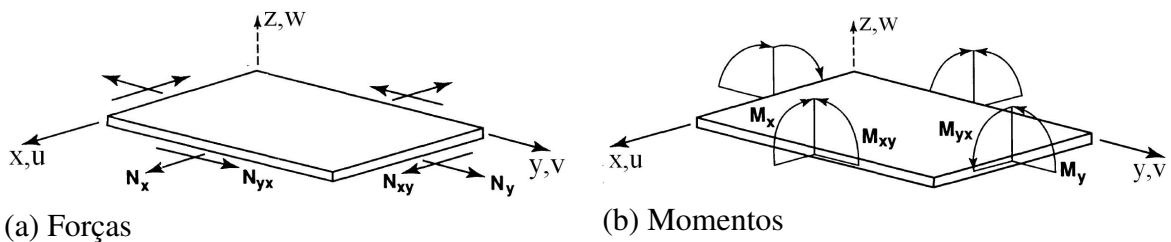
Aqui vale ressaltar que, como  $\boldsymbol{\varepsilon}^0$  e  $\boldsymbol{\kappa}$  são as deformações e as curvaturas na superfície média do laminado, seus valores são os mesmos para qualquer lâmina  $k$ . No entanto, cada lâmina possui diferentes propriedades mecânicas e, portanto, diferentes matrizes  $\bar{\mathbf{Q}}_k$ . Logo, cada lâmina desenvolve tensões próprias em função de  $\bar{\mathbf{Q}}_k$  e da cota  $z$ .

Os esforços normais ( $N_x, N_y, N_{xy}$ ) e momentos ( $M_x, M_y, M_{xy}$ ) por unidade de comprimento (Figura 3.2) desenvolvidos na seção de um laminado são dados pela integral das tensões ao longo de sua espessura. Devido à descontinuidade das tensões entre cada lâmina, essa integral pode ser expressa pela soma das integrais nas lâminas:

$$\begin{bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \end{bmatrix} = \int_{-h_t/2}^{h_t/2} \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} dz = \sum_{k=1}^N \int_{z_{k-1}}^{z_k} \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{bmatrix}_k dz \quad (3.19)$$

$$\begin{bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{bmatrix} = \int_{-h_t/2}^{h_t/2} \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} z dz = \sum_{k=1}^N \int_{z_{k-1}}^{z_k} \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{bmatrix}_k z dz \quad (3.20)$$

Figura 3.2: Esforços por unidade de comprimento.



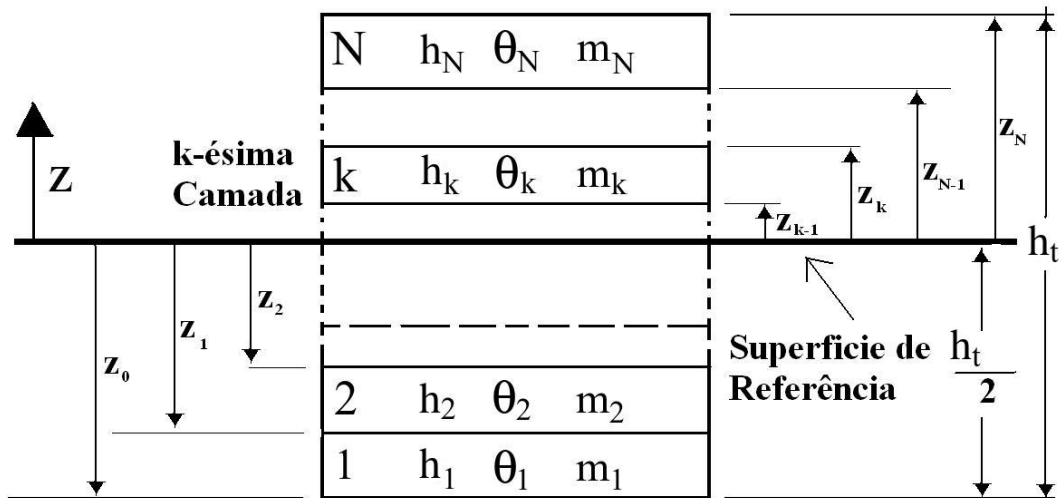
Fonte: Jones (1999) [41]

Na Figura 3.3 é mostrada a seção transversal do laminado. As grandezas  $h_k$ ,  $\theta_k$ ,  $m_k$  são, respectivamente, a espessura, o ângulo de orientação das fibras, e o material da  $k$ -ésima camada.  $z_k$  é cota superior da lâmina  $k$ , medida em relação à superfície de referência.  $h_t$  é a espessura total do laminado e  $N$  é o número de lâminas.

Substituindo a Equação (3.18) em (3.19) e (3.20), e utilizando o fato de que, por ser constante ao longo da espessura de cada camada, a matriz de rigidez  $\bar{\mathbf{Q}}_k$  pode sair das integrais, obtêm-se:

$$\begin{bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \end{bmatrix} = \sum_{k=1}^N \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{16} \\ \bar{Q}_{21} & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{26} \\ \bar{Q}_{61} & \bar{Q}_{62} & \bar{Q}_{66} \end{bmatrix}_k \left[ \int_{z_{k-1}}^{z_k} \begin{bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \varepsilon_{xy}^0 \end{bmatrix} dz + \int_{z_{k-1}}^{z_k} \begin{bmatrix} \kappa_x \\ \kappa_y \\ \kappa_{xy} \end{bmatrix} z dz \right] \quad (3.21)$$

Figura 3.3: Esquema de laminação de um laminado.



Fonte: Elaborada pelo autor.

$$\begin{bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{bmatrix} = \sum_{k=1}^N \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{16} \\ \bar{Q}_{21} & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{26} \\ \bar{Q}_{61} & \bar{Q}_{62} & \bar{Q}_{66} \end{bmatrix}_k \left[ \int_{z_{k-1}}^{z_k} \begin{bmatrix} \epsilon_x^o \\ \epsilon_y^o \\ \epsilon_{xy}^o \end{bmatrix} z dz + \int_{z_{k-1}}^{z_k} \begin{bmatrix} \kappa_x \\ \kappa_y \\ \kappa_{xy} \end{bmatrix} z^2 dz \right] \quad (3.22)$$

Após o desenvolvimento das integrais das Equações (3.21) e (3.21), chega-se à:

$$\begin{bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \\ M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} & B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ A_{21} & A_{22} & A_{26} & B_{21} & B_{22} & B_{26} \\ A_{61} & A_{62} & A_{66} & B_{61} & B_{62} & B_{66} \\ B_{11} & B_{12} & B_{16} & D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ B_{21} & B_{22} & B_{26} & D_{21} & D_{22} & D_{26} \\ B_{61} & B_{62} & B_{66} & D_{61} & D_{62} & D_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \epsilon_x^o \\ \epsilon_y^o \\ \gamma_{xy}^o \\ \kappa_x \\ \kappa_y \\ \kappa_{xy} \end{bmatrix} \quad \text{ou} \quad \begin{bmatrix} \mathbf{N} \\ \mathbf{M} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{B} \\ \mathbf{B} & \mathbf{D} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{\epsilon}^o \\ \boldsymbol{\kappa} \end{bmatrix} \quad (3.23)$$

sendo os coeficientes das matrizes dados por:

$$\begin{aligned} A_{ij} &= \sum_{k=1}^N (\bar{Q}_{ij})_k (z_k - z_{k-1}) \\ B_{ij} &= \frac{1}{2} \sum_{k=1}^N (\bar{Q}_{ij})_k (z_k^2 - z_{k-1}^2) \\ D_{ij} &= \frac{1}{3} \sum_{k=1}^N (\bar{Q}_{ij})_k (z_k^3 - z_{k-1}^3) \end{aligned} \quad (3.24)$$

A grandeza  $\mathbf{N}$  é o vetor de esforços de membrana,  $\mathbf{M}$  é o vetor de momentos,  $\mathbf{A}$  é a matriz de rigidez extensional,  $\mathbf{B}$  é a matriz de rigidez de acoplamento extensão-flexão e  $\mathbf{D}$  é a matriz de rigidez à flexão. Os coeficientes  $A_{16}, A_{61}, A_{26}$  e  $A_{62}$  representam o acoplamento extensão-cisalhamento. Os coeficientes  $D_{16}, D_{61}, D_{26}$  e  $D_{62}$  representam o acoplamento flexão-

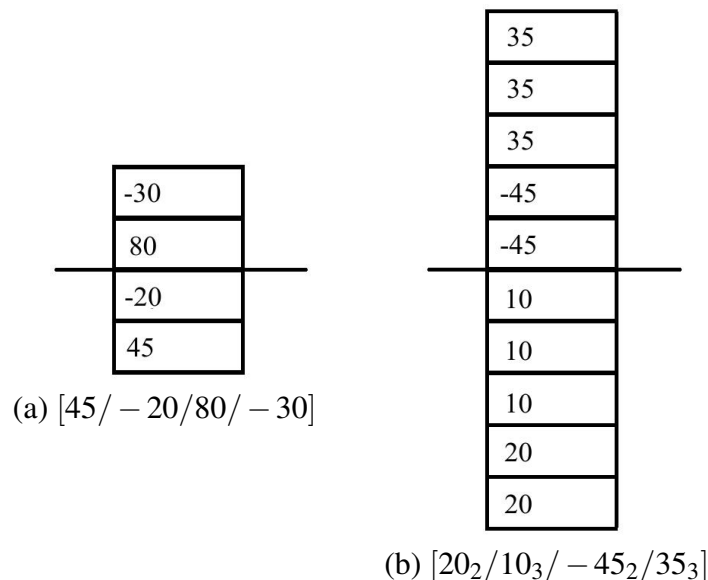
torção.

### 3.3 Esquemas de laminação

De forma a melhor entender o comportamento dos compósitos laminados, faz-se necessário o estudo de tipos especiais de laminação. Mas, antes, a terminologia utilizada para descrever laminados é apresentada. Esquemas básicos de laminação são representados pelas espessuras, ângulos das fibras e materiais das camadas. Por exemplo,  $[45/-20/80/-30]$  e  $[20/20/10/10/10/-45/-45/35/35]$  representam lâminas de mesma espessura e material dos laminados mostrados nas Figuras 3.4a e 3.4b. Para lâminas que possuam espessuras diferentes, um subscrito pode ser adicionado para diferenciar as espessuras das lâminas ( $[0_t/45_{2t}/60_t/90_{3t}]$ ). Lâminas adjacentes de mesmo ângulo e espessura podem ser descritas adicionando um subscrito ( $[45/45/90/90/90/0/0] = [45_2/90_3/0_2]$ ). Grupos de lâminas que se repetem são reunidos usando-se parênteses e um subscrito que indica o número de repetições de cada grupo ( $[0/90/60/0/90/60/45/-45/45/-45] = [(0/90/60)_2/(\pm 45)_2]$ ).

Laminados que possuam pelo menos uma camada com ângulo diferente de  $0^\circ$  ou  $90^\circ$  são chamados de laminados *angle-ply*. Laminados *cross-ply* são aqueles em que todas as lâminas são de  $0^\circ$  ou  $90^\circ$ . Lâminas de  $0^\circ$  ou  $90^\circ$  possuem os termos  $\bar{Q}_{16}$  e  $\bar{Q}_{26}$  nulos. Isso faz com que os termos  $A_{16}$ ,  $A_{26}$ ,  $D_{16}$ , e  $D_{26}$  sejam anulados, eliminando os acoplamentos extensão-cisalhamento e flexão-torção.  $[(90_3/0_2)_5]$  é um exemplo de laminação *cross-ply*.

Figura 3.4: Exemplos de esquemas de laminação.



Fonte: Elaborada pelo autor.

*Laminados simétricos* são aqueles que possuem simetria de geometria e material em relação à sua superfície média. Portanto, para que a simetria ocorra, a existência de uma lâmina

acima da superfície média implica na presença de outra lâmina idêntica simetricamente posicionada abaixo da superfície média. As lâminas devem possuir a mesma espessura, a mesma orientação das fibras, o mesmo material, mas cotas de sinais opostos [41] [51]. Para representar laminados simétricos, apenas metade da laminação precisa ser descrita, acrescentando-se um subscrito  $S$  para identificar a simetria. Os laminados  $[65/-55/-55/65]$  e  $[45/-20/30/30/-20/45]$  por exemplo, podem ser representados por  $[65/-55]_S$  e  $[45/-20/30]_S$ .

Pode-se provar que, para laminações simétricas, os termos da matriz  $\mathbf{B}$ , que representam o acoplamento extensão-flexão, tornam-se nulos. A eliminação do acoplamento extensão-flexão deve ser na maioria das vezes buscada por motivos práticos. Laminados simétricos, por não apresentarem acoplamento extensão-flexão, são mais fáceis de analisar. Além disso, laminados não-simétricos, devido ao acoplamento, tendem inevitavelmente a sofrer contrações térmicas provocadas pelo resfriamento no processo de cura [41].

*Laminados balanceados* são aqueles em que, para cada lâmina de ângulo  $\theta$  no laminado, existe uma outra lâmina de mesma espessura e material com ângulo oposto  $-\theta$ . A definição de balanceamento não é unânime e definitiva na literatura. Segundo [51], as lâminas balanceadas não precisam ser simetricamente dispostas. Pela definição de [51], exemplos de laminações balanceadas são:  $[30/-20/+20/-30]$  ou  $[20/-20/50/-50/60/-60]$ . Já [41], além dos pares de lâminas  $\pm\theta$ , exige também que o laminado seja simétrico para que seja considerado balanceado. Para [41], um exemplo de laminação balanceada é:  $[+60/-45/-60/+45]_S$ . Um subconceito de laminado balanceado é o de *balanceado aos pares*. Esse tipo de laminação ocorre quando as lâminas do par  $\pm\theta$  são adjacentes, como em  $[(\pm45_2)(\pm15)_3]$  ou  $[(\pm55)_3(\pm45)_2]_S$ .

### 3.4 Critérios de falha de lâminas de material compósito

Na maioria dos casos, quando uma lâmina falha, ocorre uma redistribuição de esforços no laminado degradado, de modo que ele ainda pode resistir a esforços com as lâminas restantes. Assim, diz-se que o laminado falha somente quando todas as lâminas falharem [42]. No entanto, muitas vezes um projetista, a favor da segurança, não utiliza um laminado degradado. Nesses casos a falha de uma única lâmina representa a inviabilidade de todo laminado. Assim, quando ocorre uma falha pela primeira vez em alguma das lâminas, diz-se que ocorreu a falha de todo o laminado. Tal processo recebe o nome na literatura de falha inicial [1] ou first ply failure [43] e é utilizado neste trabalho.

O projeto de uma estrutura laminada requer o uso eficiente e seguro dos materiais que constituem cada lâmina. Assim, teorias devem ser desenvolvidas a fim de se verificar se um dado estado de tensões provoca a ruptura do material [43]. Em materiais isotrópicos, o problema de se analisar a falha do material se dá pela dificuldade de prever a falha de um estado biaxial ou triaxial de tensões a partir de resultados obtidos em ensaios uniaxiais de resistência. Tal problema torna-se ainda maior em lâminas ortotrópicas devido à impossibilidade de se determinar

os valores de resistência uniaxial em todos os ângulos possíveis. Assim, a previsão de valores de resistência de uma lâmina se dá a partir de ensaios uniaxiais em direções notáveis, ou seja, as direções dos eixos do material [1]. Diversos critérios de falha podem ser utilizados para prever a falha de materiais compósitos. A maioria deles utiliza as tensões na lâminas no sistema local  $\sigma^1$  (Equação 3.3 ) em conjunto com parâmetros de resistência obtidos de ensaios. A seguir são mostrados os critérios de falha da Máxima Tensão, Tsai-Hill e Tsai-Wu.

#### 3.4.1 Máxima Tensão

O critério da máxima tensão relaciona-se com a teoria da máxima tensão normal de Rankine e com a teoria do cisalhamento máximo de Tresca [43]. Utilizando o critério da máxima tensão para lâminas ortotrópicas, diz-se que ocorre a falha da lâmina quando o valor de uma de suas três componentes de tensão supera valores limites. Matematicamente, pode-se dizer que uma lâmina está segura quando as seguintes condições são satisfeitas:

$$\begin{aligned} -X_C < \sigma_1 < X_T \\ -Y_C < \sigma_2 < Y_T \\ -S < \tau_{12} < S \end{aligned} \quad (3.25)$$

As tensões  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$  e  $\tau_{12}$ , definidas na Equação (3.3), são as tensões nas lâminas no sistema local. Os valores limites de resistência em módulo são:

- $X_T$  : Resistência à tração longitudinal (Direção 1).
- $X_C$  : Resistência à compressão longitudinal (Direção 1).
- $Y_T$  : Resistência à tração transversal (Direção 2).
- $Y_C$  : Resistência à compressão transversal (Direção 2).
- $S$  : Resistência ao cisalhamento.

Com as Inequações (3.25), o fator de segurança de uma lâmina pelo critério da máxima tensão pode ser definido como:

$$SF = \text{Min}(SF_X, SF_Y, SF_S) \quad (3.26)$$

onde:

$$\begin{aligned}
 SF_X &= \begin{cases} \frac{X_T}{\|\sigma_1\|}, & \text{se: } \sigma_1 > 0 \\ \frac{X_C}{\|\sigma_1\|}, & \text{se: } \sigma_1 < 0 \end{cases} \\
 SF_Y &= \begin{cases} \frac{Y_T}{\|\sigma_2\|}, & \text{se: } \sigma_2 > 0 \\ \frac{Y_C}{\|\sigma_2\|}, & \text{se: } \sigma_2 < 0 \end{cases} \\
 SF_S &= \frac{S}{\|\tau_{12}\|}
 \end{aligned} \tag{3.27}$$

As grandezas  $SF_X$ ,  $SF_Y$  e  $SF_S$  são os fatores de segurança longitudinal, transversal e de cisalhamento de uma lâmina.

### 3.4.2 Tsai-Hill

O critério de Tsai-Hill, pode ser interpretado como uma extensão do critério de falha de von Mises, criado para prever o escoamento de metais isotrópicos. Em 1948, Hill adaptou o critério de von Mises para lâminas ortotrópicas, resultando na seguinte desigualdade [1]:

$$FI_{TH} = \left(\frac{\sigma_1}{X}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_2}{Y}\right)^2 + \left(\frac{\tau_{12}}{S}\right)^2 - \frac{\sigma_1\sigma_2}{X^2} < 1 \tag{3.28}$$

$FI_{TH}$  é o Índice de Falha de Tsai-Hill (*Tsai-Hill Failure Index*) que deve ser menor do que 1 para a lâmina ser considerada segura. Caso contrário, diz-se que a lâmina falhou. A grandeza  $S$  é a resistência ao cisalhamento definida na Equação (3.25). Os parâmetros  $X$  e  $Y$  são as resistências longitudinais e transversais do material, obtidas mediante as seguintes expressões:

$$\begin{aligned}
 X &= \begin{cases} X = X_T, & \text{se: } \sigma_1 > 0 & \text{(Tração na direção 1)} \\ X = X_C, & \text{se: } \sigma_1 < 0 & \text{(Compressão na direção 1)} \end{cases} \\
 Y &= \begin{cases} Y = Y_T, & \text{se: } \sigma_2 > 0 & \text{(Tração na direção 2)} \\ Y = Y_C, & \text{se: } \sigma_2 < 0 & \text{(Compressão na direção 2)} \end{cases}
 \end{aligned} \tag{3.29}$$

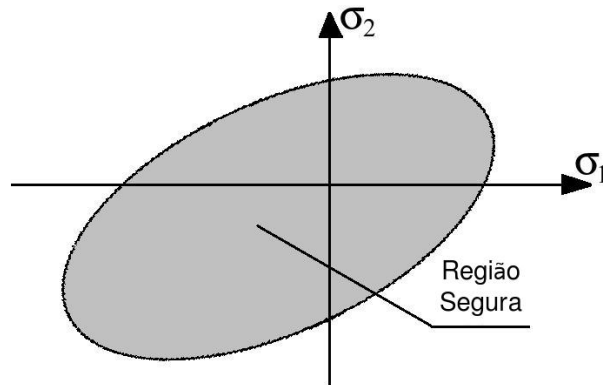
O Índice de falha definido na Equação (3.28) pode ser usado para cálculo do fator de segurança de Tsai-Hill (Equação 3.30) e para plotagem da envoltória de falha da lâmina [53].

$$SF_{TH} = \frac{1}{\sqrt{FI_{TH}}} \tag{3.30}$$

Na Figura 3.5 é ilustrada a envoltória de segurança de Tsai-Hill para um valor fixo de cisalhamento  $\tau_{12}$ .



Figura 3.5: Envoltória de segurança obtida pelo critério de Tsai-Hill.



Fonte: Elaborada pelo autor.

### 3.4.3 Tsai-Wu

O critério de de Tsai-Wu baseia-se na teoria de falha da energia total de deformação. Aplicando tal teoria à uma lâmina sob Estado Plano de Tensão, a lâmina falha quando a expressão seguinte é violada:

$$FI_{TW} = H_1\sigma_1 + H_2\sigma_2 + H_6\tau_{12} + H_{11}\sigma_1^2 + H_{22}\sigma_2^2 + H_{66}\tau_{12}^2 + 2H_{12}\sigma_1\sigma_2 < 1 \quad (3.31)$$

O parâmetro  $FI_{TW}$  é o Índice de Falha de Tsai-Wu (*Tsai-Wu Failure Index*). Se esse índice for maior ou igual do que 1, considera-se que a lâmina falhou. Pode ser provado matematicamente que os parâmetros  $H_i$  e  $H_{ij}$  são dados em função dos parâmetros unidirecionais de resistência [53]:

$$H_1 = \frac{1}{X_T} - \frac{1}{X_C} \quad (3.32)$$

$$H_{11} = \frac{1}{X_T X_C} \quad (3.33)$$

$$H_2 = \frac{1}{Y_T} - \frac{1}{Y_C} \quad (3.34)$$

$$H_{22} = \frac{1}{Y_T Y_C} \quad (3.35)$$

$$H_6 = 0 \quad (3.36)$$

$$H_{66} = \frac{1}{S^2} \quad (3.37)$$

O único parâmetro adicional que deve ser obtido experimentalmente é o  $H_{12}$ , que pode ser aproximado por:

$$H_{12} = -\frac{1}{2} \sqrt{\frac{1}{H_{11} H_{22}}} \quad (3.38)$$

Mostra-se que o fator de segurança de Tsai-Wu é expresso por [53]:

$$SF_{TW} = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} \quad (3.39)$$

onde:

$$\begin{aligned} a &= H_{11}\sigma_1^2 + H_{22}\sigma_2^2 + H_{66}\tau_{12}^2 + 2H_{12}\sigma_1\sigma_2 \\ b &= H_1\sigma_1 + H_2\sigma_2 \\ \Delta &= \|b^2 + 4a\| \end{aligned} \quad (3.40)$$

## 4 RISERS

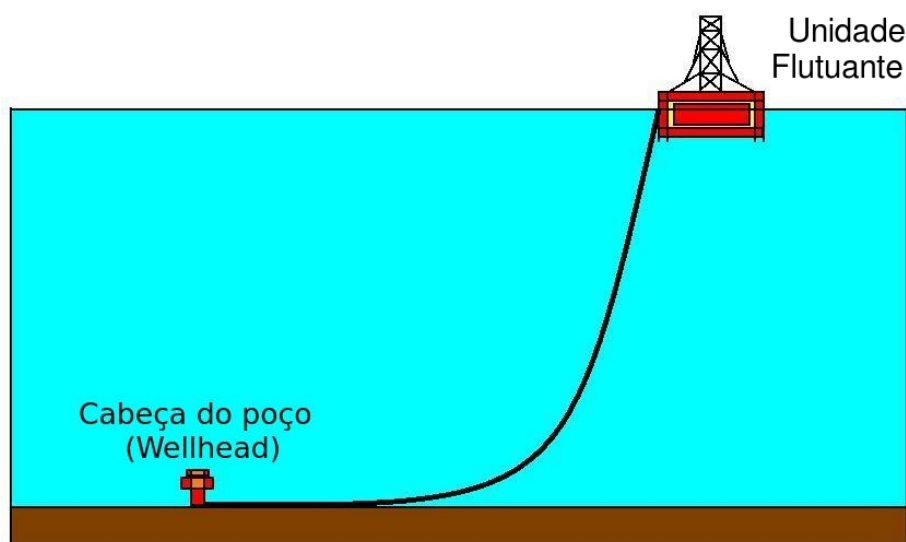
*Risers* são estruturas usadas pela indústria *offshore* do petróleo com a finalidade de conectar as plataformas e os navios na superfície do mar com cabeças de poço (*wellhead*) no fundo do oceano. Várias configurações e vários tipos de *risers* têm sido usados para diversas finalidades.

