



**UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ  
CENTRO DE TECNOLOGIA  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL:  
ESTRUTURAS E CONSTRUÇÃO CIVIL**

**YURI CLÁUDIO VIEIRA DA COSTA**

**ANÁLISE PARAMÉTRICA DE VIBRAÇÕES EM LAJE NERVURADA DEVIDO ÀS  
AÇÕES HUMANAS**

**FORTALEZA  
2012**

YURI CLÁUDIO VIEIRA DA COSTA

ANÁLISE PARAMÉTRICA DE VIBRAÇÕES EM LAJE NERVURADA DEVIDO ÀS  
AÇÕES HUMANAS

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-graduação Engenharia Civil: Estruturas e Construção Civil da Universidade Federal do Ceará, como requisito parcial para obtenção do Título de Mestre em Engenharia Civil. Área de concentração: Estruturas.

Orientadora: Prof.<sup>a</sup> Dra. Tereza Denyse Pereira de Araújo

FORTALEZA  
2012

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação  
Universidade Federal do Ceará  
Biblioteca de Pós-Graduação em Engenharia - BPGE

- 
- C876a Costa, Yuri Cláudio Vieira da.  
Análise paramétrica de vibrações em laje nervurada devido às ações humanas / Yuri Cláudio Vieira da Costa. – 2012.  
121 f.: il. color. enc. ; 30 cm.
- Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal do Ceará, Centro de Tecnologia, Departamento de Engenharia Civil, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil: Estruturas e