A seguir, são mostradas as principais configurações dos *risers*. São introduzidos os conceitos relacionados aos risers de materiais compósitos.

### 4.1 Configurações

Os *risers* em catenária (Figura 4.1) são amplamente utilizados na produção de petróleo em águas profundas. Esses *risers* não precisam de compensadores de movimentos, uma vez que, quando o *riser* sobe ou desce acompanhando o movimento da unidade flutuante, seu ponto em contato com o solo (*TDP-Touch Down Point*) faz o mesmo. Embora os *risers* em catenária sejam de fácil instalação e manutenção, algumas desvantagens de seu uso devem ser mencionadas. Uma primeira desvantagem do *riser* em catenária refere-se às grandes trações nas conexões do topo. A segunda desvantagem é relacionada às grandes variações de tensão do trecho em contato com o solo, que pode falhar devido à fadiga.

Figura 4.1: Riser em catenária livre.

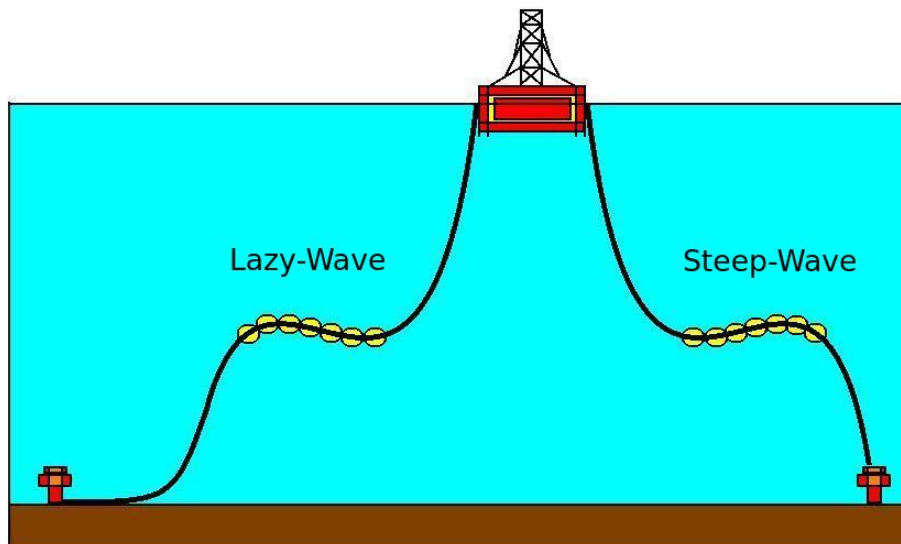


Fonte: Elaborada pelo autor.

De modo a amenizar os problemas do uso do *riser* em catenária livre, outros tipos de configuração têm sido testados. A *lazy-wave*, por exemplo, introduz boias distribuídas nos trechos intermediários do *riser* com o objetivo de reduzir tanto a tração no topo como o

movimento dos pontos em contato com o solo. Consequentemente a *lazy-wave* pode reduzir as compressões cíclicas que ocorrem no TDP, aumentando assim a vida útil da estrutura. A configuração *steep-wave* possui os mesmos princípios da *lazy-wave*, no entanto, o trecho da extremidade inferior situa-se quase na vertical (Figura 4.2).

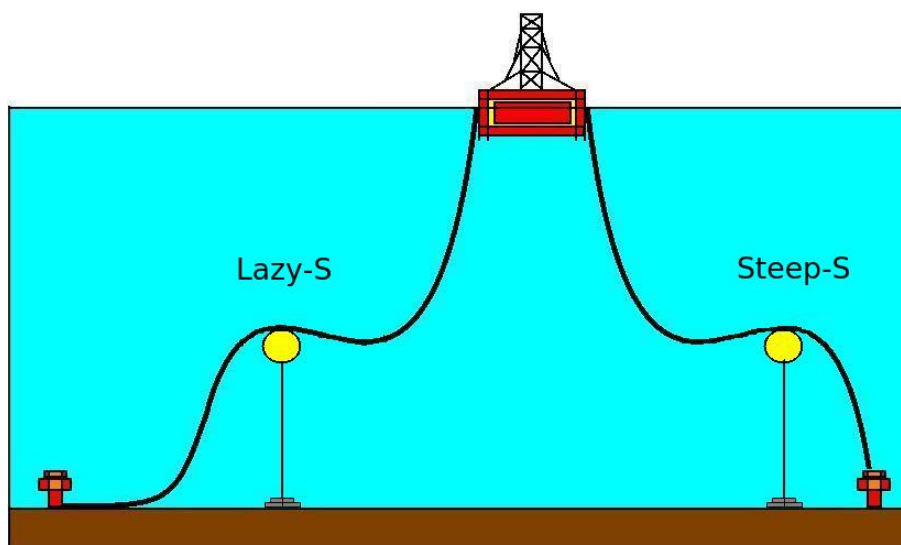
Figura 4.2: Lazy-wave e steep-wave.



Fonte: Elaborada pelo autor.

A configuração *lazy-S* consiste no uso de uma boia em um ponto intermediário do riser. Se na *lazy-wave* as boias funcionam como uma carga distribuída, na *lazy-S* as boias agem como uma carga concentrada. A configuração *steep-S* ocorre quando o trecho próximo ao fundo do mar está quase na direção vertical (Figura 4.3).

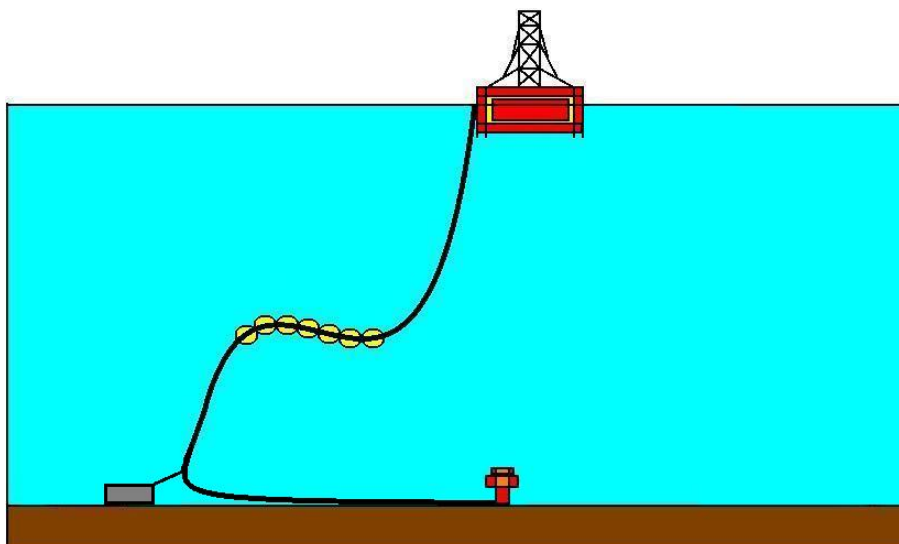
Figura 4.3: Lazy-s e steep-s.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Quando se tem pouco espaço para utilização da *lazy-wave*, pode se utilizar a *pliant-wave*. Tal configuração consiste em fixar o trecho próximo ao solo com uma âncora de modo a reduzir os movimentos laterais da estrutura. Na *pliant-wave*, as tensões são transferidas para a âncora e não para o TDP. A *pliant-wave* também apresenta a vantagem do poço localizar-se perto do flutuador e, por isso, facilita as operações de manutenção e reparo (Figura 4.4).

Figura 4.4: Configuração *pliant-wave*.



Fonte: Elaborada pelo autor.

## 4.2 Risers de material compósito

*Risers* compósitos são formados por várias juntas conectadas umas às outras por conexões apropriadas (Figura 4.5). Tais juntas podem ser de tamanho curto (10 a 25 m), médio (100 a 300 m) ou longo (maior que 300 m). *Risers* compósitos tensionados no topo aplicados para perfuração e produção de petróleo geralmente possuem juntas curtas, enquanto juntas longas são mais adequadas para aplicação de *risers* em catenária. Existe também um grande potencial para o desenvolvimento *risers* compósitos flexíveis, sem a necessidade do uso de juntas intermediárias, simplificando o transporte e a instalação.

Juntas de *risers* de material compósito são geralmente formadas por 3 elementos: revestimentos (*liners*), tubo compósito e terminações. Os revestimentos são responsáveis pela estanqueidade, garantindo a impermeabilidade do riser e evitando assim o vazamento do fluido e a perda de pressão. Esses elementos são necessários, uma vez que materiais compósitos são porosos e contêm microfissuras. A maioria das juntas laminadas possuem um *liner* interno e outro externo.

Os *liners* internos podem ser elastômeros, termoplásticos ou metálicos. No processo de seleção do material do *liner* interno, em adição à estanqueidade, outros aspectos também devem ser observados, como custo, aderência entre o compósito e as terminações metálicas,

Figura 4.5: Junta de *riser* de material compósito para perfuração.



Fonte: Salama *et al.* (2002) [54].

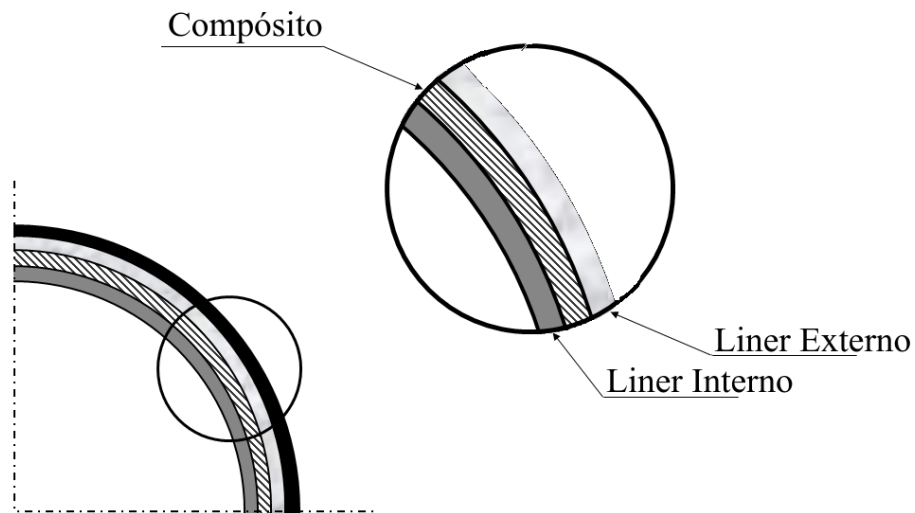
abrasividade, resistência à corrosão e resistência a impactos de ferramentas e mecanismos internos ao *riser*. O *liner* interno também pode ser utilizado como mandril durante a confecção do tubo compósito.

O *liner* externo é constituído geralmente de borracha sintética ou de termoplásticos. Além da estanqueidade à água do mar, o *liner* externo promove a proteção do *riser* a impactos externos. Uma camada externa adicional pode ser usada como proteção mecânica contra impactos durante o transporte e o manejo.

O tubo compósito é o elemento estrutural principal da junta do *riser*. É constituído por várias lâminas de material compósito laminado. Fibras de carbono ou vidro são as mais usadas nos projetos dos *risers*, enquanto a matriz é geralmente constituída de uma resina polimérica. Os materiais, as espessuras e as orientações das fibras de cada camada devem ser escolhidos de modo a prover resistência e rigidez suficiente à junta do *riser*. Um esquema da parede do *riser* é mostrado na Figura 4.6.

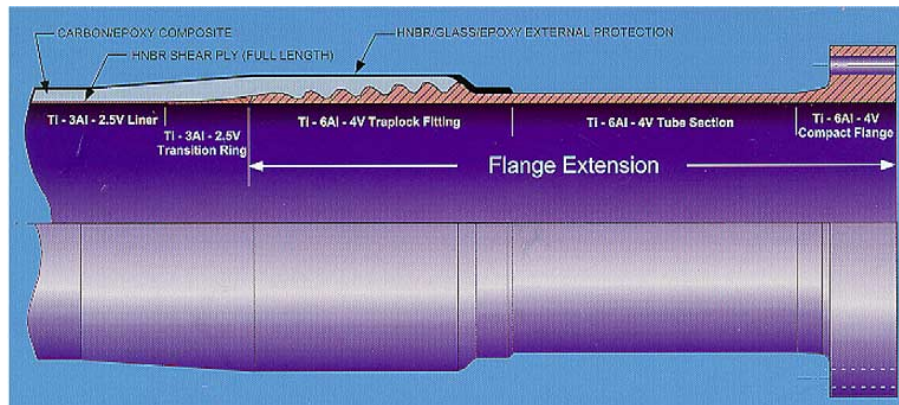
As terminações das juntas do *riser* são peças metálicas compostas de duas partes: Interface Metal-Compósito e as conexões. A Interface Metal-Compósito (IMC) transmite as tensões do tubo compósito para os conectores metálicos, enquanto as conexões são responsáveis por unir as juntas de compósito, garantindo a continuidade do *riser*. Na Figura 4.7 é ilustrada a terminação de um junta.

Figura 4.6: Camadas do riser de material compósito.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 4.7: Esquema da terminação de um riser de material compósito.



Fonte: Ochoa e Salama (2005) [2].

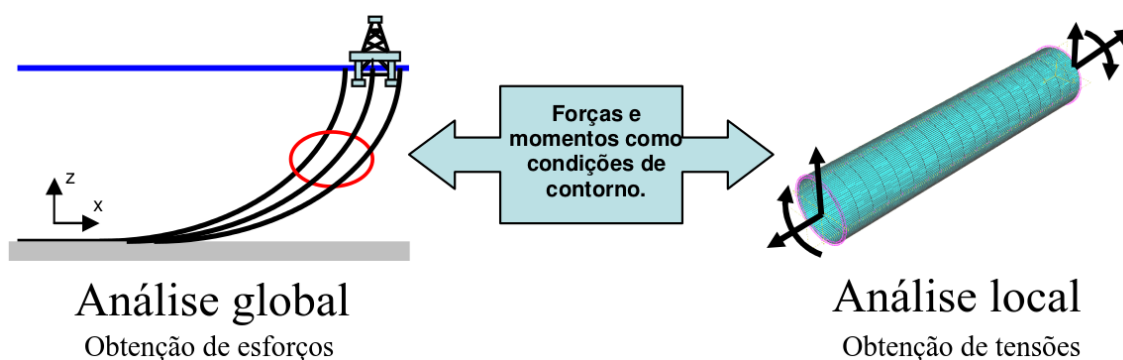
### 4.3 Análise global-local

Estruturas de materiais compósitos são geralmente analisadas via Método dos Elementos Finitos (MEF) utilizando elementos de casca ou sólidos, uma vez que esses elementos permitem considerar as diferenças de material, espessura e ângulo de cada lâmina. Usando tal metodologia, são determinadas as deformações e as tensões em cada camada do laminado, a fim de que essas possam ser utilizadas nos cálculos dos fatores de segurança da estrutura. No entanto, a modelagem de *risers* via elementos de casca ou sólidos ainda é proibitiva devido a seu alto custo computacional. Devido a isso, a análise de *risers* é feita usando o esquema global-local.

A análise global do *riser* pode ser realizada usando elementos de viga, expressões

analíticas ou outros métodos numéricos. Na análise global podem ser considerados os efeitos de carregamentos externos, *offset* do flutuador, corrente e ondas, desde que as propriedades equivalentes da seção do riser ( $EA$ ,  $EI$ ,  $GJ$ ) sejam apropriadamente computadas. Vale ressaltar que na análise global obtêm-se os deslocamentos e os esforços resultantes (força axial, momentos fletores e momento torsor) ao longo do riser, mas nenhuma informação acerca das deformações e das tensões em cada lâmina é obtida. Para isso, uma análise local de trechos críticos do riser é realizada utilizando como parâmetros de entrada os esforços resultantes provenientes da análise global. A análise local pode ser feita via expressões analíticas ou elementos finitos, de modo que as deformações e as tensões em cada lâmina sejam obtidas e os fatores de segurança da estrutura possam ser calculados. Uma ilustração do modelo de análise global-local é mostrada na Figura 4.8.

Figura 4.8: Análise global-local.



Fonte: Teófilo (2010) [55].

#### 4.3.1 Análise global

No presente trabalho, a análise global utiliza o modelo de catenária inextensível [56] [57]. O uso de tal modelo implica na desconsideração da rigidez à flexão da estrutura. São desprezadas também as cargas horizontais de corrente. O modelo consiste, então, no *riser* submetido somente ao seu peso próprio.

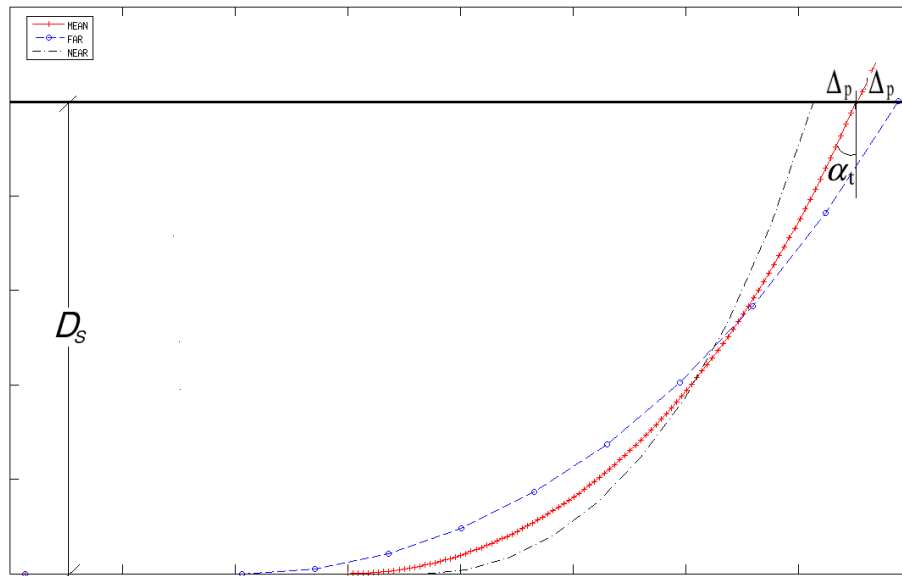
Usando as expressões da catenária, o *riser* é analisado em três configurações: *Mean*, *Far* e *Near* (Figura 4.9). A configuração *Mean* é aquela em que o flutuador encontra-se na posição indeslocada. Devido aos efeitos de corrente e onda, o flutuador pode se afastar ou se aproximar do ponto de ancoragem.

Quando a plataforma está afastada do ponto de ancoragem, diz-se que o *riser* está na posição *Far*. Quando o *riser* está mais próximo do ponto de ancoragem, diz-se que ele está na configuração *Near*. Os deslocamentos da plataforma são chamados de *offset* e são calculados em função da profundidade do oceano. Portanto, os parâmetros necessários para realização da análise são:

- Ângulo de topo na configuração *Mean* ( $\alpha_t$ ).



Figura 4.9: Configurações Mean, Near e Far do *riser* em catenária.

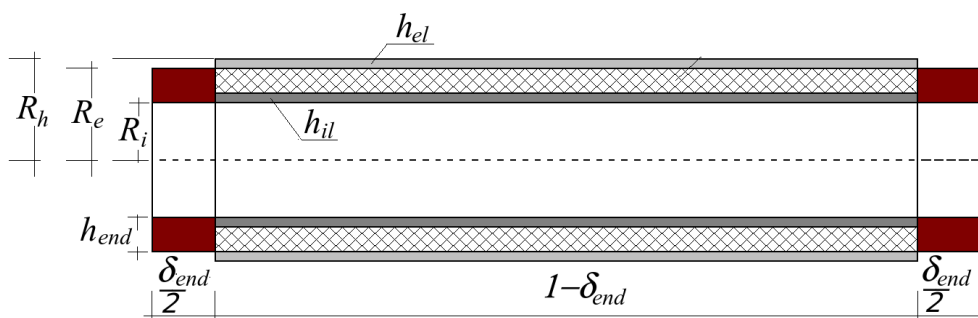


Fonte: Elaborada pelo autor.

- Profundidade do Oceano ( $D_s$ ).
- *Offset* da plataforma ( $\Delta_p$ ).
- Peso efetivo do *riser* por unidade de comprimento ( $W_{ef}$ ).

Os três primeiros parâmetros listados são dados de entrada do problema. O peso efetivo por unidade de comprimento é calculado em função das dimensões da junta (Figura 4.10), e seu cálculo é explicado a seguir.

Figura 4.10: Modelo simplificado da junta do riser.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Como o *riser* é uma estrutura submersa, seu peso efetivo, e não o peso real, deve ser levado em consideração no cálculo dos esforços. O peso seco por unidade de comprimento é dado pela soma dos pesos por unidade de comprimento das terminações ( $W_{end}$ ), dos *liners* interno e externo ( $W_{il}$  e  $W_{el}$ ) e do tubo do compósito ( $W_c$ ), sendo os três primeiros calculados

por:

$$W_{end} = \rho_{end} \pi (R_e^2 - R_i^2) \quad (4.1)$$

$$W_{il} = \rho_{il} \pi ((R_i + h_{il})^2 - R_i^2) \quad (4.2)$$

$$W_{el} = \rho_{el} \pi (R_h^2 - R_e^2) \quad (4.3)$$

As grandezas  $R_i$ ,  $R_e$  e  $R_h$  são os raios interno, externo e hidrostático do riser. O raio externo refere-se somente ao sistema estrutural (tubo compósito + *liner* interno). O raio hidrostático leva em consideração o *liner* externo.  $\rho_{end}$ ,  $\rho_{il}$  e  $\rho_{el}$  são os pesos específicos dos materiais usados nas terminações, *liner* interno e *liner* externo respectivamente. O peso do compósito é obtido pela soma dos pesos de cada lâmina:

$$W_c = \sum_{k=1}^{N_{ply}} (\rho_{ply})_k \pi (R_k^2 - R_{k-1}^2) \quad (4.4)$$

onde  $(\rho_{ply})_k$  é peso específico da  $k$ -ésima lâmina do compósito.  $R_k$  e  $R_{k-1}$  são os raios externo e interno da  $k$ -ésima lâmina.  $N_{ply}$  representa o número de lâminas do compósito.

O comprimento das terminações são dados em função de uma fração ( $\delta_{end}$ ) do comprimento da junta. Assim, o peso seco por unidade de comprimento pode ser expresso por:

$$W_{dry} = \delta_{end} W_{end} + (1 - \delta_{end})(W_{il} + W_c + W_{el}) \quad (4.5)$$

O peso seco deve ser somado com o peso do fluido interno do riser ( $W_f$ ) de modo a obter o peso molhado ( $W_{wet}$ ). Usando o princípio de Arquimedes, o peso efetivo do sistema ( $W_{ef}$ ), usado na análise via catenária, é obtido subtraindo-se o empuxo da água ( $W_b$ ) do peso molhado. Assim:

$$W_{ef} = W_{dry} + W_f - W_b \quad (4.6)$$

sendo o peso do fluido interno e o empuxo expressos respectivamente por:

$$W_f = \rho_f \pi R_i^2 \quad (4.7)$$

$$W_b = \rho_w \pi R_h^2 \quad (4.8)$$

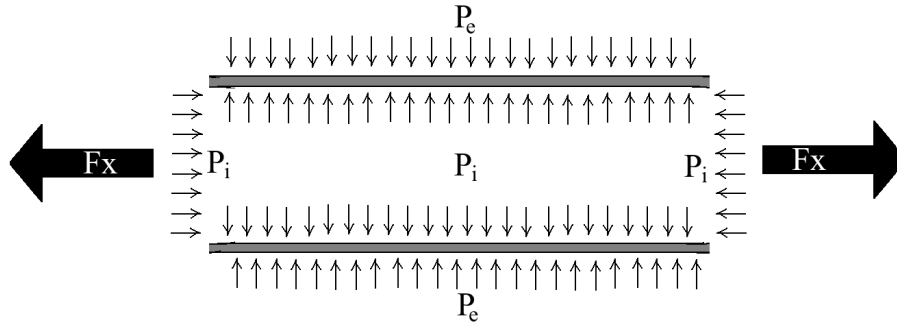
A análise através do modelo de catenária fornece como resultado os esforços normais em qualquer ponto do riser. Como informações adicionais, são também obtidos os valores dos ângulos de topo das configurações *Near* e *Far*, bem como os comprimentos de seus trechos suspensos.

#### 4.3.2 Análise local

A análise local é realizada usando as equações da Teoria Clássica de Laminação do Capítulo 3. Os esforços normais  $F_x$  obtidos da análise global são aplicados junto com a pressão

interna do fluido  $P_i$  e a pressão externa do meio  $P_e$  (Figura 4.11). O esforço normal deve ser multiplicado por uma constante  $\beta_d$ , usada para simular efeitos dinâmicos. Além disso, todas as cargas devem ser multiplicadas por um fator de majoração de cargas permanentes  $\gamma_f$  [58].

Figura 4.11: Modelo de análise local.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Usando as equações da resistência dos materiais para vasos de pressão de parede fina, encontram-se as forças nominais por unidade de comprimento atuantes na parede do *riser* :

$$N_x = \gamma_f \left( \frac{P_i R_i^2 - P_e R_e^2 + \frac{\beta_d F_x}{\pi}}{2R_m} \right) \quad (4.9)$$

$$N_y = \gamma_f (P_i R_i - P_e R_e) \quad (4.10)$$

onde  $R_m$  é o raio médio do *riser*. Substituindo  $N_x$  e  $N_y$  obtidos através das Equações (4.9) e (4.10) na relação inversa da Equação (3.23), e sendo nulo o acoplamento membrana-flexão ( $\mathbf{B} = \mathbf{0}$ ), são obtidas as deformações de membrana  $\boldsymbol{\epsilon}^0$ :

$$\boldsymbol{\epsilon}^0 = [\mathbf{A}]^{-1} \mathbf{N} \quad (4.11)$$

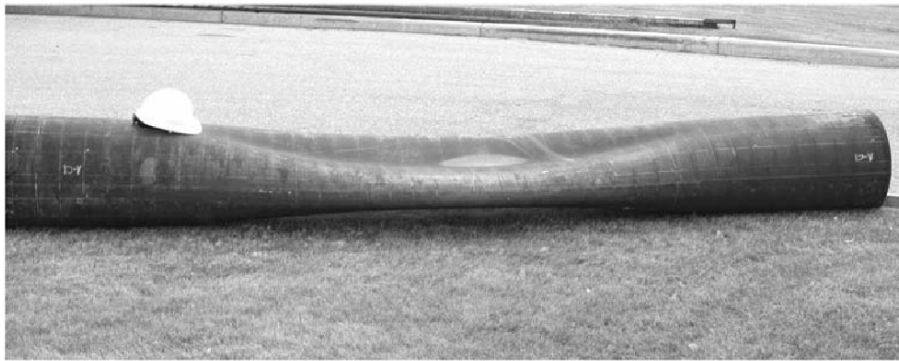
As deformações de membrana são usadas na Equação (3.17) para se obter as deformações no sistema global da  $k$ -ésima lâmina ( $\boldsymbol{\epsilon}_k$ ). Como a curvatura  $\boldsymbol{\kappa}$  é nula, as deformações de cada lâmina são iguais às deformações do laminado no sistema global ( $\boldsymbol{\epsilon}_k = \boldsymbol{\epsilon}$ ). Cada lâmina  $k$  tem suas deformações transformadas do sistema global para o sistema local mediante Equação (3.1). Com as deformações no sistema local ( $\boldsymbol{\epsilon}^1$ ) $_k$ , são calculadas as tensões no sistema local ( $\boldsymbol{\sigma}^1$ ) $_k$  usando a Equação (3.3). As tensões em cada lâmina são então usadas em uma teoria de falha (Seção 3.4) de modo a se obter seus fatores de segurança.

Deve ser ressaltado que a análise local verifica também a integridade estrutural do *liner* metálico. Assim, o *liner* deve ser incluído na análise local como se fosse uma lâmina de material ortotrópico ( $E_1 = E_2 = E; G_{12} = G; \nu_{12} = \nu$ ). Além disso, embora o *liner* remova a simetria do laminado, a axissimetria do tubo compósito é mantida, o que permite a eliminação do acoplamento membrana-flexão, mantendo assim a matriz  $\mathbf{B}$  nula.

#### 4.4 Flambagem local

Nos *risers*, a flambagem devido ao diferencial de pressão entre os fluidos interno externo deve ser evitada. De modo a garantir isso, a pressão de colapso do *riser* deve ser maior que o diferencial de pressão entre os meios externo e interno. Caso a pressão do fluido interno seja maior que a pressão do fluido externo, não há ocorrência de flambagem. Na Figura 4.12 é ilustrada a flambagem de um tubo devido à pressão externa.

Figura 4.12: Tubo após flambagem.



Fonte: Kyriakides *et al.* (2007) [3].

A análise de *risers* de material compósito é complicada devido à presença do liner de aço [4]. Caso o *liner* de aço não esteja bem fixado ao compósito, pode colapsar antes do compósito devido à penetração e ao acúmulo de fluido entre o *liner* interno e o compósito. De modo a obter um projeto conservativo, a análise de colapso do *riser* deve então ser feita considerando a total desunião entre o *liner* interno e o compósito. Segundo Weingarten *et al.* (1968) [59], a pressão externa máxima (pressão de colapso) que um tubo laminado pode suportar é expressa por:

$$P_{col} = k_r \frac{3}{R_c^3} \left( D_{22} - \frac{B_{22}^2}{A_{22}} \right) \quad (4.12)$$

onde  $A_{22}$ ,  $B_{22}$ , e  $D_{22}$  são os coeficientes calculados através da Equação (3.23). A grandeza  $R_c$  é o raio médio do tubo e  $k_r$  é um fator de redução que serve para corrigir as diferenças entre resultados experimentais e teóricos. Para tubos longos, um bom valor para  $k_r$  é 0,75. Com a pressão de colapso, é calculado o fator de segurança de flambagem local, expresso por:

$$SF_{Buck} = \frac{P_{col}}{\gamma_f(P_e - P_i)} \quad \text{Se} \quad P_e > P_i \quad (4.13)$$

onde  $P_e$  é a pressão externa do meio e  $\gamma_f$  é o coeficiente de majoração de cargas definido nas Equações (4.9) e (4.10).

No presente trabalho, o uso da Equação (4.12) para análise de estabilidade dos *risers* desconsidera a presença do *liner* metálico pelos motivos mencionados anteriormente, o que faz com que o raio médio do tubo ( $R_c$ ) seja usado ao invés do raio médio do riser ( $R_m$ ). Além disso,

de modo a obter um projeto conservador, o cálculo do fator de segurança deve considerar o pior caso possível. Este ocorre quando o riser está vazio, com pressão interna nula. Tal consideração simplifica a Equação (4.13) para:

$$SF_{Buck} = \frac{P_{col}}{\gamma_f P_e} \quad (4.14)$$

## 5 MODELO DO PROBLEMA DE OTIMIZAÇÃO DE RISERS

Neste Capítulo, são apresentados conceitos básicos relacionados à otimização. Em seguida, o modelo de otimização proposto neste trabalho é detalhado.

### 5.1 Conceitos básicos de otimização

O objetivo da otimização é encontrar o vetor de variáveis de projeto que minimiza a função objetivo  $f(\mathbf{x})$  e satisfaz as restrições impostas. A forma geral do Problema de Programação Matemática é [60]:

$$\begin{aligned} &\text{Minimizar} && f(\mathbf{x}) \\ &\text{Sujeito à:} && \\ &&& g_i(\mathbf{x}) \leq 0 && i = 1, 2, \dots, N_{iq} \\ &&& h_j(\mathbf{x}) \leq 0 && j = 1, 2, \dots, N_{eq} \\ &&& x_k^l \leq x_k \leq x_k^u && k = 1, 2, \dots, N_v \end{aligned} \quad (5.1)$$

onde:

$$\mathbf{x}^t = [x_1 \ x_2 \ \dots \ x_{N_v}]$$

As funções  $h(\mathbf{x})$  e  $g(\mathbf{x})$  são respectivamente as restrições de igualdade e de desigualdade. As variáveis de projeto estão sujeitas a limites inferiores e superiores ( $x_l$  e  $x_u$ ) que caracterizam as restrições ditas laterais. Se uma variável é do tipo discreta, ela só assume valores dentro de um conjunto de valores dados e a sua restrição lateral é substituída por  $x_k \in [x_{k1}, x_{k2}, \dots, x_{kn}]$ . As grandezas  $N_{iq}$  e  $N_{eq}$  indicam a quantidade de restrições de desigualdade e igualdade do problema.  $N_v$  é a quantidade de variáveis de projeto do problema.

#### 5.1.1 Programação matemática

Algoritmos de programação matemática utilizam, em geral, informação dos gradientes das funções para buscar o mínimo do problema. Geralmente, necessita-se que um conjunto inicial de variáveis ( $\mathbf{x}^0$ ) seja especificado, a partir do qual o projeto é atualizado iterativamente na forma [60]:

$$\mathbf{x}^i = \mathbf{x}^{i-1} + \alpha_s^i \mathbf{s}^i \quad (5.2)$$

onde  $i$  representa o número da iteração,  $\mathbf{s}$  é a direção de busca no espaço de projeto e o escalar  $\alpha_s^i$  define o tamanho do passo dado nesta direção (busca linear). A escolha de  $\mathbf{s}$  é feita tal que um pequeno movimento nesta direção produza uma redução na função objetivo. Basicamente, o que diferencia um método de outro é a forma de determinação da direção de busca  $\mathbf{s}$  e do passo  $\alpha_s$ .

Algoritmos de Programação Matemática apresentam rápida convergência quando comparados a outras técnicas de minimização, como os Algoritmos Evolutivos. No entanto, possuem risco de convergirem para mínimos locais e de apresentarem problemas numéricos quando lidando com funções e derivadas descontínuas ou indefinidas. O problema de mínimos locais pode ser amenizado executando-se o algoritmo a partir de vários pontos iniciais  $\mathbf{x}^0$ .

### 5.1.2 Otimização multiobjetivo

Quando se pensa em um sistema estrutural ideal, uma medida de desempenho única é impraticável. Muitas vezes o projetista se depara com vários objetivos com alguns conflitantes entre si. Um problema de otimização multiobjetivo, pode ser matematicamente descrito como:

$$\begin{aligned} \text{Minimizar } \mathbf{f}(\mathbf{x}) &= \left[ f_1(\mathbf{x}) \quad f_2(\mathbf{x}) \quad \dots \quad f_{N_f}(\mathbf{x}) \right] \\ \text{Sujeito a:} \\ g_i(\mathbf{x}) &\leq 0 \quad i = 1, 2, \dots, N_{iq} \\ h_j(\mathbf{x}) &= 0 \quad j = 1, 2, \dots, N_{eq} \\ x_k^l &\leq x_k \leq x_k^u \quad k = 1, 2, \dots, N_v \end{aligned} \quad (5.3)$$

onde:

$$\mathbf{x}^t = [x_1 \quad x_2 \quad \dots \quad x_{N_v}]$$

onde  $N_f$  é a quantidade de funções objetivo que se quer minimizar;  $N_{iq}$  é a quantidade de restrições de desigualdades e  $N_{eq}$  é a quantidade de restrições de igualdade.  $\mathbf{f}(\mathbf{x})$  é um vetor que contém as funções objetivo.

O problema de otimização definido na Equação (5.3) geralmente não tem uma única solução. Na maioria dos casos, uma solução que minimiza todas as funções simultaneamente não existe e o desafio é encontrar a solução mais apropriada às suas necessidades. O interesse da otimização multiobjetivo passa a ser a determinação dos pontos ótimos de pareto. Tal ponto é assim designado quando não existe outro ponto no espaço de projeto que melhora pelo menos uma função objetivo, mantendo as outras imultáveis, isto é, alguma função piora.

Ao utilizar uma única função objetivo na otimização de laminados, há o risco de se obter vários mínimos locais devido à grande quantidade de parâmetros envolvidos. Em outras palavras, obtêm-se projetos diferentes com o mesmo valor da função objetivo. Para contornar tal problema, acrescenta-se outra função objetivo com o intento de desempatar soluções. Em [61], por exemplo, minimizam-se a rigidez pré-flambagem, rigidez pós-flambagem e carga crítica de flambagem de uma placa laminada. Uma técnica é sugerida em [62] para minimização da massa e da deflexão de placas laminadas simétricas submetidas a carregamentos transversais à sua superfície. Em [63] o peso e o custo de placas laminadas carregadas transversalmente são minimizados simultaneamente.

### 5.1.3 Normalização da função objetivo

Os métodos de otimização multiobjetivo lidam com diferentes funções de magnitudes e dimensões distintas. Esse problema requer a transformação das funções objetivo de modo que elas possam ser comparadas. A forma mais comum de se normalizar uma função é dada por [64]:

$$f_i^n(\mathbf{x}) = \frac{f_i(\mathbf{x}) - f_i^{\min}}{f_i^{\max} - f_i^{\min}} \quad (5.4)$$

onde  $f_i^{\min}$  e  $f_i^{\max}$  representam o mínimo e máximo da  $i$ -ésima função objetivo. Quando tais valores são avaliados precisamente, tem-se  $f_i^n$  variando entre 0 e 1.

### 5.1.4 Método da soma ponderada

Um problema multiobjetivo pode ser resolvido por métodos escalares ou métodos vetoriais. Com métodos escalares, as funções objetivo são combinadas de forma a gerar uma única função objetivo escalar, que pode ser minimizada utilizando os métodos tradicionais de minimização. Os métodos vetoriais tratam as funções objetivo independentemente. Um método escalar clássico para solução de um problema multiobjetivo consiste na minimização de uma função igual à soma ponderada de todas as funções objetivo [64]:

$$f(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^{N_f} w_i f_i^n(\mathbf{x}) \quad (5.5)$$

O parâmetro  $w_i$  é o peso associado a cada função objetivo e reflete a importância relativa da  $i$ -ésima função objetivo. Combinando as Equações (5.4) e (5.5), chega-se à:

$$f(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^{N_f} w_i \left( \frac{f_i(\mathbf{x}) - f_i^{\min}}{f_i^{\max} - f_i^{\min}} \right) \quad (5.6)$$

Geralmente, ao se resolver um problema multiobjetivo, faz-se variar os valores dos pesos para se determinar um conjunto de ótimos. O Método das Somas Ponderadas é um método muito utilizado, uma vez que ele transforma um problema multiobjetivo em um problema de uma única função objetivo. Essa simplificação faz com que o problema, antes complexo, possa ser resolvido por técnicas de minimização convencionais. No entanto, deve ser mencionado que o método possui algumas inconveniências que são: (1) a distribuição não-uniforme das soluções ótimas; (2) soluções ótimas indetectáveis e (3) determinação dos pesos de cada função objetivo.

## 5.2 Problema de otimização de risers compostos

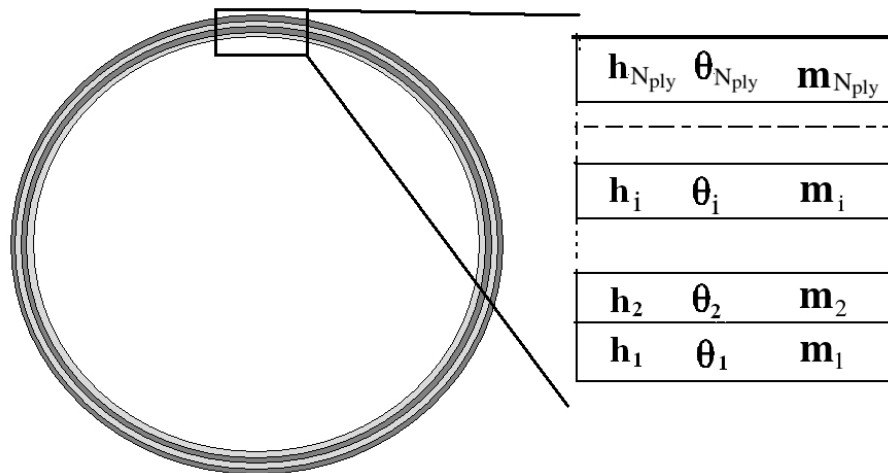
Nesta Seção, o modelo do problema estudado é descrito. São apresentadas as variáveis de projeto, as funções objetivo e as restrições do problema.



### 5.2.1 Variáveis de Projeto

As variáveis de projeto consideradas são as espessuras, os ângulos de orientação das fibras e os materiais de cada lâmina do tubo compósito do *riser*, todas restritas a conjuntos discretos de valores (Figura 5.1). Deve ser ressaltado que apenas as propriedades relativas às lâminas de compósito reforçado por fibras são variáveis de projeto. As espessuras e os materiais das camadas de revestimento (*liners* interno e externo) são parâmetros fixos do problema.

Figura 5.1: Variáveis de projeto (camadas do tubo compósito).



Fonte: Elaborada pelo autor.

Com o objetivo de fazer uso de operadores genéticos especialmente desenvolvidos para otimização de estruturas laminadas, as variáveis de projeto são aqui armazenadas em uma matriz ( $\mathbf{X}$ ) e não em um vetor, como ocorre na maioria dos algoritmos de otimização:

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} h_1 & h_2 & h_3 & \dots & h_{N_{ip}} \\ \theta_1 & \theta_2 & \theta_3 & \dots & \theta_{N_{ip}} \\ m_1 & m_2 & m_3 & \dots & m_{N_{ip}} \end{bmatrix} \quad (5.7)$$

onde:

$$h_i \in \left[ h_1^p \quad h_2^p \quad \dots \quad h_{N_{ph}}^p \right]^t = \mathbf{h}^p \quad (5.8)$$

$$\theta_i \in \left[ \theta_1^p \quad \theta_2^p \quad \dots \quad \theta_{N_{p\theta}}^p \right]^t = \boldsymbol{\theta}^p \quad (5.9)$$

$$m_i \in \left[ m_1^p \quad m_2^p \quad \dots \quad m_{N_{pm}}^p \right]^t = \mathbf{m}^p \quad (5.10)$$

A  $i$ -ésima coluna da matriz  $\mathbf{X}$  representa a  $i$ -ésima camada do laminado, sendo esta descrita pelas variáveis espessura ( $h_i$ ), ângulo de orientação das fibras ( $\theta_i$ ) e material ( $m_i$ ).  $N_{ip}$  é o número de lâminas independentes a serem otimizadas, que pode ou não ser igual ao número de lâminas do compósito  $N_{ply}$ .

De maneira geral, para compósitos que não tenham um tipo especial de laminação,

cada coluna da matriz  $\mathbf{X}$  corresponde a uma única camada da estrutura, fazendo com que  $N_{ip}$  seja igual a  $N_{ply}$ . No entanto, caso a estrutura a ser otimizada possua, por exemplo, laminação simétrica ou balanceada, apenas metade de sua laminação precisa ser armazenada ( $N_{ip} = N_{ply}/2$ ), uma vez que cada coluna da matriz  $\mathbf{X}$  pode representar duas camadas. Se o compósito for tanto simétrico como balanceado, cada coluna da matriz  $\mathbf{X}$  representa quatro camadas, o que faz com que um quarto da laminação seja o suficiente para representar a estrutura ( $N_{ip} = N_{ply}/4$ )

As grandezas  $\mathbf{h}^P$ ,  $\boldsymbol{\theta}^P$  e  $\mathbf{m}^P$  são os vetores que armazenam os possíveis valores que  $h_i$ ,  $\theta_i$  e  $m_i$  podem assumir.  $N_{ph}$ ,  $N_{p\theta}$  e  $N_{pm}$  são, respectivamente, o número de possíveis valores que podem ser adotados pelas variáveis  $h_i$ ,  $\theta_i$  e  $m_i$ .

Em um problema de otimização que tem as variáveis de projeto restritas a conjuntos discretos de valores, tem-se um número limitado de soluções (projetos) possíveis. Esse número representa a dimensão do espaço de busca e, para o problema tratado aqui, é expresso por:

$$N_{pd} = (N_{ph}N_{p\theta}N_{pm})^{N_{ip}} \quad (5.11)$$

Na otimização de laminados, muitas vezes utilizam-se compósitos simétricos ou balanceados não somente para satisfazer requisitos de projeto, mas também para reduzir o espaço de busca da otimização [32]. Considerando, por exemplo, a otimização de um laminado constituído de 12 camadas, cada uma delas com 5 possíveis espessuras, 6 possíveis orientações das fibras e 2 possíveis materiais, tem-se um espaço de projeto com  $(5 \times 6 \times 2)^{12} = 2.18 \times 10^{21}$  possíveis soluções. Resolvendo agora o mesmo problema, mas utilizando uma laminação simétrica ou balanceada, esse número é reduzido para  $(5 \times 6 \times 2)^{12/2} = 8.88 \times 10^{14}$  (*Redução da ordem de  $10^6$* ). Caso a estrutura seja tanto simétrica como balanceada, a dimensão do espaço de projeto cai para  $(5 \times 6 \times 2)^{12/4} = 2.16 \times 10^5$  (*Redução da ordem de  $10^{16}$* ).

## 5.2.2 Função objetivo

Três funções objetivos podem ser adotadas. A primeira função objetivo relaciona-se com o peso por unidade de comprimento do *riser*. O peso do *riser* pode ser obtido pela soma dos pesos do *liner* interno, do *liner* externo e do peso do compósito. Como as espessuras dos *liners* interno e externo são fixas e apenas a espessura do compósito é variável, adota-se  $W_c$  como a função objetivo a ser minimizada.

Quando materiais são utilizados como variáveis de projeto em um problema de otimização, nem sempre o peso é a função objetivo mais apropriada a ser minimizada. Isso deve-se ao fato de que, quando o peso de uma estrutura é minimizado, o processo de otimização tende a escolher materiais mais leves, porém nem sempre mais baratos. Para contornar esse problema, o custo da estrutura pode ser adotado como uma segunda função objetivo a ser minimizada. O custo por unidade de comprimento do *riser* é calculado pela soma dos custos do *liner* interno, do *liner* externo e do compósito. Pelos mesmos motivos do peso, apenas o custo do compósito

$C_c$  é considerado como função objetivo.

Como já mencionado anteriormente na Seção 1.1.3, os problemas de otimização de estruturas laminadas geralmente apresentam vários ótimos globais. Isso ocorre porque mudanças nas orientações das fibras não alteram nem o peso e nem o custo do laminado. Portanto, se as restrições não forem violadas, tem-se várias soluções viáveis com os mesmo valores de função objetivo. Assim, é recomendável a adoção de uma formulação multiobjetivo para o problema. Aqui, a terceira função objetivo adotada para reduzir o problema dos vários mínimos globais diz respeito ao fator de segurança de flambagem do *riser* ( $SF_{buck}$ ). Ele é utilizado na formulação multiobjetivo do problema com o objetivo de diferenciar os vários projetos de pesos e custos iguais. Ressalta-se que ao invés de ser minimizado, o fator de segurança deve ser maximizado.

A função multiobjetivo a ser minimizada pode ser obtida considerando todas as três funções objetivos desenvolvidas anteriormente:

$$f = w_1 f_1^n + w_2 f_2^n + w_3 f_3^n \quad (5.12)$$

onde  $f_1^n$ ,  $f_2^n$  e  $f_3^n$  são as funções objetivo  $W_c$ ,  $C_c$  e  $SF_{buck}$  normalizadas. Os parâmetros  $w_1$ ,  $w_2$  e  $w_3$  são os pesos de cada uma das funções objetivo, que podem variar entre 0 e 1. As funções objetivo normalizadas podem ser escritas da seguinte forma:

$$f_1 = \left( \frac{W_c - W_c^{min}}{W_c^{max} - W_c^{min}} \right) \quad (5.13)$$

$$f_2 = \left( \frac{C_c - C_c^{min}}{C_c^{max} - C_c^{min}} \right) \quad (5.14)$$

$$f_3 = \left( \frac{SF_{buck}^{max} - SF_{buck}}{SF_{buck}^{max} - SF_{buck}^{min}} \right) \quad (5.15)$$

Analisando as Equações (5.13) e (5.14) nota-se que  $f_1$  e  $f_2$  anulam-se quando o peso ( $W_c$ ) e o custo ( $C_c$ ) atingem seus valores mínimos. As funções  $f_1$  e  $f_2$  tornam-se 1 quando os valores do peso e custo atingem seus valores máximos. Como o fator de segurança  $SF_{buck}$  deve ser maximizado, o inverso ocorre: quando o fator de segurança à flambagem atinge seu valor mínimo,  $f_3$  torna-se 1 e caso atinja o valor máximo,  $f_3$  torna-se nulo. Substituindo as Equações (5.13), (5.14) e (5.15) na equação 5.12, obtêm-se:

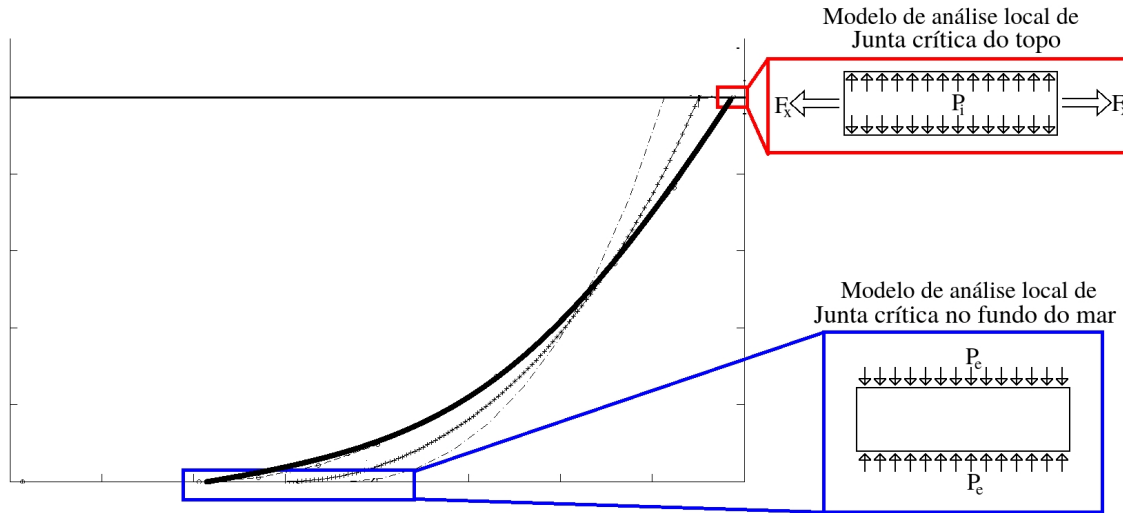
$$f = w_1 \left( \frac{W_c - W_c^{min}}{W_c^{max} - W_c^{min}} \right) + w_2 \left( \frac{C_c - C_c^{min}}{C_c^{max} - C_c^{min}} \right) + w_3 \left( \frac{SF_{buck}^{max} - SF_{buck}}{SF_{buck}^{max} - SF_{buck}^{min}} \right) \quad (5.16)$$

### 5.2.3 Restrições

Com o objetivo de assegurar a integridade estrutural do *riser* de material compósito, critérios de resistência e estabilidade são adotados. Critérios relativos à fabricação e práticas

de projeto também são considerados. As restrições são calculadas em dois trechos do *riser*, considerados como críticos. O primeiro trecho crítico localiza-se no topo do *riser*, enquanto o segundo trecho corresponde a uma junta localizada no fundo do oceano (Figura 5.2).

Figura 5.2: Pontos escolhidos para cálculo das restrições.



Fonte: Elaborada pelo autor.

### 5.2.3.1 Restrições da junta do topo:

A maior tração no *riser* ocorre no topo e, devido a isso, esse trecho é escolhido como um dos trechos críticos. Com o objetivo de se obter a maior tração possível, executa-se a análise global com o *riser* na configuração *Far*, cheio de fluido petrolífero (Figura 5.2).

De início, realiza-se a análise global para se obter o esforço normal atuante no topo da junta, conforme explicado na Seção 4.3.1. Esse esforço normal é empregado na análise local em conjunto com a pressão interna do fluido de modo a se obter as tensões no *liner* interno e nas lâminas do compósito (Seção 4.3.2). Com as tensões, calculam-se os fatores de segurança do *liner* interno e do compósito, que são então usados para computar as duas primeiras restrições do problema. Definem-se  $g_{il}^{top}$  e  $g_c^{top}$  como as restrições referentes aos fatores de segurança do *liner* interno e do compósito, respectivamente. O sobrescrito *top* é utilizado para fazer referência ao trecho no topo.

$$g_{il}^{top} = 1 - \frac{SF_{il}^{top}}{SF_{il}^{adm}} \leq 0 \quad (5.17)$$

$$g_c^{top} = 1 - \frac{SF_c^{top}}{SF_c^{adm}} \leq 0 \quad (5.18)$$

As grandezas  $SF_{il}^{adm}$  e  $SF_c^{adm}$  são os fatores de segurança admissíveis para o *liner* interno e para o compósito.  $SF_{il}^{top}$  e  $SF_c^{top}$  são os fatores de segurança calculados para o *liner* interno e para

o compósito, respectivamente. O fator de segurança do *liner* interno metálico é calculado pela tensão de von Mises. O fator de segurança do compósito é calculado por uma das teorias de falha descritas na Seção 3.4.

### 5.2.3.2 Restrições da junta do fundo:

O trecho do *riser* localizado no fundo do oceano é escolhido como o segundo ponto crítico por estar submetido a grandes compressões. Afim de se obter um projeto mais conservativo, a tração no fundo obtida pela análise global é desconsiderada, pois ela reduz os esforços de compressão provenientes da pressão externa do oceano. A pressão interna do fluido petrolífero também é desprezada pelo mesmo motivo. Assim, o pior cenário possível para o trecho do *riser* no fundo do oceano corresponde à estrutura vazia, submetido somente à pressão externa (Figura 5.2). Por um processo semelhante ao desenvolvido anteriormente, as restrições relativas à integridade do *liner* interno e do compósito para o trecho no fundo do oceano podem ser expressas por:

$$g_{il}^{bot} = 1 - \frac{SF_{il}^{bot}}{SF_{il}^{adm}} \leq 0 \quad (5.19)$$

$$g_c^{bot} = 1 - \frac{SF_c^{bot}}{SF_c^{adm}} \leq 0 \quad (5.20)$$

O sobrescrito *bot* faz referência a um trecho no fundo do oceano. Como essa parte do *riser* está submetida à pressão externa, uma restrição de flambagem deve ser considerada:

$$g_{buck} = 1 - \frac{SF_{buck}}{SF_{buck}^{adm}} \leq 0 \quad (5.21)$$

sendo  $SF_{buck}^{adm}$  o fator de segurança admissível de flambagem e  $SF_{buck}$  o fator de segurança calculado pela Equação (4.14). Aqui vale ressaltar que o cálculo do fator de segurança de flambagem do *riser* desconsidera o *liner* interno, sendo então apenas o compósito o responsável por resistir à flambagem da estrutura.

### 5.2.3.3 Requisitos práticos e de fabricação:

Algumas restrições relativas a recomendações práticas e a questões de fabricação são levadas em consideração no modelo de otimização. São elas:

- A laminação do compósito deve ser simétrica.
- A laminação do compósito deve ser balanceada aos pares.
- As variáveis de projeto devem pertencer à um conjunto discreto de valores.

Aqui vale ressaltar que tais restrições não precisam ser incorporadas ao modelo de otimização mediante expressões. Elas são automaticamente satisfeitas devido à formulação das variáveis de projeto.

## 6 ALGORITMOS GENÉTICOS

Algoritmos Evolutivos (AEs) são métodos de busca que simulam a evolução de indivíduos através de processos de seleção, reprodução e variação (mutação). Diversos AEs têm sido propostos na literatura. Historicamente, três principais AEs foram desenvolvidos [65]: Estratégias Evolucionárias (EE), Programação Evolucionária (PE) e Algoritmos Genéticos (AGs).

Os AGs simulam o processo de seleção natural e evolução das espécies para encontrar uma solução de um problema de otimização. Eles se baseiam no fato de que indivíduos mais aptos de uma população (melhores projetos) são submetidos a processos tais como seleção, cruzamento e mutação ao longo de gerações (iterações) na busca do melhor indivíduo (solução ótima do problema). Neste capítulo são apresentados conceitos básicos relacionados aos Algoritmos Genéticos. Em seguida, o Algoritmo Genético implementado neste trabalho é descrito.

### 6.1 Algoritmo Genético padrão

Diversas mudanças podem ser incorporadas a um Algoritmo Genético, no entanto sua ideia básica permanece a mesma. Os AGs são algoritmos para minimização de problemas sem restrição. Havendo restrições, estas são incorporadas junto com a função objetivo em uma função chamada de aptidão. Inicialmente um conjunto de indivíduos (projetos) é gerado. Calcula-se a aptidão de cada indivíduo. Aplicam-se operadores randômicos de seleção de modo que indivíduos mais aptos tenham mais chances de serem selecionados. Os indivíduos selecionados (pais) recombinaem entre si e geram descendentes. Em seguida, operadores mutagênicos, que alteram informações pontuais do cromossomo, são aplicados a uma pequena parcela da população. Para manter o tamanho da população constante os melhores indivíduos são selecionados e formam uma nova população. O processo é repetido até que um critério de parada seja atingido.

#### 6.1.1 Características, vantagens e desvantagens

A maioria dos métodos Clássicos de Programação Matemática apresenta um escopo de busca local e a solução obtida por tais métodos é, em geral, o ponto ótimo apenas de uma vizinhança (solução extrema local). Os Algoritmos Genéticos, independente de sua configuração inicial, geralmente apresentam soluções de alta qualidade [66].

Os Algoritmos Genéticos são reconhecidos por realizarem uma busca diversificada no espaço de projeto. Ao fazerem uso de um vasto conjunto de pontos para busca, dificultam-se as chances de se cair em armadilhas de falsos vales em problemas de minimização. Mecanismos de geração aleatória de indivíduos e mutação também proporcionam uma busca diversificada no espaço de projeto, minimizando assim a ocorrência de mínimos locais.

Além de eficientes algoritmos de otimização, os AGs são simples e fáceis de implementar quando comparados com Algoritmos Clássicos de Programação Matemática. Os AGs utilizam somente os valores das funções (objetivo e restrições) no processo de busca e não é necessária a continuidade ou diferenciabilidade das funções, já que não são feitos cálculos de gradientes na busca pela solução ótima. Tais características fazem com que os AGs possam ser utilizados nos mais variados tipos de problema.

Como desvantagem, os AGs apresentam um alto custo computacional. Tal problema pode ser minimizado com o uso de computação paralela. Outro problema é que dificilmente há total garantia da solução ótima ter sido atingida. Para evitar a obtenção de falsos mínimos executa-se o AG diversas vezes.

Devido às suas características, os AGs têm se apresentado como um dos principais métodos de busca aplicados na otimização de compósitos laminados [23].

## 6.2 Descrição do Algoritmo Genético para estruturas laminadas

O AG utilizado neste trabalho faz uso de operadores genéticos padrões (cruzamento, mutação), combinados com operadores especiais para otimização de laminados. O processo inicia-se com a geração aleatória de uma população inicial. O número de indivíduos da população é representado por  $N_{ind}$ .

A partir da população inicial, indivíduos chamados de pais são selecionados para cruzamento e indivíduos denominados filhos são gerados. O número de pais e filhos são representados respectivamente por  $N_{par}$  e  $N_{son}$ . O número de pais selecionados para participar do cruzamento é determinado via uma taxa de cruzamento  $R_{cr}$ , na forma:

$$N_{par} = R_{cr}N_{ind}. \quad (6.1)$$

Cada casal, formado por dois pais, gera dois filhos. Portanto,  $N_{par} = N_{son}$ .

A seleção dos indivíduos é feita com base em sua função aptidão  $f_{fit}$ . Quanto maior a aptidão de um indivíduo, maior é sua chance de ser selecionado. O cálculo da função aptidão leva em consideração os valores da função objetivo e das restrições. As restrições são consideradas no problema via penalidade. Três métodos para cálculo de penalidade e dois mecanismos de seleção são adotados no presente trabalho.

Após a seleção e cruzamento, o operador de mutação é aplicado aos filhos segundo uma probabilidade  $P_{mut}$ . Em seguida, os filhos são submetidos aos operadores especialmente desenvolvidos para estruturas laminadas. Cada um dos operadores possui diferentes probabilidades de ocorrência.

Os filhos então substituem os piores indivíduos da população, gerando assim uma nova população. O processo descrito anteriormente é repetido ao longo de sucessivas iterações (gerações). O processo de otimização chega ao fim quando algum critério de parada é satisfeito.

Cada nova geração tem uma população de tamanho fixo formada pelos  $N_{son}$  filhos

e  $(N_{ind} - N_{son})$  melhores indivíduos da geração anterior. Como apenas os piores indivíduos da população são substituídos pelos filhos e apenas os filhos são submetidos aos operadores de mutação e aos operadores de laminados, tem-se um mecanismo elitista que preserva os melhores indivíduos de uma população desde que  $N_{son}$  seja menor do que  $N_{ind}$ . O número de indivíduos passados por elitismo pode assim ser calculado por:

$$N_{elt} = N_{ind} - N_{son} \quad \text{ou} \quad N_{elt} = (1 - R_{cr})N_{ind} \quad (6.2)$$

A opção do AG sem aplicação do elitismo ( $R_{cr} = 1$ ) faz com que os filhos substituam todos os indivíduos.

A seguir são detalhadas as metodologias utilizadas para considerar restrições, a obtenção da função aptidão, a codificação do indivíduo e os operadores genéticos.

### 6.2.1 Função objetivo penalizada (Tratamento das restrições)

Quando Algoritmos Genéticos são usados em problemas de otimização sem restrição, a função objetivo é o parâmetro utilizado para cálculo da aptidão de cada indivíduo. No entanto, a maioria dos problemas de engenharia envolve uma ou mais restrições que devem ser satisfeitas pelas soluções.

Diversos trabalhos relacionados à manipulação de restrições em Algoritmos Evolutivos podem ser encontrados na literatura. As metodologias para lidar com restrições podem ser agrupadas em quatro classes diferentes [67] [68]:

- Métodos baseados na preservação das soluções viáveis, que utilizam operadores especiais para transformar soluções inviáveis em viáveis;
- Métodos baseados em funções de penalidade, utilizados para penalizar indivíduos inviáveis;
- Métodos baseados na busca por soluções viáveis, que tem como ênfase a distinção entre indivíduos viáveis e inviáveis;
- Métodos híbridos, que combinam técnicas heurísticas com procedimentos determinísticos clássicos para lidar com restrições.

Os métodos de penalidade, devido à sua simplicidade e robustez, são amplamente empregados com Algoritmos Genéticos. De forma geral, métodos de penalidade transformam um problema restrito em um problema irrestrito na forma:

$$\Phi(\mathbf{x}) = f(\mathbf{x}) + Pen(\mathbf{x}) \quad (6.3)$$

onde  $\Phi(\mathbf{x})$  é função objetivo penalizada. A função penalidade  $Pen(\mathbf{x})$  tem o propósito de aumentar o valor da função objetivo  $f(\mathbf{x})$  de um indivíduo inviável, em problemas de minimização,



reduzindo simultaneamente a sua aptidão. Caso as restrições não sejam violadas, a penalidade é nula e  $\Phi(\mathbf{x}) = f(\mathbf{x})$ .

Algoritmos clássicos de otimização podem empregar métodos de penalidade interior e exterior. Como o uso da penalidade interior exige a viabilidade dos indivíduos da população inicial, os métodos de penalidade exterior são mais frequentemente usados em AGs. A forma básica de uma função objetivo com penalidade exterior pode ser expressa por:

$$\Phi(\mathbf{x}) = f(\mathbf{x}) + \left[ \sum_{i=1}^{N_{iq}} (k_p)_i \text{Max}[g_i(\mathbf{x}), 0]^{\beta_p} + \sum_{j=1}^{N_{eq}} (q_p)_j \|h_j(\mathbf{x})\|^{\gamma_p} \right] \quad (6.4)$$

quando as restrições de desigualdade são definidas na forma  $g_i \leq 0$ . Os parâmetros  $(k_p)_i$  e  $(q_p)_j$  representam as penalidades aplicadas às restrições violadas de desigualdade e igualdade, respectivamente. As grandezas  $\beta_p$  e  $\gamma_p$  valem geralmente 1 ou 2. Tais parâmetros devem ser escolhidos de modo a não tornar mal condicionado o modelo do problema. Valores muito pequenos de penalidade permitem a convergência para soluções inviáveis. Valores muito grandes podem fazer com que o ótimo obtido seja diferente do ótimo real, uma vez que características boas de indivíduos inviáveis podem ser descartadas. Alguns tipos de penalidade são listados em [69]:

- Penalidade Estática
- Penalidade Dinâmica
- Penalidade Adaptativa

Os métodos de penalidade estática usam parâmetros de penalidade que permanecem fixos ao longo de todo o processo de otimização. Em [70], por exemplo, é proposta uma metodologia de penalidade estática que utiliza diferentes níveis de violação para cada restrição. Usando esse princípio, a função objetivo penalizada pode ser escrita da seguinte forma:

$$\Phi(\mathbf{x}) = f(\mathbf{x}) + \sum_{i=1}^{N_{iq}} (k_p)_{ij} (\text{Max}[g_i(\mathbf{x}), 0])^2 \quad (6.5)$$

sendo  $(k_p)_{ij}$  o parâmetro de penalidade da  $i$ -ésima restrição e  $j$ -ésimo nível de violação. Altos níveis de violação significam maiores valores  $k_p$ . As restrições de igualdade são transformadas em inequações na forma  $\|h_j(\mathbf{x})\| < \varepsilon$ . A desvantagem do método proposto por [70] é a grande quantidade dos parâmetros de penalidade que precisam ser definidos pelo usuário.

Os métodos de penalidade dinâmica usualmente possuem parâmetros de penalidade dependentes do número da geração corrente e usam os princípios da otimização irrestrita sequencial [64]. Um método de penalidade dinâmica sugerido por [71] usa a seguinte função

objetivo penalizada:

$$\Phi(\mathbf{x}) = f(\mathbf{x}) + (Ct)^{\alpha_p} \left( \sum_{i=1}^{N_{iq}} (\text{Max}[g_i(\mathbf{x}), 0])^{\beta_g} + \sum_{j=1}^{N_{eq}} \|h_j(\mathbf{x})\| \right) \quad (6.6)$$

onde  $C$ ,  $\alpha_p$  e  $\beta_g$  são parâmetros de controle fornecidos pelo usuário do algoritmo e  $t$  é o número da geração corrente. O valor da penalidade cresce com o passar das gerações. Os autores recomendam que os parâmetros tenham os seguintes valores:  $\alpha_p = \beta_g = 2$  e  $C = 0,5$ .

Os métodos de penalidade adaptativa são aqueles em que os parâmetros da penalidade são alterados em função das informações sobre os indivíduos de cada geração. Em [72] é proposta uma função objetivo penalizada expressa por:

$$\Phi = f(\mathbf{x}) + (k_p)_t \left( \sum_{i=1}^{N_{iq}} (\text{Max}[g_i(\mathbf{x}), 0])^2 + \sum_{j=1}^{N_{eq}} \|h_j(\mathbf{x})\| \right) \quad (6.7)$$

onde  $(k_p)_t$  é o valor da penalidade na geração  $t$ . Na atualização do parâmetro de penalidade, duas condições são analisadas em função dos resultados das últimas  $\Delta_g$  gerações. A condição 1 refere-se a um caso em que todos os indivíduos das últimas  $\Delta_g$  gerações são viáveis. Se a condição 1 for verdadeira, o parâmetro de penalidade  $k_p$  diminui entre as gerações  $t$  e  $(t + 1)$ . A condição 2 refere-se a um caso em que todos os indivíduos das últimas  $\Delta_g$  gerações são inviáveis. Se a condição 2 for verdadeira, o parâmetro de penalidade  $k_p$  aumenta entre as geração  $t$  e  $(t + 1)$ . Se nas últimas  $\Delta_g$  gerações houver indivíduos tanto viáveis como inviáveis, o parâmetro de penalidade permanece inalterado. A cada geração  $t$ , o parâmetro de penalidade é atualizado de acordo com:

$$(k_p)_{t+1} = \begin{cases} \frac{1}{\beta_1} (k_p)_t, & \text{se condição 1 é verdadeira} \\ \beta_2 (k_p)_t, & \text{se condição 2 é verdadeira} \\ (k_p)_t, & \text{se condição 1 e 2 são falsas} \end{cases} \quad (6.8)$$

O problema principal do método reside na escolha de  $\beta_1$ ,  $\beta_2$  e  $\Delta_g$ , que são parâmetros de controle definidos pelo usuário.

Quando se quer usar um método de penalidade para lidar com problemas restritos, dificuldades relacionadas à escolha adequada de parâmetros de controle logo aparecem. Com o objetivo de evitar esses problemas, no presente trabalho são utilizados dois métodos de penalidade adaptativa que não necessitam de parâmetros de controle por parte do usuário. Tais métodos são detalhados a seguir.

### 6.2.1.1 Penalidade adaptativa 1

Em [73] é proposto uma método de penalidade que parte dos seguintes princípios:

1. Qualquer solução viável é melhor do que qualquer inviável.

2. Entre duas soluções viáveis, aquela que tiver menor função objetivo é a melhor solução.
3. Entre duas soluções inviáveis, aquela que tiver menores violações é a preferível.

Respeitando os três princípios acima, a função objetivo penalizada pode ser expressa por:

$$\Phi(\mathbf{x}) = \begin{cases} f(\mathbf{x}), & \text{se } \mathbf{x} \text{ é viável} \\ f^{max} + \sum_{i=1}^{N_{iq}} \text{Max}(g_i(\mathbf{x}), 0) & \text{se } \mathbf{x} \text{ é inviável} \end{cases} \quad (6.9)$$

O parâmetro  $f^{max}$  é o valor da função objetivo do pior indivíduo viável em uma dada geração. Vale destacar que, nesse método, o valor da função objetivo penalizada de um indivíduo inviável depende do valor da função objetivo do pior indivíduo viável. Uma das vantagens do método é que as funções objetivo penalizadas de todos indivíduos são da mesma ordem de grandeza, caso todas as restrições sejam normalizadas. Além disso, ele é de fácil implementação. O autor do método também ressalta que, como o método proposto utiliza um grupo de soluções para determinar a penalidade, ele não pode ser utilizado em conjunto com algoritmos clássicos de programação matemática, que buscam o ótimo manipulando uma única solução candidata.

#### 6.2.1.2 Penalidade adaptativa 2

O segundo método de penalidade adaptativa foi inicialmente proposto por [74]. Em [75] os parâmetros de penalidade foram estudados e mais testes foram realizados. Em [76], uma pequena, mas importante, modificação é introduzida pelos mesmos autores. O método proposto em sua forma final não requer que o usuário defina os parâmetros de controle. Apenas informações relacionadas à média das funções objetivo e aos níveis de violação de cada restrição são utilizadas. A função objetivo penalizada pode ser expressa por [77]:

$$\Phi(\mathbf{x}) = \begin{cases} f(\mathbf{x}), & \text{se } \mathbf{x} \text{ é viável} \\ \bar{f}(\mathbf{x}) + \sum_{i=1}^{N_{iq}} (k_p)_i v_i(\mathbf{x}), & \text{se } \mathbf{x} \text{ é inviável} \end{cases} \quad (6.10)$$

onde  $v_i(\mathbf{x})$  é a violação expressa por:

$$v_i(\mathbf{x}) = \text{Max}[g_i(\mathbf{x}), 0] \quad (6.11)$$

e

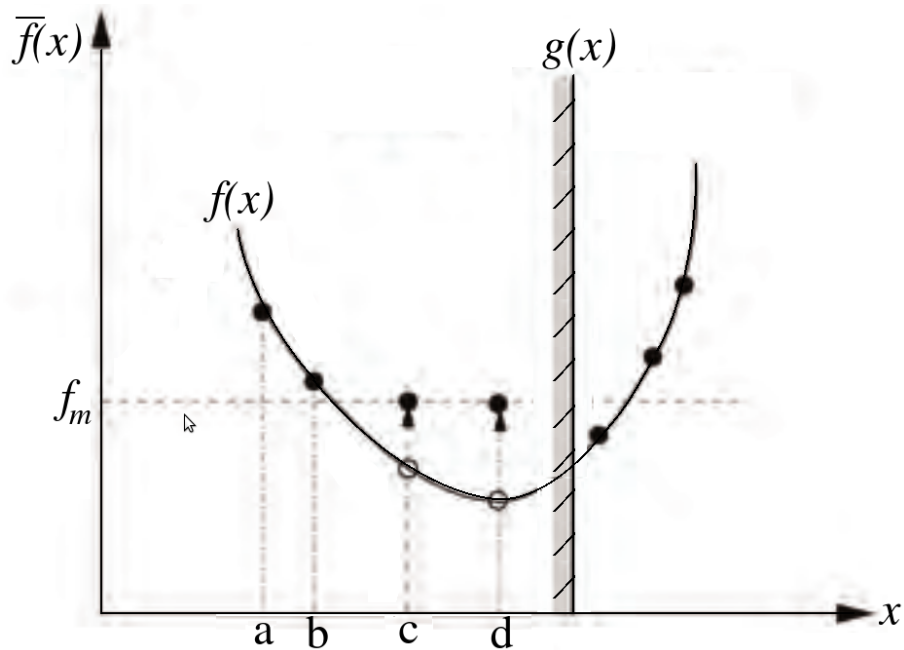
$$\bar{f}(\mathbf{x}) = \begin{cases} f(\mathbf{x}), & \text{se } f(\mathbf{x}) > f_m \\ f_m, & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (6.12)$$

onde  $f_m$  é a média dos valores das funções objetivo de toda a população calculada por:

$$f_m = \frac{\sum_{j=1}^{N_{ind}} f(\mathbf{x}^j)}{N_{ind}} \quad (6.13)$$

Graficamente, o método é exemplificado na Figura 6.1 para o caso de uma função unidimensional.

Figura 6.1: Ilustração do método apresentado por Barbosa e Lemonge (2008).



Fonte: Barbosa e Lemonge (2008) [77].

Entre os 4 indivíduos inviáveis,  $c$  e  $d$  têm suas funções objetivo menores do que o valor médio e, pela formulação proposta, seus valores de  $\bar{f}(\mathbf{x})$  são tomados como  $f_m$ . Como as soluções  $a$  e  $b$  têm valores de função objetivo que são maiores do que o valor médio, têm-se que  $\bar{f}(\mathbf{x}) = f(\mathbf{x})$ . Para cada geração, o valor da penalidade associado à  $i$ -ésima violação pode ser calculado por:

$$(k_p)_i = \|f_m\| \frac{(v_i)_m}{\sum_{l=1}^{N_{iq}} [(v_l)_m]^2} \quad (6.14)$$

onde  $(v_l)_m$  é a violação média da  $l$ -ésima restrição na população. A ideia do método baseia-se no fato de que as restrições que apresentam maiores violações são mais difíceis de serem satisfeitas e, portanto, seus parâmetros de penalidade devem ter valores mais altos.

### 6.2.2 Função aptidão

Algoritmos Genéticos usam uma função denominada de aptidão como parâmetro para identificar a qualidade ou performance de cada indivíduo. A função aptidão deve ser estabelecida de modo que indivíduos mais aptos tenham mais chances de serem selecionados do que indivíduos menos aptos. Muitas vezes, um problema de otimização é, na realidade, formulado visando a minimização e não a maximização de uma função objetivo. Além disso, mesmo em problemas de maximização, soluções com função objetivo negativa podem surgir. A função aptidão, por ser usada para cálculo das probabilidades de seleção, deve ser uma função que forneça valores positivos para qualquer solução possível do problema. Portanto, em muitos casos, a função objetivo penalizada não pode ser tomada diretamente como a aptidão. Assim, a função objetivo penalizada deve ser mapeada para uma função aptidão que assuma valores sempre positivos. Segundo [78], a forma mais simples de mapeamento entre função objetivo penalizada e função aptidão para problemas de minimização é:

$$f_{fit} = L - \Phi(\mathbf{x}) \quad (6.15)$$

onde  $L$  é um valor grande o suficiente para não permitir que  $f_{fit}$  se torne negativo. No presente trabalho, é proposto o mapeamento de função objetivo penalizada para aptidão da seguinte forma:

$$f_{fit} = C_{\Phi} \text{Max}[\|\Phi^{min}\|, \|\Phi^{max}\|] - \Phi(\mathbf{x}) \quad (6.16)$$

onde  $C_{\Phi}$  é uma constante definida pelo usuário que deve ser um pouco maior do que 1, de modo a evitar que o pior indivíduo tenha aptidão nula.  $\Phi^{min}$  e  $\Phi^{max}$  são, respectivamente, os valores mínimo e máximo da função objetivo penalizada dos indivíduos da população, calculados a cada geração do Algoritmo Genético.

Deve ser ressaltado que, usando a Equação (6.16), o problema de minimização da função objetivo penalizada se transforma em outro problema de maximização da função aptidão  $f_{fit}$ , uma vez que quanto menor for a função objetivo penalizada, maior será a aptidão do indivíduo.

### 6.2.3 Seleção

Usando os valores da função aptidão de cada indivíduo, mecanismos de seleção escolhem um grupo de indivíduos para a operação de cruzamento. Os mecanismos de seleção devem ser implementados de tal forma que soluções com altos valores de aptidão tenham maiores chances de serem selecionados.

Neste trabalho, dois métodos são utilizados para cálculo das probabilidades de seleção de cada indivíduo. O primeiro método consiste em usar o valor normalizado da aptidão de cada indivíduo como sendo a sua probabilidade de seleção. Usando essa estratégia, a probabilidade de seleção do  $i$ -ésimo indivíduo é diretamente proporcional à sua aptidão (*fitness*-

*proportional*) e pode ser expressa por:

$$(P_{sel})_i = \frac{(f_{fit})_i}{\sum_{j=1}^{N_{ind}} (f_{fit})_j} \quad (6.17)$$

onde  $(f_{fit})_i$  é a aptidão do  $i$ -ésimo indivíduo. O segundo método consiste em calcular a probabilidade de seleção baseada em ranqueamento (*ranking*), que utiliza as aptidões dos indivíduos de forma indireta para calcular suas probabilidades de seleção. No *ranking*, ordenam-se os indivíduos em uma lista crescente de aptidão. Os indivíduos com baixos valores de aptidão ocupam as primeiras posições da lista enquanto os indivíduos de alta aptidão ocupam as últimas posições. Com base na lista ordenada, a probabilidade de seleção do  $i$ -ésimo indivíduo é calculada em função de sua posição  $\chi_i$  nessa lista:

$$(P_{Sel})_i = \frac{\chi_i}{\sum_{j=1}^{N_{ind}} \chi_j} \quad (6.18)$$

Da Equação (6.18), nota-se que os melhores indivíduos, por ocuparem as últimas posições na lista, possuem altos valores de  $\chi$  e probabilidade de seleção elevadas. Já os piores indivíduos possuem baixos valores de  $\chi$  e baixas probabilidades de seleção por ocuparem as primeiras posições da lista. O melhor indivíduo por exemplo, tem  $\chi = N_{ind}$ . O pior indivíduo tem  $\chi = 1$ .

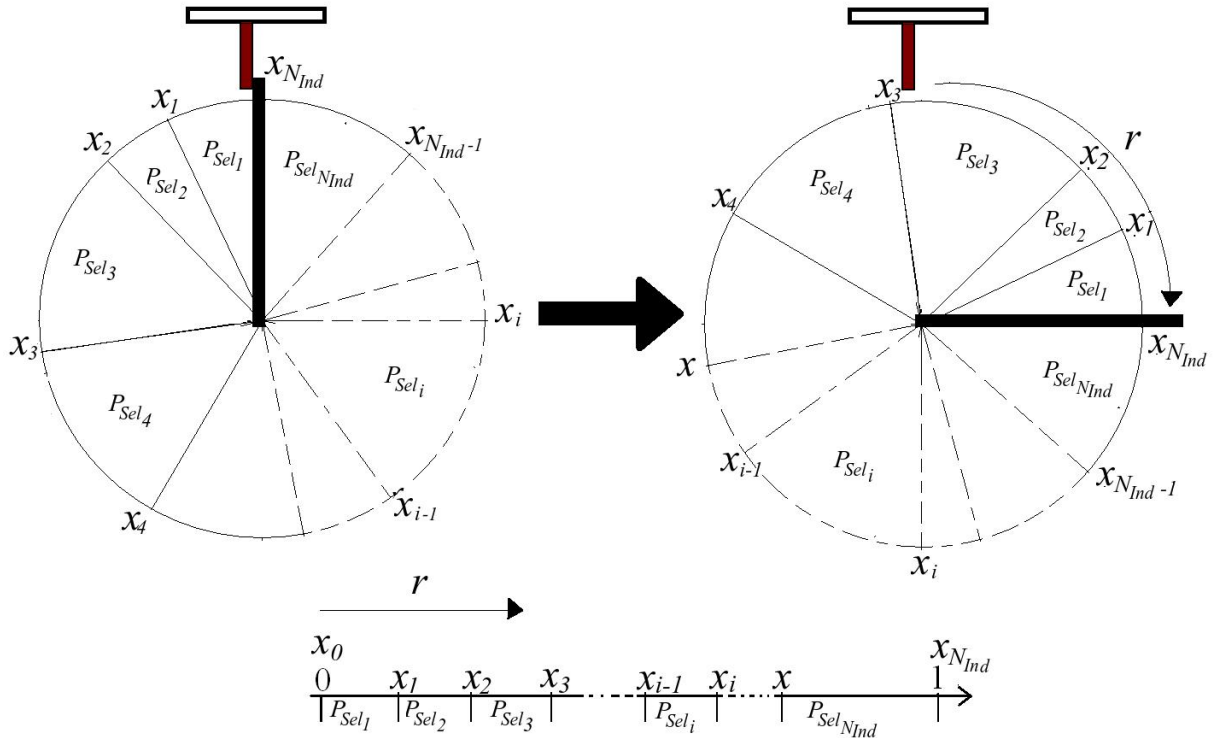
Após calculadas as probabilidades de seleção de cada indivíduo por um dos dois métodos apresentados, dá-se início ao processo de seleção. Diversos operadores de seleção podem ser encontrados na literatura [65], sendo a *seleção por roleta* empregada no presente trabalho. O mecanismo da roleta (como o próprio nome sugere) está associado à divisão de um círculo em fatias ou setores circulares. Cada fatia representa uma fração do todo e é a probabilidade de seleção de um dado indivíduo. Na Figura 6.2 o mecanismo da roleta é ilustrado.

Considera-se um intervalo variando entre 0 e 1 dividido em  $N_{ind}$  segmentos. O  $i$ -ésimo segmento têm abscissas  $x_{i-1}$  e  $x_i$ . Cada segmento é associado a um indivíduo, sendo o tamanho do  $i$ -ésimo segmento igual à probabilidade de seleção do  $i$ -ésimo indivíduo. Gera-se um número randômico  $r$  entre 0 e 1. Se  $r$  está entre  $x_{i-1}$  e  $x_i$ , então o  $i$ -ésimo indivíduo (associado ao  $i$ -ésimo intervalo) é incluído no grupo dos pais para futuro cruzamento. Deve ser lembrado que tal processo é realizado  $N_{par}$  vezes e que o mesmo indivíduo pode ser escolhido repetidas vezes.

#### 6.2.4 Representação dos indivíduos

Os Algoritmos Genéticos geralmente requerem que as variáveis de projeto que definem um indivíduo sejam representadas de forma codificada para tornar possível a aplicação de operadores genéticos. Essa representação codificada dos indivíduos é chamada de *representação genótipa*. Chama-se de *representação fenótipa* quando se tem as variáveis de projeto decodi-

Figura 6.2: Roleta sendo aplicada (terceiro indivíduo sendo selecionado).



Fonte: Elaborada pelo autor.

ficadas. Os valores codificados das variáveis de projeto são armazenados no *cromossomo* do indivíduo. Por razões históricas, a representação binária é a mais utilizada para codificar as variáveis de projeto de um indivíduo. No entanto, o processo de codificação e decodificação das variáveis de projeto em números binários introduz um grau de complexidade que nem sempre é necessário [32].

Além da binária, representações reais e inteiras podem ser usadas. A representação real utiliza os próprios valores das variáveis de projeto para representar indivíduos. Ela pode ser usada quando as variáveis de projeto pertencem a um intervalo contínuo, limitado apenas pelos seus valores inferiores e superiores. Na representação real, a representação genótipa e a fenótipa são iguais.

A representação inteira é empregada quando as variáveis de projeto só podem assumir valores pertencentes a um conjunto discreto de valores inteiros. Quando a variável só assume valores pertencentes a um conjunto discreto de valores (numérico ou não), pode-se associar números inteiros às variáveis discretas através de listas. Em projetos estruturais, geralmente as variáveis são restritas a valores discretos. No projeto de laminados, por exemplo, as espessuras e os ângulos das fibras são restritos a um número limitado de possíveis valores. Em [32], por exemplo, são usados os dígitos 1, 2, 3 e 4 para representar lâminas  $0^\circ$ ,  $+45^\circ$ ,  $-45^\circ$

e  $90^\circ$  respectivamente. Com essa representação, o laminado representado na forma fenótipa  $[(\pm 45)_2(90/0)_3]$  pode ser codificado no cromossomo [2323414141], que é sua representação genótipa.

A representação usada aqui difere um pouco da usada por [32]. Conforme mostrado no Item 5.2.1, as variáveis de projeto espessura, orientação das fibras e material são armazenadas na matriz de variáveis de projeto ( $\mathbf{X}$ ). A matriz  $\mathbf{X}$  pode ser considerada como a representação fenótipa de um indivíduo, uma vez que ela armazena os valores decodificados das variáveis de projeto. As variáveis de projeto codificadas são armazenadas em uma matriz que é aqui chamada de matriz dos cromossomos ou matriz genótipa  $\mathbf{X}_{\text{chr}}$ . Cada linha da matriz  $\mathbf{X}_{\text{chr}}$  contém um cromossomo do indivíduo. Cada elemento da matriz é um gene. O valor armazenado pelo gene é chamado de alelo. O primeiro cromossomo armazena as espessuras de cada camada e, por isso, é chamado de *cromossomo das espessuras*  $\mathbf{h}^{\text{chr}}$ . Usando raciocínio semelhante, o segundo e o terceiro cromossomo são chamados de *cromossomo das orientações*  $\theta^{\text{chr}}$  e *cromossomo dos materiais*  $\mathbf{m}^{\text{chr}}$  respectivamente. A forma da matriz genótipa é dada por:

$$\mathbf{X}_{\text{chr}} = \begin{bmatrix} h_1^{\text{chr}} & h_2^{\text{chr}} & h_3^{\text{chr}} & \dots & h_{N_{ip}}^{\text{chr}} \\ \theta_1^{\text{chr}} & \theta_2^{\text{chr}} & \theta_3^{\text{chr}} & \dots & \theta_{N_{ip}}^{\text{chr}} \\ m_1^{\text{chr}} & m_2^{\text{chr}} & m_3^{\text{chr}} & \dots & m_{N_{ip}}^{\text{chr}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (\mathbf{h}^{\text{chr}})^t \\ (\theta^{\text{chr}})^t \\ (\mathbf{m}^{\text{chr}})^t \end{bmatrix} \quad (6.19)$$

Portanto, cada trieto  $h_i^{\text{chr}}$ ,  $\theta_i^{\text{chr}}$  e  $m_i^{\text{chr}}$  contém os valores inteiros codificados da espessura, orientação das fibras e material da  $i$ -ésima camada. Cada um desses valores corresponde a um valor nos vetores de possíveis variáveis de projeto  $\mathbf{h}^{\text{p}}$ ,  $\theta^{\text{p}}$  e  $\mathbf{m}^{\text{p}}$  definidos nas Equações (5.8), (5.9) e (5.10). Deve ser mencionado que os genes dos cromossomos das espessuras podem armazenar dígitos nulos. Esses dígitos nulos representam camadas vazias ou inexistentes do laminado. Na Figura 6.3 ilustra-se a codificação e decodificação de um indivíduo com 5 lâminas independentes, para possíveis valores de espessura, orientação das fibras e material. Uma camada vazia é mostrada.

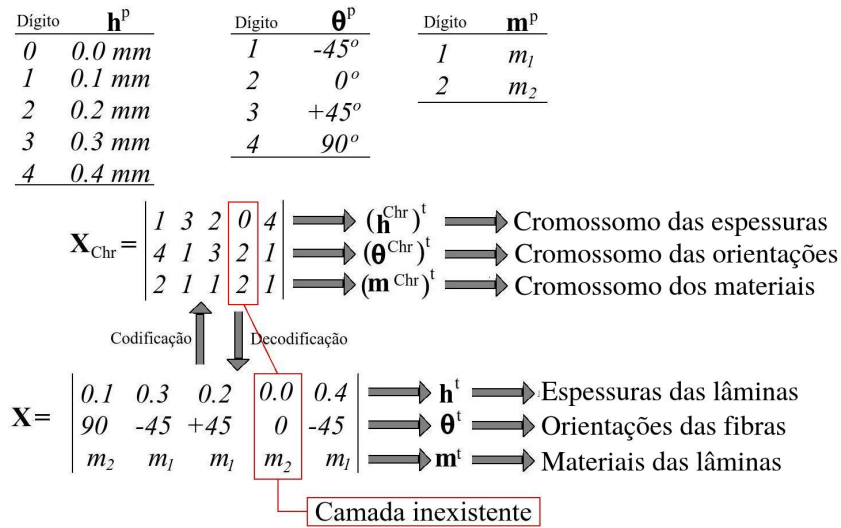
### 6.2.5 Cruzamento (*Crossover*)

O cruzamento é um importante operador de um Algoritmo Genético, sendo ele um dos principais responsáveis pela convergência do processo. O cruzamento é aplicado a dois indivíduos de modo a criar outros dois indivíduos. Os indivíduos que cruzam são chamados de pais. Os indivíduos gerados do cruzamento são chamados de filhos.

Quando se usa a codificação inteira para representar variáveis de projeto, o operador de cruzamento deve ser escolhido de modo que as variáveis de projeto dos filhos pertençam ao espaço de projeto. Para assegurar que isso ocorra, o cruzamento utilizado no presente trabalho calcula uma média ponderada de dois alelos dos pais para obtenção dos valores dos alelos dos filhos. Sejam as matrizes dos cromossomos de dois pais representadas por  $\mathbf{X}_{\text{chr}}^{\text{par1}}$  e  $\mathbf{X}_{\text{chr}}^{\text{par2}}$ . O cruzamento dos dois pais gera dois filhos que podem ser representados pelas matrizes de



Figura 6.3: Codificação e decodificação para laminado com 5 camadas independentes.



Fonte: Elaborada pelo autor.

cromossomos  $\mathbf{X}_{\text{chr}}^{\text{son1}}$  e  $\mathbf{X}_{\text{chr}}^{\text{son2}}$ . Para que dois pais cruzem, é gerado um vetor  $\mathbf{r}$  de números randômicos entre 0 e 1. A dimensão de  $\mathbf{r}$  é igual ao número de camadas independentes do laminado ( $N_{ip}$ ). Os alelos dos filhos podem então ser calculados segundo a seguinte expressão.

$$(X_{\text{chr}}^{\text{son1}})_{ij} = r_i (X_{\text{chr}}^{\text{par1}})_{ij} + (1 - r_i) (X_{\text{chr}}^{\text{par2}})_{ij} \quad (6.20)$$

$$(X_{\text{chr}}^{\text{son2}})_{ij} = r_i (X_{\text{chr}}^{\text{par2}})_{ij} + (1 - r_i) (X_{\text{chr}}^{\text{par1}})_{ij} \quad (6.21)$$

As Equações (6.20) e (6.21) podem resultar em valores não inteiros e, portanto, devem ser arredondadas. Na Figura 6.4 o cruzamento entre dois indivíduos com 3 lâminas independentes é ilustrado para melhor entendimento do procedimento.

### 6.2.6 Mutação

Por lidarem com um conjunto de soluções, os Algoritmos Genéticos possuem menores chances de obterem um falso ótimo (ótimo local) ao término de um processo de otimização. Mesmo assim, medidas devem ser tomadas de modo a prevenir que isso ocorra. O operador de mutação é uma dessas medidas. A mutação é um operador de baixa probabilidade de ocorrência  $P_{mut}$ . Tal mecanismo garante uma maior diversificação ao longo do processo de busca e reduz as chances do AG ficar preso em um ótimos locais. Para cada gene do cromossomo  $\mathbf{X}_{\text{chr}}$ , um número aleatório  $r$  entre 0 e 1 é gerado. Caso esse número  $r$  seja menor que a taxa de mutação utilizada, um valor inteiro é gerado randômicamente e substitui o valor atual do gene. Deve ser destacado que esse valor inteiro gerado aleatoriamente deve obrigatoriamente codificar um valor possível da variável de projeto. Na figura 6.5 abaixo exemplifica-se a ocorrência da mutação em três genes de um indivíduo com probabilidade de mutação igual à 0,04.

Figura 6.4: Operador genético do cruzamento.

$$\begin{array}{ccc}
 \text{Pai 1 } (\mathbf{X}_{\text{Chr}}^{\text{Par1}}) & & \text{Pai 2 } (\mathbf{X}_{\text{Chr}}^{\text{Par2}}) \\
 \left| \begin{array}{ccc} A_{11} & A_{12} & A_{13} \\ A_{21} & A_{22} & A_{23} \\ A_{31} & A_{32} & A_{33} \end{array} \right| & & \left| \begin{array}{ccc} B_{11} & B_{12} & B_{13} \\ B_{21} & B_{22} & B_{23} \\ B_{31} & B_{32} & B_{33} \end{array} \right| \\
 \text{Cruzamento} & \downarrow & \\
 & | \begin{array}{ccc} r_1 & r_2 & r_3 \end{array} |^t & \\
 & \downarrow & \\
 \left| \begin{array}{ccc} r_1 A_{11} + (r_1 - 1) B_{11} & r_2 A_{12} + (r_2 - 1) B_{12} & r_3 A_{13} + (r_3 - 1) A_{13} \\ r_1 A_{21} + (r_1 - 1) B_{21} & r_2 A_{22} + (r_2 - 1) B_{22} & r_3 A_{23} + (r_3 - 1) A_{23} \\ r_1 A_{31} + (r_1 - 1) B_{31} & r_2 A_{32} + (r_2 - 1) B_{32} & r_3 A_{33} + (r_3 - 1) A_{33} \end{array} \right| & \text{Filho 1 } (\mathbf{X}_{\text{Chr}}^{\text{Son1}}) & \\
 \\
 \left| \begin{array}{ccc} r_1 B_{11} + (r_1 - 1) A_{11} & r_2 B_{12} + (r_2 - 1) A_{12} & r_3 B_{13} + (r_3 - 1) B_{13} \\ r_1 B_{21} + (r_1 - 1) A_{21} & r_2 B_{22} + (r_2 - 1) A_{22} & r_3 B_{23} + (r_3 - 1) B_{23} \\ r_1 B_{31} + (r_1 - 1) A_{31} & r_2 B_{32} + (r_2 - 1) A_{32} & r_3 B_{33} + (r_3 - 1) B_{33} \end{array} \right| & \text{Filho 2 } (\mathbf{X}_{\text{Chr}}^{\text{Son2}}) &
 \end{array}$$

Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 6.5: Mutação sendo aplicado à três genes.

$$\begin{array}{ccc}
 \mathbf{X}_{\text{Chr}} = \left| \begin{array}{ccccc} 1 & 3 & 2 & 5 & 4 \\ 4 & 1 & 3 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 1 & 2 & 1 \end{array} \right| & \longrightarrow & \left| \begin{array}{ccccc} 1 & 1 & 2 & 5 & 4 \\ 4 & 1 & 3 & 3 & 1 \\ 2 & 2 & 1 & 2 & 1 \end{array} \right| \\
 & & \text{Matriz com valores de } r
 \end{array}$$

$$\left| \begin{array}{ccccc} 0,06 & 0,03 & 0,09 & 0,95 & 0,87 \\ 0,25 & 0,43 & 0,64 & 0,01 & 0,10 \\ 0,87 & 0,02 & 0,15 & 0,37 & 0,57 \end{array} \right|$$

Fonte: Elaborada pelo autor.

### 6.2.7 Troca de camadas

Este operador tem a capacidade modificar rigidez à flexão de um laminado sem alterar sua rigidez axial, pela troca das propriedades de duas camadas [32]. Ele é aplicado de acordo com uma probabilidade de troca ( $P_{swp}$ ). Para cada indivíduo, um valor randômico  $r$  entre 0 e 1 é gerado. Caso esse numero seja menor que a probabilidade de troca, duas camadas escolhidas aleatoriamente são trocadas (Figura 6.6).

### 6.2.8 Deleção e adição de camadas

O operador de deleção de camadas tem a propriedade de criar camadas vazias no laminado [32]. Esse cromossomo atua somente no cromossomos das espessuras ( $\mathbf{h}^{\text{chr}}$ ) e funciona como explicado a seguir. Para cada gene do cromossomo das espessuras, um valor randômico

Figura 6.6: Operador de troca de camadas.

$$\mathbf{X}_{\text{Chr}} = \begin{array}{|c|c|c|c|c|} \hline 1 & 3 & 2 & 5 & 4 \\ \hline 4 & 1 & 3 & 2 & 1 \\ \hline 2 & 1 & 1 & 2 & 1 \\ \hline \end{array} \longrightarrow \begin{array}{|c|c|c|c|c|} \hline 1 & 5 & 2 & 3 & 4 \\ \hline 4 & 2 & 3 & 1 & 1 \\ \hline 2 & 2 & 1 & 1 & 1 \\ \hline \end{array}$$

Fonte: Fonte: Elaborada pelo autor.

entre 0 e 1 é gerado. Caso esse valor seja menor do que probabilidade de deleção definida pelo usuário, o valor armazenado no gene é substituído por zero, o que corresponde a uma camada de espessura nula. A probabilidade de deleção é simbolizada por  $P_{del}$ . Na figura 6.7 pode ser visualizado um exemplo de aplicação do operador de deleção de camadas.

Figura 6.7: Operador de deleção de camadas sendo aplicada à duas camadas.

$$\mathbf{X}_{\text{Chr}} = \begin{array}{|c|c|c|c|c|} \hline 1 & 3 & 2 & 5 & 4 \\ \hline 4 & 1 & 3 & 2 & 1 \\ \hline 2 & 1 & 1 & 2 & 1 \\ \hline \end{array} \longrightarrow \begin{array}{|c|c|c|c|c|} \hline 1 & 0 & 2 & 0 & 4 \\ \hline 4 & 1 & 3 & 2 & 1 \\ \hline 2 & 1 & 1 & 2 & 1 \\ \hline \end{array}$$

Fonte: Elaborada pelo autor.

O operador de adição de camadas funciona de maneira oposta [32]. Para cada gene do cromossomo das espessuras que tem zero armazenado, um valor randômico entre 0 e 1 é gerado. Caso esse valor seja menor do que probabilidade de adição definida pelo usuário, o valor armazenado no gene é substituído por outro valor diferente de zero. A probabilidade de adição é simbolizada por  $P_{add}$ . Na Figura 6.8 pode ser visualizado um exemplo de aplicação do operador de adição de camadas.

Figura 6.8: Operador de adição de camadas sendo aplicada à duas camadas.

$$\mathbf{X}_{\text{Chr}} = \begin{array}{|c|c|c|c|c|} \hline 1 & 0 & 2 & 0 & 4 \\ \hline 4 & 1 & 3 & 2 & 1 \\ \hline 2 & 1 & 1 & 2 & 1 \\ \hline \end{array} \longrightarrow \begin{array}{|c|c|c|c|c|} \hline 1 & 2 & 2 & 3 & 4 \\ \hline 4 & 1 & 3 & 2 & 1 \\ \hline 2 & 1 & 1 & 2 & 1 \\ \hline \end{array}$$

Fonte: Elaborada pelo autor.

## 7 APLICAÇÕES

Neste capítulo, o modelo de otimização proposto na Seção 5 é aplicado para obtenção de projetos ótimos de *risers*. Em todos os exemplos, a laminação do *riser* é considerada simétrica e o critério de Tsai-Wu é usado para verificação da estrutura. As propriedades dos materiais usados localizam-se na Tabela 7.1.

Tabela 7.1: Propriedades dos materiais compósitos utilizados

| Propriedade     | unidade                 | Carbono/Epóxi | Kevlar/Epóxi | Vidro/Epóxi |
|-----------------|-------------------------|---------------|--------------|-------------|
| $E_1$           | <i>GPa</i>              | 181,00        | 87,00        | 39,00       |
| $E_2$           | <i>GPa</i>              | 10,30         | 5,50         | 8,60        |
| $G_{12}$        | <i>GPa</i>              | 7,17          | 2,20         | 3,80        |
| $\nu_{12}$      | -                       | 0,28          | 0,34         | 0,28        |
| $X_t$           | <i>MPa</i>              | 1500,00       | 1280,00      | 1080,00     |
| $X_c$           | <i>MPa</i>              | 1500,00       | 335,00       | 620,00      |
| $Y_t$           | <i>MPa</i>              | 40,00         | 30,00        | 39,00       |
| $Y_c$           | <i>MPa</i>              | 246,00        | 158,00       | 128,00      |
| $S$             | <i>MPa</i>              | 68,00         | 40,00        | 89,00       |
| Peso Específico | <i>kN/m<sup>3</sup></i> | 15,70         | 13,50        | 20,60       |
| Custo relativo  | <i>UC/m<sup>3</sup></i> | 16,00         | 5,33         | 2,00        |

Inicialmente, descrevem-se os parâmetros de entrada para o problema. Como primeiros exemplos, os parâmetros do Algoritmo Genético que levam a melhor performance são determinados. Em um segundo exemplo, é estudado o efeito da variação da profundidade no projeto. No terceiro exemplo, verifica-se a influência da espessura do liner interno no projeto ótimo.

### 7.1 Exemplo 1 - Calibração do AG

Os exemplos de calibração do Algoritmo Genético consistem em se otimizar um único modelo enquanto os parâmetros do AG são variados. O problema considerado consiste na minimização do peso do *riser*, considerando apenas as espessuras e as orientações das fibras como variáveis de projeto. Como apenas um modelo é estudado, os parâmetros físicos e geométricos do problemas são mantidos fixos e podem ser visualizados na Tabela 7.2.

Como não há garantias de que em uma execução do AG a solução encontrada seja realmente a ótima, mais de uma otimização deve ser realizada. O número de vezes que o AG é executado é chamado de  $N_{run}$ . Cada solução que o AG fornece ao final do processo é usada

Tabela 7.2: Parâmetros fixos usados no exemplo de calibração do AG

| Tipo                                       | Nome  | Simbolo                  | Valor  |
|--|---|--------------------------|--|
| Parâmetros de projeto                      | Raio interno ( $m$ )                                | $R_i$                    | 0,15   |
|  | Numero de camadas                                   | $N_{ply}$                | 12   |
|  | Espessura do <i>liner</i> interno ( $m$ )           | $h_{il}$                 | 0,005  |
|  | Pressão interna do fluido ( $MPa$ )                 | $P_i$                    | 20,0   |
|  | Profundidade  | $D_s$                    | 2500   |
|  | Ângulo de topo                                      | graus                    | 20   |
|  | Offset da plataforma                                | $\Delta_p$               | 7,5% da profundidade                               |
|  | Fator de amplificação dinâmica                      | $\beta_d$                | 1,5  |
|  | Majorador de cargas permanentes                     | $\gamma_f$               | 1,1  |
|  | Espessura do <i>liner</i> externo ( $m$ )           | $h_{el}$                 | 0,04   |
|  | Fração do comprimento das terminações               | $\delta_{end}$           | 0,15   |
|  | Peso específico - Fluido interno ( $kN/m^3$ )       | $\rho_f$                 | 7,0  |
|  | Peso específico - Água do mar ( $kN/m^3$ )          | $\rho_w$                 | 10,05  |
|  | Peso específico - <i>Liner</i> externo ( $kN/m^3$ ) | $\rho_{el}$              | 9,0  |
|  | Variáveis de projeto                                | Material compósito usado |  |
| Espessuras das camadas permitidas ( $mm$ ) |   | $\mathbf{h}^P$           | {1, 2, ..., 9, 10}                                 |
|  | Orientações das fibras permitidas                   | $\mathbf{\theta}^P$      | {0, $\pm 15^\circ$ , $\pm 30^\circ$ , $90^\circ$ } |
| Fatores de segurança admissíveis           | Flambagem   | $SF_{buck}^{adm}$        | 3,0  |
|  | Aço/ <i>Liner</i> interno                           | $SF_{il}^{adm}$          | 1,5  |
|  | Compósito   | $SF_c^{adm}$             | 3,0  |

para calcular a média das soluções finais:

$$f_m^f = \frac{\sum_{i=1}^{N_{run}} f_i^f}{N_{run}} \quad (7.1)$$

sendo  $f_i^f$  o valor da função objetivo do melhor indivíduo ao final da  $i$ -ésima execução do AG. Seja  $f^*$  o melhor valor da função objetivo obtido em todas as execuções. Como  $f^*$  pode ou não ser a função objetivo da solução ótima do problema, diz-se que uma solução que tem  $f^*$  como valor da função objetivo é um ótimo aparente. O número de ótimos aparentes encontrados ( $N^*$ ) é usado para cálculo da confiabilidade aparente ( $R_{rel}$ ):

$$R_{rel} = \frac{N^*}{N_{run}} \quad (7.2)$$

onde  $N_{run}$  é o número de execuções da otimização. Os valores das médias das soluções finais e da confiabilidade aparente são usados para análise da performance do AG nos exemplos que se seguem.

### 7.1.1 Número de gerações e tamanho da população

O primeiro exemplo estuda a influência do número máximo de gerações ( $N_G^{max}$ ) e do tamanho da população ( $N_{ind}$ ) no processo de otimização. De modo a estudar esses parâmetros, faz-se o tamanho da população variar entre 50 e 500 com intervalos de 75, enquanto o número máximo de gerações varia entre 100 e 500 em intervalos de 100. O restante dos parâmetros do AG são encontrados na Tabela 7.3.

Tabela 7.3: Parâmetros do AG usados no primeiro exemplo de calibração

| Nome                        | Simbolo   | Valor                     |
|-----------------------------|-----------|---------------------------|
| Constante de mapeamento     | $C_\Phi$  | 1,10                      |
| Taxa de cruzamento          | $R_{cr}$  | 0,90                      |
| Probabilidade de mutação    | $P_{mut}$ | 0,01                      |
| Prob. de adição de camadas  | $P_{add}$ | 0,01                      |
| Prob. de deleção de camadas | $P_{del}$ | 0,01                      |
| Taxa de troca de camadas    | $R_{swp}$ | 0,01                      |
| Método de penalidade        |           | Estático ( $k_p = 1e^6$ ) |
| Método de seleção           |           | Ranking                   |
| Número de execuções         | $N_{run}$ | 30                        |

Os projetos ótimos aparentes obtidos podem ser visualizados na Tabela 7.4. São apresentados os valores das variáveis de projeto (espessura e ângulo das camadas) e as funções de restrição de cada solução. Como o laminado é simétrico, apenas metade de sua laminação é mostrada. Destaca-se a grande quantidade de ótimos globais aparentes obtidos. Vários projetos, com o mesmo valor da função objetivo ( $f^* = 0,1643$ ) e diferentes valores para as variáveis de projeto foram encontrados. As restrições quase-ativas são relativas a:

- Resistência do *liner* interno na junta no topo ( $g_{il}^{top}$ );
- Resistência do *liner* interno na junta no fundo ( $g_{el}^{bot}$ );
- Resistência do compósito na junta do topo ( $g_c^{top}$ ).

A restrição de flambagem ( $g_{buck}$ ) encontra-se ativa em algumas soluções (S1A até S1F) e em outras não.

Comparando as soluções obtidas, nota-se que todas elas possuem lâminas de espessuras e orientações das fibras semelhantes, mas dispostas de modo diferente:

- 6 mm de lâminas a  $90^\circ$ .
- 3 mm de lâminas a  $0^\circ$
- 2 mm de lâminas a  $15^\circ$  e  $-15^\circ$ .

Tabela 7.4: Projetos ótimos obtidos ( $f^* = 0,1643$  e  $W_c^* = 430,88N/m$ )

| Sol |          | Variaveis de projeto     | $g_{il}^{top}$ | $g_c^{top}$ | $g_{il}^{bot}$ | $g_c^{bot}$ | $g_{buck}$ |
|-----|----------|--------------------------|----------------|-------------|----------------|-------------|------------|
| S1A | $h$      | $[1/6/1/2/2/1]_s$        | -0,082         | -0,004      | -0,002         | -0,774      | -0,077     |
|     | $\theta$ | $[0/90/0/15/-15/0]_s$    |                |             |                |             |            |
| S1B | $h$      | $[1/6/1/2/2/1]_s$        | -0,082         | -0,004      | -0,002         | -0,774      | -0,077     |
|     | $\theta$ | $[0/90/15/-15/0/15]_s$   |                |             |                |             |            |
| S1C | $h$      | $[1/6/1/3/1/1]_s$        | -0,082         | -0,004      | -0,002         | -0,774      | -0,079     |
|     | $\theta$ | $[15/90/-15/0/-15/15]_s$ |                |             |                |             |            |
| S1D | $h$      | $[1/6/1/2/3]_s$          | -0,082         | -0,004      | -0,002         | -0,774      | -0,080     |
|     | $\theta$ | $[15/90/15/-15/0]_s$     |                |             |                |             |            |
| S1E | $h$      | $[1/6/1/2/2/1]_s$        | -0,082         | -0,004      | -0,002         | -0,774      | -0,080     |
|     | $\theta$ | $[-15/90/-15/0/15/0]_s$  |                |             |                |             |            |
| S1F | $h$      | $[1/6/1/1/3/1]_s$        | -0,082         | -0,004      | -0,002         | -0,774      | -0,080     |
|     | $\theta$ | $[15/90/-15/15/0/-15]_s$ |                |             |                |             |            |
| S1G | $h$      | $[6/3/1/2/1]_s$          | -0,082         | -0,004      | -0,002         | -0,774      | -0,300     |
|     | $\theta$ | $[90/0/15/-15/15]_s$     |                |             |                |             |            |
| S1H | $h$      | $[6/3/1/2/1]_s$          | -0,082         | -0,004      | -0,002         | -0,774      | -0,300     |
|     | $\theta$ | $[90/0/-15/15/-15]_s$    |                |             |                |             |            |
| S1I | $h$      | $[6/1/1/2/2/1]_s$        | -0,082         | -0,004      | -0,002         | -0,774      | -0,301     |
|     | $\theta$ | $[90/15/-15/15/0/-15]_s$ |                |             |                |             |            |
| S1J | $h$      | $[6/2/2/3]_s$            | -0,082         | -0,004      | -0,002         | -0,774      | -0,302     |
|     | $\theta$ | $[90/15/-15/0]_s$        |                |             |                |             |            |
| S1K | $h$      | $[6/2/2/2/1]_s$          | -0,082         | -0,004      | -0,002         | -0,774      | -0,302     |
|     | $\theta$ | $[90/15/-15/0/0/0]_s$    |                |             |                |             |            |

Isto explica o motivo das várias soluções possuírem os mesmos valores para as restrições de resistência ( $g_{il}^{top}$ ,  $g_c^{top}$ ,  $g_{il}^{bot}$ ,  $g_c^{bot}$ ), mas diferentes valores para as restrições de flambagem ( $g_{buck}$ ). A ordem das camadas não altera a matriz de rigidez de membrana  $[\mathbf{A}]$ , usada na análise local de tensões (Equação 4.11). Tal matriz depende apenas das espessuras e das orientações das lâminas. Assim, todas as soluções, por terem lâminas de mesma espessura e orientação, apresentam a mesma rigidez de membrana  $[\mathbf{A}]$ , mesmo que tais lâminas sejam dispostas de maneira diferente. Isso faz com que as camadas desenvolvam as mesmas tensões e tenham os mesmos fatores de segurança de resistência usados nas restrições.

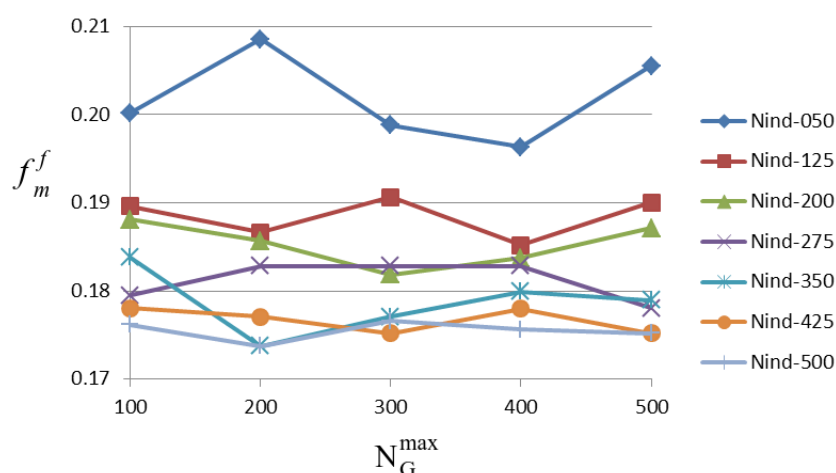
Por outro lado, a ordem das lâminas tem influência sobre a rigidez à flexão  $[D]$  (Equação 3.23). Camadas mais espessas com fibras orientadas a  $90^\circ$  aumentam o termo  $D_{22}$  da matriz, o que aumenta a pressão de colapso  $P_{col}$  (Equação 4.12) e o fator de segurança à flambagem do *riser*  $SF_{buck}$  (Equação 4.14). Nota-se que as soluções S1A até S1F, por exemplo, possuem as camadas externas com ângulos de  $0^\circ$  e  $15^\circ$  e têm ativas suas restrições de flambagem. No entanto, as soluções S1G até S1K possuem as camadas mais externas orientadas a  $90^\circ$ , o que faz com que suas restrições de flambagem não estejam ativas.

Para cada número máximo de gerações ( $N_G^{max}$ ) e indivíduos ( $N_{ind}$ ), o programa foi executado 30 vezes e os resultados referentes aos valores das médias das funções objetivo finais obtidos com a Equação (7.1) podem ser observados na Tabela 7.5. Para melhor visualização dos resultados apresentam-se os gráficos das Figuras 7.1 e 7.2.

Tabela 7.5: Média das funções objetivos das soluções finais nas 30 execuções do AG ( $f_m^f$ ).

| $N_{ind}$ | $N_G^{max}$ |       |       |       |       |
|-----------|-------------|-------|-------|-------|-------|
|           | 100         | 200   | 300   | 400   | 500   |
| 50        | 0,200       | 0,209 | 0,199 | 0,196 | 0,206 |
| 125       | 0,190       | 0,187 | 0,191 | 0,185 | 0,190 |
| 200       | 0,188       | 0,186 | 0,182 | 0,184 | 0,187 |
| 275       | 0,179       | 0,183 | 0,183 | 0,183 | 0,178 |
| 350       | 0,184       | 0,174 | 0,177 | 0,180 | 0,179 |
| 425       | 0,178       | 0,177 | 0,175 | 0,178 | 0,175 |
| 500       | 0,176       | 0,174 | 0,177 | 0,176 | 0,175 |

Figura 7.1: Média das soluções finais em função do numero máximo de gerações.

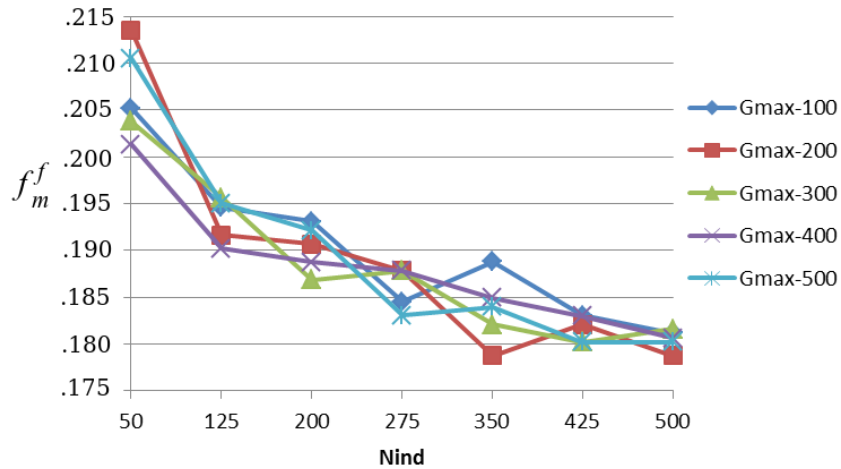


Fonte: Elaborada pelo autor.

Pela Figura 7.1, nota-se que a performance do AG implementado não tem notável dependência com o número máximo de gerações ( $N_G^{max}$ ). Para um mesmo tamanho de população ( $N_{ind}$ ), o aumento do numero de gerações melhora o valor da media da função objetivo final ( $f_m^f$ )



Figura 7.2: Média das soluções finais em função do numero de indivíduos.



Fonte: Elaborada pelo autor.

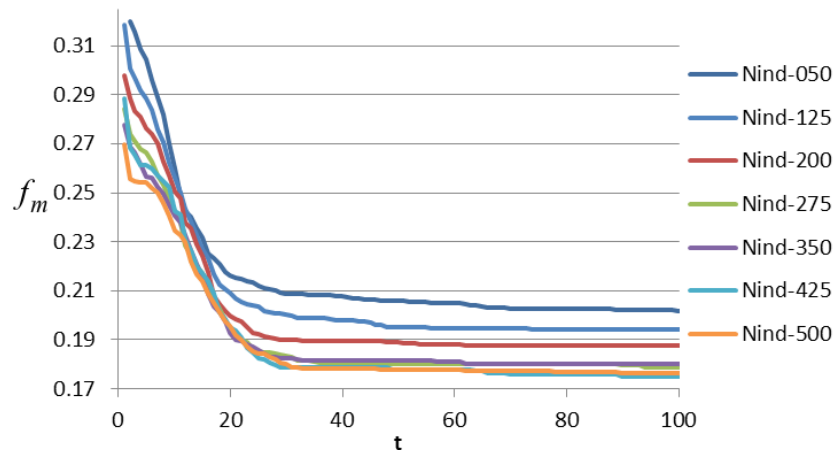
em alguns casos e piora em outros. Para 50 indivíduos, por exemplo, o aumento do numero de gerações de 200 para 400 melhora o desempenho do AG ( $f_m^f$  cai de 0,209 para 0,196). Já para uma população de 350 indivíduos, esse mesmo aumento do número de gerações piora a desempenho do AG ( $f_m^f$  aumenta de 0,174 para 0,80).

Pela Figura 7.2, nota-se que a performance do AG melhora consideravelmente com o aumento da população para um mesmo número de gerações. Na maioria dos casos, percebe-se uma queda da média das funções objetivo finais ( $f_m^f$ ).

Na Figura 7.3 é apresentado o valor da função objetivo da melhor solução na população em função da geração corrente. Aqui deve ser ressaltado que, como cada uma das 30 execuções do AG gera um gráfico diferente, na Figura 7.3 é plotado a "média dos gráficos" das 30 execuções para tamanhos fixos da população. Pela figura, percebe-se que, para qualquer tamanho de população, ocorre início do processo de convergência entre as gerações 20 e 50, havendo poucas melhorias na função objetivo a partir disso. Assim, os resultados indicam ser preferível usar populações grandes e poucas gerações. Nota-se uma visível diferença na função objetivo média para populações de 50, 125 e 200. Para as populações entre 275 e 500, os valores da função objetivo média são quase os mesmos.

A Tabela 7.6 apresenta a confiabilidade definida na Equação (7.2). De maneira similar, nota-se que a quantidade de ótimos aparentes aumenta com o tamanho da população. No entanto, para uma mesma quantidade de indivíduos, o aumento do numero de gerações não aumenta a quantidade de ótimos encontrados. Portanto, pode-se dizer que a confiabilidade do AG é sensível à variação do tamanho da população e insensível à variação do número de gerações.

Figura 7.3: Processo de otimização médio.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Tabela 7.6: Confiabilidade o algoritmo nas 30 execuções ( $R_{rel}(\%)$ )

| $N_{ind}$ | $N_G^{max}$ |       |       |       |       |
|-----------|-------------|-------|-------|-------|-------|
|           | 100         | 200   | 300   | 400   | 500   |
| 50        | 0,00        | 0,00  | 0,00  | 0,00  | 0,00  |
| 125       | 6,67        | 6,67  | 0,00  | 10,00 | 6,67  |
| 200       | 10,00       | 10,00 | 13,33 | 13,33 | 0,00  |
| 275       | 23,33       | 10,00 | 13,33 | 13,33 | 23,33 |
| 350       | 13,33       | 43,33 | 30,00 | 16,67 | 20,00 |
| 425       | 23,33       | 26,67 | 36,67 | 13,33 | 33,33 |
| 500       | 33,33       | 33,33 | 23,33 | 26,67 | 33,33 |

### 7.1.2 Segundo estudo sobre o tamanho da população e o número de gerações

Nesta seção, o número de indivíduos avaliados é fixado em 150000. Para o Algoritmo Genético aqui implementado, o número de indivíduos avaliados em cada otimização é expresso por:

$$N_{eval} = \underbrace{N_{ind}}_{\text{Número de indivíduos avaliados na primeira geração}} + \underbrace{N_G^{max} R_{cr} N_{ind}}_{\text{Número de filhos avaliados}} \quad (7.3)$$

De modo a manter o número de avaliações fixo, à medida que o tamanho da população aumenta, o número máximo de gerações diminui. Para cada combinação de tamanho da população e número máximo de gerações, 30 otimizações são executadas. Ao todo, 5 valores diferentes de função objetivo final ( $f^f$ ) são obtidos como solução nas otimizações. Essas soluções podem ou não ser o ótimo aparente. São elas: 0,1643, 0,1785, 0,1928, 0,2073 e 0,2220.

Na Tabela 7.7 são mostrados os valores médios finais das funções objetivo e o percentual de vezes que cada um dos 5 valores da função objetivo aparecem como solução final  $f^f$ . Vale ressaltar que a quarta coluna da Tabela 7.7 mostra a confiabilidade. De modo a ajudar

na interpretação dos resultados da Tabela 7.7, são plotados dois gráficos (Figuras 7.4 e 7.5).

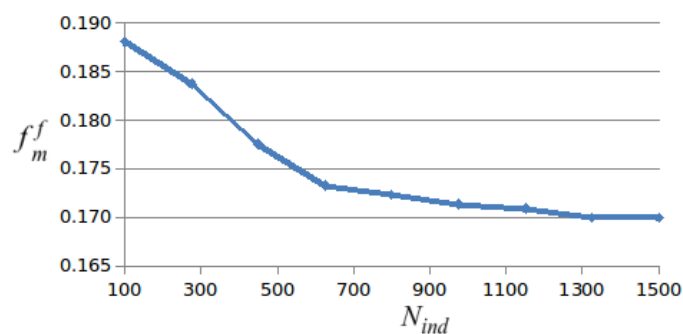
Tabela 7.7: Resultados obtidos mantendo aproximadamente constante o número de indivíduos avaliados  $N_{eval} = 150000$

| $N_{ind}$ | $N_G^{max}$ | $f_m^*$ | Percentual de cada uma das soluções obtidas |                |                |                |               |
|-----------|-------------|---------|---|----------------|----------------|----------------|---------------|
|           |             |         | $f^f = f^*$                                 | $f^f = 0,1785$ | $f^f = 0,1928$ | $f^f = 0,2073$ | $f^f = 0,222$ |
| 100       | 1666        | 0,188   | 6,7   | 36,7           | 43,3           | 10,0           | 3,3           |
| 275       | 605         | 0,184   | 10,0  | 46,7           | 40,0           | 3,3            | 0,0           |
| 450       | 369         | 0,178   | 20,0  | 66,7           | 13,3           | 0,0            | 0,0           |
| 625       | 266         | 0,173   | 40,0  | 56,7           | 3,3            | 0,0            | 0,0           |
| 800       | 207         | 0,172   | 50,0  | 43,3           | 3,3            | 0,0            | 0,0           |
| 975       | 170         | 0,171   | 53,3  | 43,3           | 3,3            | 0,0            | 0,0           |
| 1150      | 144         | 0,171   | 53,3  | 46,7           | 0,0            | 0,0            | 0,0           |
| 1325      | 125         | 0,170   | 63,3  | 36,7           | 0,0            | 0,0            | 0,0           |
| 1500      | 110         | 0,170   | 63,3  | 33,3           | 3,3            | 0,0            | 0,0           |

Na Figura 7.4, apresentam-se as médias das 30 soluções finais para cada par  $N_{ind} \times N_G^{max}$ . Nota-se que o aumento do tamanho da população e redução do número de gerações leva a um melhor desempenho do AG pela redução de  $f_m^f$ .

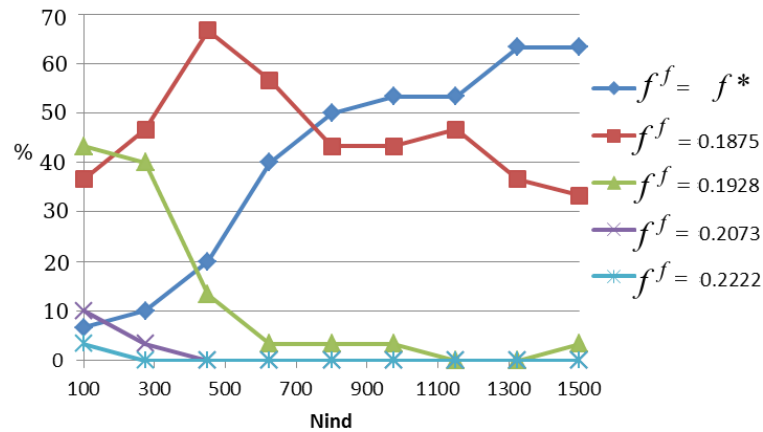
Na Figura 7.5, as taxas de ocorrência de cada função objetivo são plotadas. A confiabilidade do algoritmo  $R_{rel}$  (representada pela linha  $f^f = f^* = 0,1643$ ) é baixa quando se tem populações pequenas evoluindo ao longo de muitas gerações. À medida que o número de gerações é reduzido e o tamanho da população aumenta, a confiabilidade do AG torna-se maior. A ocorrência do segundo melhor valor da função objetivo ( $f^f = 0,1875$ ) diminui em alguns casos e aumenta em outros. O terceiro valor ( $f^f = 0,1928$ ) possui uma elevada taxa de ocorrência para populações pequenas, mas à medida que o tamanho da população aumenta esse valor é sobrepujado pelo valor ótimo aparente ( $f^f = f^* = 0,1643$ ). Assim, pelo gráfico, nota-se que para populações pequenas, a maioria das otimizações fornece predominantemente a segunda e terceira melhor solução. Já para populações grandes, a maioria das otimizações fornece o ótimo aparente (0,1643) ou a segunda melhor solução (0,1875).

Figura 7.4: Média da função objetivo das soluções finais em função do número de indivíduos.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 7.5: Percentual de vezes que cada uma das funções objetivo aparece na solução final.



Fonte: Elaborada pelo autor.

### 7.1.3 Taxa de cruzamento

Aqui é estudado o efeito da variação da taxa de cruzamento no desempenho do Algoritmo Genético. Utilizam-se populações grandes e poucas gerações, em vista do que foi visto nos exemplos anteriores. Os parâmetros do AG usados aqui são apresentados na Tabela 7.8.

Tabela 7.8: Parâmetros fixos do AG usados no estudo da taxa de cruzamento

| Nome                        | Simbolo     | Valor                     |
|-----------------------------|-------------|---------------------------|
| Constante de mapeamento     | $C_{\Phi}$  | 1,10                      |
| Tamanho da população        | $N_{ind}$   | 1500                      |
| Número Máximo de Gerações   | $N_G^{max}$ | 100                       |
| Prob. de mutação            | $P_{mut}$   | 0,01                      |
| Prob. de adição de camadas  | $P_{add}$   | 0,01                      |
| Prob. de deleção de camadas | $P_{del}$   | 0,01                      |
| Taxa de troca de camadas    | $R_{swp}$   | 0,01                      |
| Método de penalidade        |             | Estático ( $k_p = 1e^6$ ) |
| Método de seleção           |             | Ranking                   |
| Numero de execuções         | $N_{run}$   | 30                        |

Na Tabela 7.9 são mostrados os valores da média da função objetivo final (Figura 7.6) e da confiabilidade (Figura 7.7) do AG para os valores dados de taxa de cruzamento ( $R_{cr}$ ). Para cada taxa de cruzamento, o programa é executado 30 vezes.

Percebe-se que o AG apresenta bom desempenho para qualquer taxa de cruzamento acima de 0,10. As melhores confiabilidades e menores valores médios da função objetivo ocorrem quando se usa taxas de cruzamento de 0,40 e 0,60. Lembrado que o número de avaliações ao longo de um processo de otimização é diretamente à proporcional à taxa de cruzamento utilizada (Equação 7.3), é preferível o uso de baixas taxas de cruzamento uma vez

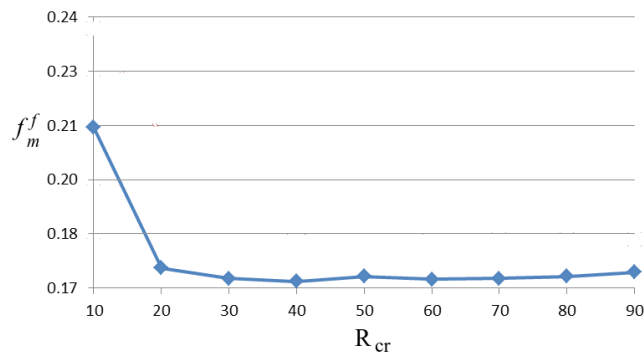
Tabela 7.9: Resultados obtidos com a variação da taxa de cruzamento

| $R_{cr}$ | $f_m^f$ | $R_{rel}(\%)$ | $N_{eval}$ |
|----------|---------|---------------|------------|
| 0,10     | 0,209   | 2             | 16500      |
| 0,20     | 0,171   | 68            | 31500      |
| 0,30     | 0,168   | 78            | 46500      |
| 0,40     | 0,167   | 82            | 61500      |
| 0,50     | 0,168   | 74            | 76500      |
| 0,60     | 0,167   | 78            | 91500      |
| 0,70     | 0,168   | 76            | 106500     |
| 0,80     | 0,168   | 72            | 121500     |
| 0,90     | 0,169   | 64            | 136500     |

que assim poucos indivíduos são avaliados, o que reduz o custo computacional.

Na Tabela 7.9 nota-se que nem sempre o maior número de avaliações de indivíduos produz o melhor desempenho. A taxa de cruzamento de 0,90, por exemplo, embora possua o maior custo computacional ( $N_{eval} = 136500$ ), fornece o segundo pior desempenho. Por outro lado, as taxas de cruzamento de valor médio (0,40 – 0,60) levam aos melhores resultados mesmo apresentando um custo computacional mediano ( $N_{eval}$  entre 61500 e 91500). De acordo com [79] e [80], a otimização usando populações de tamanho elevado geralmente sem sido feita usando-se valores médios para taxa de cruzamento.

Figura 7.6: Média de função objetivo em função da taxa de cruzamento.



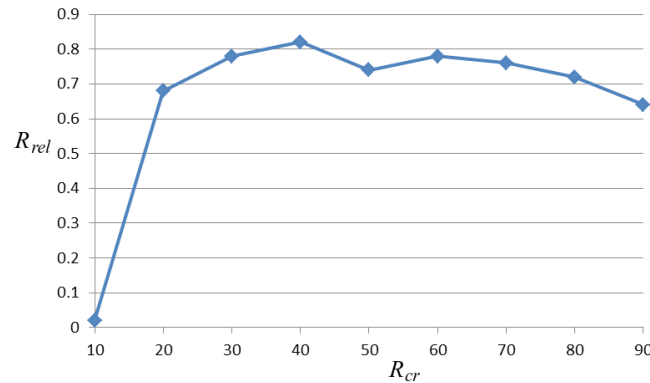
Fonte: Elaborada pelo autor.

#### 7.1.4 Métodos de penalidade e seleção

Nesta seção são estudados os métodos de penalidade e seleção. São empregados a seleção por *ranking* e *fitness-proportional*. O método de penalidade estática clássica e os dois de penalidade adaptativa (Seção 6.2.1.1 e Seção 6.2.1.2) são analisados. Os parâmetros do AG usados no exemplo anterior são os mesmos empregados aqui, sendo o valor da taxa de cruzamento fixo em 0,50. Tais parâmetros são resumidos na Tabela 7.10.

Os primeiros testes consistem no estudo do parâmetro de penalidade estática  $k_p$ . O

Figura 7.7: Confiabilidade em função da taxa de cruzamento.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Tabela 7.10: Parâmetros fixos do AG usados no estudo da penalidade e seleção

| Nome                        | Simbolo     | Valor |
|-----------------------------|-------------|-------|
| Constante de mapeamento     | $C_{\Phi}$  | 1,10  |
| Taxa de cruzamento          | $R_{cr}$    | 0,50  |
| Tamanho da população        | $N_{ind}$   | 1500  |
| Número Máximo de Gerações   | $N_G^{max}$ | 100   |
| Prob. de mutação            | $P_{mut}$   | 0,01  |
| Prob. de adição de camadas  | $P_{add}$   | 0,01  |
| Prob. de deleção de camadas | $P_{del}$   | 0,01  |
| Taxa de troca de camadas    | $R_{swp}$   | 0,01  |
| Numero de execuções         | $N_{run}$   | 50    |

fator de penalidade varia entre 0,25 e 64 usando seleção por ranking e *fitness-proportional*. Para cada fator de penalidade e seleção, a otimização é realizada 50 vezes. Os resultados obtidos são apresentados nas Tabelas 7.11 e 7.12.

O parâmetro  $\Phi_m^f$  é a média dos valores finais da função objetivo penalizada das soluções nas 50 otimizações. A grandeza  $R_{fea}$ , definida como taxa de viabilidade, representa a percentagem de vezes que uma solução final viável (ótima aparente ou não) é encontrada em  $N_{run}$  otimizações. Os resultados mostram que o uso de  $k_p$  igual a 0,25 não fornece nenhum ótimo viável em 50 otimizações ( $R_{fea} = 0\%$ ). O uso de seleção por *ranking* tem o melhor resultado quando  $k_p = 16$ . O uso de *fitness-proportional* apresenta o melhor desempenho quando  $k_p = 4$ . Como esperado, para os dois métodos de seleção, a taxa de viabilidade  $R_{fea}$  aumenta com crescimento do fator penalidade  $k_p$ .

Os resultados relacionados à eficiência dos métodos de penalidade e seleção são visualizados na Tabela 7.13. Os maiores valores de confiabilidade (90%) e os menores valores médios da função objetivo final (0,165) são obtidos usando penalidade estática. Entre as penalidades adaptativas, o método proposto por Barbosa e Lemonge (2008) [77] mostrou melhor desempenho do que o método de Deb (2000) [73] em todos os aspectos.

Tabela 7.11: Resultados obtidos usando penalidade estática e seleção por *ranking*

| $k_p$ | $f_m^f$ | $\Phi_m^f$ | $\frac{\Phi_m^f - f_m^f}{f_m^f}$ | $R_{fea}(\%)$ | $R_{rel}(\%)$ |
|-------|---------|------------|----------------------------------|---------------|---------------|
| 0,25  | 0,151   | 0,160      | 5,540                            | 0             | 0             |
| 1     | 0,165   | 0,166      | 0,201                            | 88            | 80            |
| 4     | 0,167   | 0,167      | 0,310                            | 86            | 70            |
| 16    | 0,165   | 0,165      | 0,029                            | 98            | 90            |
| 64    | 0,168   | 0,168      | 0,222                            | 96,07         | 70            |

Tabela 7.12: Resultados obtidos usando penalidade estática e seleção por *fitness-proportional*

| $k_p$ | $f_m^f$ | $\Phi_m^f$ | $\frac{\Phi_m^f - f_m^f}{f_m^f}$ | $R_{fea}(\%)$ | $R_{rel}(\%)$ |
|-------|---------|------------|----------------------------------|---------------|---------------|
| 0,25  | 0,151   | 0,160      | 5,874                            | 0             | 0             |
| 1     | 0,167   | 0,167      | 0,115                            | 94            | 78            |
| 4     | 0,165   | 0,165      | 0,349                            | 92            | 90            |
| 16    | 0,168   | 0,168      | 0,043                            | 98            | 74            |
| 64    | 0,168   | 0,168      | 0,144                            | 98            | 74            |

Muitas vezes, um AG encontra a solução final de um problema bem antes do número máximo de gerações ser atingido. Define-se  $N_G^{sol}$  como o número efetivo de gerações que o AG leva para encontrar a solução final  $f^f$  em um processo de otimização. A média do número efetivo de gerações em  $N_{run}$  otimizações é  $(N_G^{sol})_m$  e serve para determinar a velocidade de convergência do AG. Quanto maior  $N_G^{sol}$ , mais lenta é a convergência. Na Tabela 7.13 nota-se que, para qualquer penalidade, o número médio de gerações para atingir a solução final por ranking (36,5, 33,8 e 45,0) é menor do que por fitness proporcional (66,8, 61,1 e 66,1). Portanto, a convergência por ranking se dá de forma mais rápida. A combinação que forneceu a convergência mais rápida é ranking com a penalidade adaptativa de Barbosa e Lemonge. A combinação mais lenta foi obtida quando se usou *fitness-proportional* com a penalidade estática.

Tabela 7.13: Comparação entre os métodos de penalidade e seleção

| seleção              | penalidade              | $R_{rel}(\%)$ | $f_m^f$ | $(N_G^{sol})_m$ | $R_{fea}(\%)$ |
|----------------------|-------------------------|---------------|---------|-----------------|---------------|
| ranking              | estática ( $k_p = 16$ ) | 90            | 0,165   | 36,5            | 98            |
|                      | Barbosa (2008) [77]     | 84            | 0,167   | 33,8            | 100           |
|                      | Deb [73]                | 70            | 0,169   | 45,0            | 100           |
| fitness proporcional | estática ( $k_p = 4$ )  | 90            | 0,165   | 66,8            | 92            |
|                      | Barbosa (2008) [77]     | 78            | 0,168   | 61,1            | 100           |
|                      | Deb [73]                | 74            | 0,168   | 66,1            | 100           |

## 7.2 Exemplo-2 - Variação da profundidade do mar

Nesta seção é estudado o efeito da variação da profundidade. Usam-se profundidades de 1000, 1500 e 2000 metros nos exemplos. O modelo do problema consiste na minimização

do custo de *risers* híbridos simétricos. Assim, além das espessuras e das orientações das fibras das camadas, considera-se também o material como variável de projeto. Cada lâmina pode ser feita de Carbono/Epóxi (*ca*) ou Vidro/Epóxi (*gl*) (Tabela 7.1). Com exceção do material e das profundidades, os parâmetros físicos e geométricos empregados aqui, são os mesmos do Exemplo 1 (Tabela 7.2). Os parâmetros do AG que forneceram as melhores eficiências no Exemplo 1 são usados aqui (Tabela 7.14).

Tabela 7.14: Parâmetros do AG usados no primeiro exemplo de calibração

| Nome                        | Símbolo     | Valor                    |
|-----------------------------|-------------|--------------------------|
| Constante de mapeamento     | $C_{\Phi}$  | 1,10                     |
| Tamanho da população        | $N_{ind}$   | 1500                     |
| Número de gerações          | $N_G^{max}$ | 100                      |
| Taxa de cruzamento          | $R_{cr}$    | 0,50                     |
| Probabilidade de Mutação    | $P_{mut}$   | 0,01                     |
| Prob. de adição de camadas  | $P_{add}$   | 0,01                     |
| Prob. de deleção de camadas | $P_{del}$   | 0,01                     |
| Taxa de troca de camadas    | $R_{swp}$   | 0,01                     |
| Método de penalidade        |             | Barbosa e Lemonge (2008) |
| Método de seleção           |             | Ranking                  |
| Número de execuções         | $N_{run}$   | 30                       |

Os resultados obtidos podem ser visualizados nas Tabelas (7.15) (7.16) e (7.17). Para todas as profundidades, a restrição relativa à resistência do liner e do compósito na junta do topo estão quase-ativas. Quase-ativa também é a restrição relativa à flambagem. A restrição de resistência do compósito no fundo ( $g_c^{bot}$ ) não está ativa em nenhuma das três profundidades, mas nota-se que seus valores crescem à medida que a profundidade aumenta ( $-0,849$ ,  $-0,779$  e  $-0,742$ ). O valor da restrição de resistência do liner no topo ( $g_{il}^{top}$ ) diminui com o aumento de profundidade ( $-0,021$ ,  $-0,038$  e  $-0,058$ ). O valor da restrição de resistência do liner no fundo ( $g_{il}^{bot}$ ) aumenta com o acréscimo de profundidade ( $-0,482$ ,  $-0,256$  e  $-0,116$ ). Como esperado, o valor da função objetivo (custo do compósito) aumenta com o acréscimo de profundidade ( $0,0623$ ,  $0,0827$  e  $0,099$ ). Isso ocorre porque o aumento da profundidade provoca o aumento da força axial no topo e da pressão externa no fundo, fazendo com que camadas mais espessas e de material mais caro (Carbono/Epóxi) sejam empregadas para satisfazer os requisitos de resistência e flambagem.

Nota-se que à medida a que profundidade é incrementada, a quantidade de Vidro-Epóxi diminui e a de Carbono/Epóxi aumenta. Para a profundidade de 1000 m, por exemplo, as soluções possuem 33,3% de suas camadas constituídas de Vidro/Epóxi. Tais porcentagens se reduzem a 27,3% e 9,1% para as respectivas profundidades de 1500 m e 2000 m.



Tabela 7.15: Projetos ótimos obtidos para profundidade de 1000m ( $f^* = 6,23e^{-2}$ )

| Sol  | Variáveis de projeto | $g_{il}^{top}$            | $g_c^{top}$ | $g_{il}^{bot}$ | $g_c^{bot}$ | $g_{buck}$ |        |
|------|----------------------|---------------------------|-------------|----------------|-------------|------------|--------|
| Ex2a | $h$                  | $[4/1/2/2]_s$             |             |                |             |            |        |
|      | $\theta$             | $[75/0/ - 30/15]_s$       | -0,020      | -0,003         | -0,481      | -0,848     | -0,014 |
|      | $m$                  | $[ca/gl/ca/gl]_s$         |             |                |             |            |        |
| Ex2b | $h$                  | $[4/1/2/2]_s$             |             |                |             |            |        |
|      | $\theta$             | $[75/15/ - 30/0]_s$       | -0,021      | -0,001         | -0,482      | -0,849     | -0,014 |
|      | $m$                  | $[ca/gl/ca/gl]_s$         |             |                |             |            |        |
| Ex2c | $h$                  | $[4/1/2/1/1]_s$           |             |                |             |            |        |
|      | $\theta$             | $[75/30/ - 30/0/ - 15]_s$ | -0,021      | -0,001         | -0,483      | -0,851     | -0,015 |
|      | $m$                  | $[ca/gl/ca/gl/gl]_s$      |             |                |             |            |        |
| Ex2d | $h$                  | $[4/2/2/1]_s$             |             |                |             |            |        |
|      | $\theta$             | $[75/ - 30/0/30]_s$       | -0,020      | -0,003         | -0,482      | -0,850     | -0,020 |
|      | $m$                  | $[ca/ca/gl/gl]_s$         |             |                |             |            |        |

Tabela 7.16: Projetos ótimos obtidos para profundidade de 1500m ( $f^* = 8,275e^{-2}$ )

| Sol  | Variáveis de projeto | $g_{il}^{top}$             | $g_c^{top}$ | $g_{il}^{bot}$ | $g_c^{bot}$ | $g_{buck}$ |        |
|------|----------------------|----------------------------|-------------|----------------|-------------|------------|--------|
| Ex2e | $h$                  | $[4/2/1/1/3]_s$            |             |                |             |            |        |
|      | $\theta$             | $[75/15/15/ - 15/ - 30]_s$ | -0,038      | -0,011         | -0,258      | -0,779     | -0,069 |
|      | $m$                  | $[ca/gl/ca/gl/ca]_s$       |             |                |             |            |        |
| Ex2f | $h$                  | $[4/2/3/1/1]_s$            |             |                |             |            |        |
|      | $\theta$             | $[75/15/ - 15/ - 45/15]_s$ | -0,038      | -0,002         | -0,257      | -0,780     | -0,070 |
|      | $m$                  | $[ca/gl/ca/ca/gl]_s$       |             |                |             |            |        |
| Ex2g | $h$                  | $[4/1/3/2/1]_s$            |             |                |             |            |        |
|      | $\theta$             | $[75/15/ - 30/15/30]_s$    | -0,037      | -0,005         | -0,256      | -0,779     | -0,086 |
|      | $m$                  | $[ca/ca/ca/gl/gl]_s$       |             |                |             |            |        |
| Ex2h | $h$                  | $[4/3/1/1/2]_s$            |             |                |             |            |        |
|      | $\theta$             | $[75/ - 30/0/15/15/15]_s$  | -0,038      | -0,008         | -0,256      | -0,779     | -0,093 |
|      | $m$                  | $[ca/ca/gl/ca/gl]_s$       |             |                |             |            |        |
| Ex2i | $h$                  | $[4/2/2/1/2]_s$            |             |                |             |            |        |
|      | $\theta$             | $[-75/45/0/0/0]_s$         | -0,036      | -0,001         | -0,279      | -0,788     | -0,135 |
|      | $m$                  | $[ca/gl/ca/ca/gl]_s$       |             |                |             |            |        |

Tabela 7.17: Projetos ótimos obtidos para profundidade de 2000m ( $f^* = 9,9e^{-2}$ )

| Sol  | Variáveis de projeto | $g_{il}^{top}$                     | $g_c^{top}$ | $g_{il}^{bot}$ | $g_c^{bot}$ | $g_{buck}$ |        |
|------|----------------------|------------------------------------|-------------|----------------|-------------|------------|--------|
| Ex2j | $h$                  | [5/1/2/2/1] <sub>s</sub>           |             |                |             |            |        |
|      | $\theta$             | [90/30/0/ - 15/15] <sub>s</sub>    | -0,058      | -0,010         | -0,119      | -0,768     | -0,014 |
|      | $m$                  | [ca/gl/ca/ca/ca] <sub>s</sub>      |             |                |             |            |        |
| Ex2k | $h$                  | [5/2/1/2/1] <sub>s</sub>           |             |                |             |            |        |
|      | $\theta$             | [90/ - 15/0/0/15] <sub>s</sub>     | -0,058      | -0,010         | -0,119      | -0,768     | -0,014 |
|      | $m$                  | [ca/ca/gl/ca/ca] <sub>s</sub>      |             |                |             |            |        |
| Ex2l | $h$                  | [5/2/1/1/2] <sub>s</sub>           |             |                |             |            |        |
|      | $\theta$             | [90/ - 15/ - 15/0/15] <sub>s</sub> | -0,059      | -0,009         | -0,121      | -0,749     | -0,014 |
|      | $m$                  | [ca/ca/gl/ca/ca] <sub>s</sub>      |             |                |             |            |        |
| Ex2m | $h$                  | [5/2/1/1/2] <sub>s</sub>           |             |                |             |            |        |
|      | $\theta$             | [90/ - 15/15/0/0] <sub>s</sub>     | -0,057      | -0,011         | -0,116      | -0,742     | -0,015 |
|      | $m$                  | [ca/ca/ca/gl/ca] <sub>s</sub>      |             |                |             |            |        |

### 7.3 Exemplo-3 - Otimização multi-objetivo

A minimização do custo do *riser* para um profundidade de 1500 metros forneceu diversos projetos com diferentes fatores de segurança à flambagem  $g_{buck}$  (Tabela 7.16). Assim, o problema é resolvido novamente considerando uma formulação multi-objetivo que visa minimizar o custo e maximizar o fator de segurança à flambagem. O pesos das funções custo e fator de segurança são respectivamente  $w_2 = 0,95$  e  $w_3 = 0,05$ . Como o peso do segmento do riser é desconsiderado, então  $w_1 = 0,0$ . Espessura, orientação das fibras e material de cada camada são as variáveis de projeto. Cada lâmina pode ser feita de Carbono/Epóxi (*ca*) ou Vidro/Epóxi (*gl*) (Tabela 7.1). Os parâmetros físicos e geométricos empregados aqui, são os mesmos do Exemplo 2 (Tabela 7.2). Os parâmetros do AG que forneceram as melhores eficiências no Exemplo 1 e foram empregados no Exemplo 2 são usados também aqui (Tabela 7.14). Os projetos ótimos obtidos podem ser observados na Tabela 7.18.

Os projetos obtidos pela formulação mono-objetiva (Tabela 7.16) e multi-objetiva (Tabela 7.18) são comparados com o objetivo de se analisar as principais diferenças entre as formulações. Devido ao baixo peso adotado para a função objetivo relativa à flambagem ( $w_3 = 0,05$ ), as soluções encontradas tanto pela formulação mono-objetiva como pela multi-objetiva possuem o mesmo custo. No entanto, o problema multi-objetivo, por possuir uma menor quantidade de ótimos globais, leva a otimização a encontrar soluções de menor variabilidade. Tal fato é constatado analisando-se o esquema de laminação dos projetos ótimos. Todas as soluções encontradas, independente do tipo de formulação, possuem nas camadas mais externas 4mm de Carbono/Epóxi a 75°. No entanto, de modo a maximizar o fator de segurança à flam-

bagem, em todos as soluções da formulação multi-objetivo observou-se a presença de  $2mm$  de Carbono/Epóxi a  $45^\circ$  nas segundas camadas mais externas, fato esse que não é constatado com a formulação mono-objetivo. Além disso, nota-se que todas as soluções do problema multi-objetivo possuem Vidro/Epóxi somente nas camadas mais internas, enquanto na formulação mono-objetivo o Vidro/Epóxi encontra-se em outras camadas.

Tabela 7.18: Formulação multiobjetivo - Projetos ótimos obtidos para  $H = 1500m$  ( $f^* = 1,281e^{-1}$ )

| Sol  | Variáveis de projeto | $g_{il}^{top}$          | $g_c^{top}$ | $g_{il}^{bot}$ | $g_c^{bot}$ | $g_{buck}$ |
|------|----------------------|-------------------------|-------------|----------------|-------------|------------|
| Ex3a | $h$                  | $[4/2/2/1/2]_s$         |             |                |             |            |
|      | $\theta$             | $[75/-45/a/-15/0]_s$    | -0,039      | -0,257         | -0,009      | -0,819     |
|      | $m$                  | $[ca/ca/ca/gl/gl]_s$    |             |                |             | -0,123     |
| Ex3b | $h$                  | $[4/2/1/1/1/2]_s$       |             |                |             |            |
|      | $\theta$             | $[75/-45/0/0/-15/0]_s$  | -0,038      | -0,282         | -0,002      | -0,795     |
|      | $m$                  | $[ca/ca/ca/ca/gl/gl]_s$ |             |                |             | -0,110     |
| Ex3c | $h$                  | $[4/2/2/2/1]_s$         |             |                |             |            |
|      | $\theta$             | $[-75/45/0/0/15]_s$     | -0,037      | -0,255         | -0,005      | -0,794     |
|      | $m$                  | $[ca/ca/ca/gl/gl]_s$    |             |                |             | -0,106     |
| Ex3d | $h$                  | $[4/4/2/1]_s$           |             |                |             |            |
|      | $\theta$             | $[75/-15/90/0]_s$       | -0,043      | -0,310         | -0,000      | -0,808     |
|      | $m$                  | $[ca/ca/gl/gl]_s$       |             |                |             | -0,076     |

## 8 CONCLUSÕES

Um modelo de otimização para o pré-dimensionamento de risers de material compósito foi proposto. Como variáveis de projeto foram consideradas as espessuras, as orientações das fibras e o material de cada lâmina. A análise global da estrutura foi feita usando um modelo de catenária inextensível. A análise local da estrutura realizou-se com as expressões analíticas da Teoria Clássica de Laminação. Um Algoritmo Genético com operadores especialmente desenvolvidos para estruturas laminadas foi implementado.

O AG foi calibrado e os parâmetros da calibração que forneceram os melhores resultados foram empregados na otimização de risers híbridos.

Dos resultados da calibração, notou-se que uma melhor performance é obtida usando-se populações grandes e pequenas gerações. Observou-se que pequenas populações evoluindo em muitas gerações são menos eficientes.

Os resultados obtidos do estudo da taxa de cruzamento mostraram que chega-se a um melhor desempenho com taxas de cruzamento medianas (0,4-0,60). O uso de taxas de cruzamento muito baixas (0,10) e muito altas (0,90) produziram os piores resultados.

Dentre os métodos de penalidade, o estático forneceu as maiores taxas de confiabilidade. No entanto, ele deve ser calibrado para cada problema. O método de penalidade adaptativa de Barbosa e Lemonge (2008) foi melhor do que o método de Deb (2000). A seleção por *ranking* provou ser mais rápida do que a seleção por *fitness-proportional*.

Após a calibração do AG, foram otimizados risers compósitos híbridos (Carbono/Epóxi e Vidro/Epóxi) para diferentes profundidades do oceano considerando uma formulação mono-objetiva de minimização do custo. Como já esperado, o aumento da profundidade provocou um aumento do custo do projeto devido aos acréscimos da força axial no topo e pressão externa no fundo. O aumento do custo foi observado tanto pela maior quantidade de Carbono/Epóxi como menor quantidade de Vidro/Epóxi.

O uso do custo como função objetivo forneceu projetos ótimos com diferentes fatores de segurança relativos à flambagem. Tal problema foi contornado com o uso de uma formulação multi-objetivo. As formulações mono-objetivo e multi-objetivo produziram soluções de mesmo custo, mas os projetos encontrados com a formulação multi-objetivo apresentaram uma menor variabilidade e maiores fatores de segurança relativos à flambagem. Assim mostrou-se a eficiência da formulação multi-objetivo para otimização de risers de material compósito.

Como trabalhos futuros, planeja-se a substituição do modelo de catenária por um modelo de elementos finitos que considere a flexão e permita a consideração de outros carregamentos (onde e corrente), a interação solo-estrutura no fundo do mar e os efeitos das cargas dinâmicas. Também planeja-se realizar o estudo de outros operadores genéticos com o objetivo de melhorar o desempenho do Algoritmo.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] MENDONÇA, P. T. R. **Materiais compósitos e estruturas sanduiches: Projetos e análise**. 1a. ed. Baueri: Manole Ltda, 2005.
- [2] OCHOA, O. O.; SALAMA, M. M. Offshore composites: Transition barriers to an enabling technology. **Composites Science and Technology**, 2005.
- [3] KYRIAKIDES, S.; CORONA. **Mechanics of offshore pipelines-vol1 - buckling and collapse**. 2007.
- [4] OCHOA, O. O. Composite riser experience and design guidance. Technical report, 2006.
- [5] BEYLE, A. I.; GUSTAFSON, C. G.; KULAKOV, V. L.; TARNOPOL'SKII, Y. M. Composite risers for deep-water offshore technology: Problems and prospects. 1. metal-composite riser. **Mechanics of Composite Materials**, v. 33, 1997.
- [6] WALKER, M.; REISS, T.; ADALI, S. Optimal design of symmetrically laminated plates for minimum deflection and weight. **Composite Structures**, v. 39, p. 337–346, 1997.
- [7] ADALI, S.; VERIJENKO, V. E.; RICHTER, A. Minimum sensitivity design of laminated shells under axial load and external pressure. **Composite Structures**, v. 54, p. 139–142, 2001.
- [8] BLOOM, A. W.; STICKLER, P. B.; GURDAL, Z. Optimization of composite cylinder under bending by tailoring properties in circumferential direction. **Composites: Part B**, v. 41, p. 157–165, 2010.
- [9] MASSAGER, T.; PYRZ, M.; GINESTE, B.; CHAUCHOT, P. Optimal laminations of thin underwater composite cylindrical vessels. **Composite Structures**, v. 58, p. 529–537, 2002.
- [10] ABOUHAMZE, M.; SHAKERI, M. M. multi-objective stacking sequence optimization of laminated cylindrical panels using a genetic algorithm and neural networks. **Composite Structures**, v. 81, p. 253–263, 2007.
- [11] AYMERICH, F.; SERRA, M. Optimization of laminate stacking sequence for maximum buckling load using the ant colony optimization (aco) metaheuristic. **Composites: Part A**, v. 39, p. 262–272, 2008.
- [12] ALMEIDA, F. S.; AWRUCH, A. M. Design optimization of composite laminated structures using genetic algorithms and finite element analysis. **Composite Structures**, v. 88, p. 443–454, 2009.
- [13] AZARAFZA, R.; KHALILI, S. M. R.; JAFARI, A. A.; DAVAR, A. Analysis and optimization of laminated composite circular cylindrical shells subjected to compressive axial and transverse transient dynamic loads. **Thin-Walled Structures**, v. 47, 2009.
- [14] LEMANSKI, S.; WEAVER, P. Optimisation of a 4-layer laminated cylindrical shell to meet give cross-sectional stiffness properties. **Composite Structures**, v. 72, p. 163–176, 2001.

- [15] AKBULUT, M.; SONMES, F. O. Optimum design of composite laminates for minimum thickness. **Computers and Structures**, v. 86, p. 1974–1982, 2008.
- [16] RAO, A. R. M.; SHYJU, P. P. A meta-heuristic algorithm for multi-objective optimization design of hybrid laminate composite structures. **Computer-Aided Civil and Infrastructure Engineering**, v. 12, n. 1-2, p. 149–170, 2010.
- [17] IRISARRI, F. X.; BASSIR, D. H.; CARRERE, N.; MAIRE, J. F. Multiobjective stacking sequence optimization of laminated composite structures. **Composites Science and Technology**, v. 69, p. 983–990, 2009.
- [18] SATHEESH, R.; NAIK, N.; GANGULI, R. Conservative design optimization of laminated composite structures using genetic algorithms and multiple failure criteria. **Journal of Composite Materials**, v. 44, 2010.
- [19] RAO, A. R. M.; SHYJU, P. P. Development of a hybrid meta-heuristic algorithm for combinatorial optimisation and its applications for optimal design of laminated composite cylindrical skirt. **Computers and Structures**, v. 86, p. 796–815, 2008.
- [20] SIVAKUMAR, K.; IYENGAR, N. G. R.; DEB, K. Optimum design of laminated composite plates with cutouts using a genetic algorithm.
- [21] SPALLINO, R.; THIERAUF, G. Thermal buckling optimization of composite laminates by evolution strategies. **Computers and Structures**, v. 78, p. 691–697, 2000.
- [22] PELLETIER, J. L.; VEL, S. S. Multi-objective optimization of fiber reinforced composite laminates for strength, stiffness and minimal mass. **Computers and Structures**, v. 84, p. 2065–2080, 2006.
- [23] GHIASI, H.; PASINI, D.; LESSARD, L. Optimum stacking sequence of composite materials. part i: Constant stiffness design. **Composite Structures**, v. 90, p. 1–11, 2009.
- [24] WALKER, M.; SMITH, R. A computational methodology to select the best materials combinations and optimally design composite sandwich panels for minimum cost. **Computers and Structures**, v. 80, p. 1457–1460, 2002.
- [25] WALKER, M.; HAMILTON, R. A technique for optimally designing fibre-reinforced laminated plates under in-plane loads for minimum weight with manufacturing uncertainties accounted for. **Engineering with Computers**, v. 21, p. 282–288, 2006.
- [26] TOPAL, U.; UZMANU. Strength optimization of laminated composite plates. **Journal of Composite Materials**, v. 42, p. 1731–1748, 2008.
- [27] TOPAL, U.; U., U. Frequency optimization of laminated skewed open cylindrical shells. **Science and Engineering of Composite Materials**, v. 18, p. 139–144, 2011.
- [28] TOPAL, U.; UZMAN, U. Thermal buckling load optimization of laminated skew plates. **Materials and Design**, v. 30, p. 2569–2575, 2009.
- [29] ERDAL, O.; SONMEZ, F. O. Optimum design of composite laminates for maximum buckling load capacity using simulated annealing. **Composite Structures**, v. 71, p. 45–52, 2005.

- [30] CHANG, N.; WANG, W.; YANG, W.; WANG, J. Ply stacking sequence optimization of composite laminate by permutation discrete particle swarm optimization. **Structural and Multidisciplinary Optimization**, v. 41, p. 179–189, 2010.
- [31] WANG, W.; GUO, S.; CHANG, N.; YANG, W. Optimum buckling design of composite stiffened panel using ant-colony algorithm. **Composite Structures**, v. 92, p. 712–719, 2010.
- [32] GURDAL, Z.; HAFTKA, R. T.; HAJELA, P. **Design and optimization of laminated composite materials**. John Wiley & Sons, 1999.
- [33] APALAK, M. K.; YILDIRIM, M.; EKICI, R. Layer optimisation for maximum fundamental frequency of laminated composite plates for different edge conditions. **Composites Science and Technology**, v. 68, p. 537–550, 2008.
- [34] IJSSELMUIDEN, S. T.; ABDALLA, M. M.; SERESTA, O.; GURDAL, Z. Multi-step blended stacking sequence design of panel assemblies with buckling constraints. **Composites: Part B**, v. 40, p. 326–336, 2009.
- [35] LARSEN, C. M.; HANSON, T. Optimization of catenary risers. **Journal of Offshore Mechanics and Arctic Engineering**, v. 121, p. 90–94, 1999.
- [36] LIMA, B. S. L. P.; JACOB, B. P.; EBECKEN, N. F. F. A hybrid fuzzy/genetic algorithm for the design of offshore oil production risers. **International Journal for Numerical Methods in Engineering**, v. 64, p. 1459–1482, 2005.
- [37] VIEIRA, I. N.; LIMA, B. S. L. P.; JACOB, B. P. Optimization of steel catenary risers for offshore oil production using artificial immune system. **Lecture Notes in Computer Science**, v. 5132, p. 254–265, 2008.
- [38] PINA, A. A.; ALBRECHT, C. H.; LIMA, B. S. L. P.; JACOB, B. P. Tailoring the particle swarm optimization algorithm for the design of offshore oil production risers. **Optimization and Engineering**, v. 12, n. 1-2, p. 215–235, 2010.
- [39] TANAKA, R. L.; MARTINS, C. A. Parallel dynamic optimization of steel risers. **Journal of Offshore Mechanics and Arctic Engineering**, v. 133, 2011.
- [40] YANG, H.; ZHENG, W. Metamodel approach for reliability-based design optimization of a steel catenary riser. **Journal of Marine Science And Technology**, 2011.
- [41] JONES, R. M. **Mechanics of composite materials**. 2a. ed. Taylor & Francis, 1999.
- [42] GAY, D.; HOA, S.; TSAI, S. W. **Composite materials: Design and application**. 4a. ed. Florida: CRC Press, 2003.
- [43] KAW, A. K. **Mechanics of composite materials**. 2a. ed. Florida: Taylor and Francis Group, 2006.
- [44] SINHA, P. K. **Composite materials and structures**. Composite Centre of Excellence, Departmente of Aerospace Engineering I.I.Kharagpur, 2006.
- [45] RTP Company. Glass fiber - short fiber compounds improve these physical properties over neat resins. **Disponível em: [www.rtpcompany.com/products/structural/glass.htm](http://www.rtpcompany.com/products/structural/glass.htm)**, Acessado em 2012.

- [46] DEATON, J. P. Can carbon fiber solve the oil crisis. **Disponível em:** <http://auto.howstuffworks.com/fuel-efficiency/fuel-economy/carbon-fiber-oil-crisis1.htm>, Acessado em 2012.
- [47] DUPONT. Adhesives, sealants, and coatings made better with kevlar. **Disponível em:** <http://www.dupont.com/products-and-services/fabrics-fibers-nonwovens/fibers/uses-and-applications/adhesives-sealants-coatings.html>, Acessado em 2012.
- [48] ETAMAX. What is filament winding? **Disponível em:** <http://www.etamax.com.au/>, Acessado em 2012.
- [49] Nor'Easter Yachts. Filament winding fiberglass tubing. **Disponível em:** <http://www.noreasteryachts.com/products-custom-fiberglass-tubes-filament-winding.htm>, Acessado em 2012.
- [50] Victrex Aptiv(TM). Film enables thinner prepregs than traditional carbon fiber composite materials. <http://news.thomasnet.com/companystory/Victrex-Aptiv-TM-Film-Enables-Thinner-Prepregs-than-Traditional-Carbon-Fiber-Composite-Materials-557303>, Acessado em 2012.
- [51] REDDY, J. N. **Mechanics of laminated composite plates and shells: Theory and analysis**. 2nd. ed. CRC Press, 2004.
- [52] COOK, R.; MALKUS, D.; PLESHA, M.; DE WITT, R. J. **Concepts and applications of finite element analysis**. John Wiley & Sons, 2001.
- [53] DANIEL, I. M.; ISHAI, O. **Engineering mechanics of composite materials**. 2nd. ed. Oxford University Press, 2006.
- [54] SALAMA, M. M.; STJERN, G.; STORHAUG, T.; SPENCER, B.; ECHTERMEYER, A.
- [55] TEÓFILO, F. A. F. **Análise e projeto de risers compósitos em catenária**. 2010. 154 f. Dissertação (Mestrado em Estruturas), Centro de Tecnologia, Universidade Federal do Ceará, Brasil, 2010.
- [56] BEER, F.; E., J. J.; DEWOLF, J.; MAZUREK, D. **Mechanics of materials**. 6a. ed. McGraw-Hill Science/Engineering/Math, 2011.
- [57] SPARKS, C. P. **Fundamentals of marine riser mechanics: Basic principles and simplified analysis**. PennWell Books, 2007.
- [58] VERITAS, D. . D. N. **Dnv-os-f201 - dynamic risers - offshore standard**, 2001.
- [59] WEINGARTEN, V. I.; SEIDE, P. Buckling of thin-walled circular cylinders. **NASA SP-8007, Space Vehicle Design Criteria (Structures)**, 1968.
- [60] VANDERPLAATS, G. N. **Numerical optimization techniques for engineering design**. Vanderplaats Research and Development, 2001.
- [61] ADALI, S.; WALKER, M.; VERIJENKO, V. E. Minimum sensitivity design of laminated shells under axial load and external pressure. **Composite Structures**, v. 54, p. 139–142, 1996.



- [62] WALKER, M.; SMITH, R. E. A technique for the multiobjective optimisation of laminated composite structures using genetic algorithms and finite element analysis. **Composite Structures**, v. 62, p. 123–128, 2003.
- [63] DEKA, D. J.; SANDEEP, G.; CHAKRABORTY, D.; DUTTA, A. Multiobjective optimization of laminated composites using finite element method and genetic algorithm. **Journal of Reinforced Plastics and Composites**, v. 24, p. 273–, 2005.
- [64] ARORA, J. **Introduction to optimum design**. 2nd. ed. Elsevier, 2004.
- [65] KICINGER, R.; ARCISZEWSKI, T.; DE JONG, K. Evolutionary computation and structural design: A survey of the state-of-art. **Computers and Structures**, v. 83, p. 1943–1978, 2005.
- [66] SADIQ, M. S.; HABIB, Y. *Iterative computer algorithms in engineering: Solving combinatorial optimization problems*, 1999.
- [67] MICHALEWICZ, Z.; SCHOENAUER. Evolutionary algorithms for constrained parameter optimization problems. **Evolutionary Computation**, v. 4, p. 1–32, 1996.
- [68] KOZIEL, S.; MICHALEWICZ, Z. Evolutionary algorithms, homomorphous mappings, and constrained parameter optimization. **Evolutionary Computation**, v. 7, p. 19–44, 1996.
- [69] YENIAY, O. Penalty function methods for constrained optimization with genetic algorithms. **Mathematical and Computational Applications**, p. 45–56, 2005.
- [70] HOMAIFAR, A.; LAI, S. H. Y.; QI, X. Constrained optimization via genetic algorithms. **Simulation**, v. 62, p. 242–254, 1994.
- [71] JOINES, J.; HOUCK, C. On the use of non-stationary penalty functions to solve nonlinear constrained optimization problems with gas. **Proceedings of the First IEEE International Conference on Evolutionary Computation**, v. 1, p. 579–584, 1994.
- [72] HADJ-ALOUANE, A. B.; BEAN, J. C. A genetic algorithm for the multiple-choice integer program. **Operations Research**, v. 45, p. 92–101, 1997.
- [73] DEB, K. An efficient constraint handling method for genetic algorithms. **Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering**, v. 186, p. 311–338, 2000.
- [74] BARBOSA, H. J. C.; LEMONGE, A. C. C. An adaptive penalty scheme in genetic algorithms for constrained optimization problems. **Proceedings of the Genetic and Evolutionary Computation Conference - GECCO**, v. 1, p. 287–294, 2002.
- [75] BARBOSA, H. J. C.; LEMONGE, A. C. C. A new adaptive penalty scheme for genetic algorithms. **Informations Sciences**, v. 156, p. 215–251, 2003.
- [76] LEMONGE, A. C. C.; BARBOSA, H. J. C. An adaptive penalty scheme for genetic algorithms in structural optimization. **International Journal for Numerical Methods in Engineering**, v. 59, p. 703–736, 2004.
- [77] BARBOSA, H. J. C.; LEMONGE, A. C. C. A new adaptive penalty method for genetic algorithms in constrained optimization problems. **Frontiers in Evolutionary Robotics**, p. 9–34, 2008.

- [78] GOLDBERG, D. E. **Genetic algorithms in search, optimization and machine learning.** EUA: Addison-Wesley Professional, 1989.
- [79] MAN, K. F.; TANG, K. S.; KWONG, S. Genetic algorithms: Concepts and applications. **TRANSACTIONS ON INDUSTRIAL ELECTRONICS**, v. 43, 1996.
- [80] DE JONG, K. **Evolutionary computation - a unified approach.** 1a. ed. 2006.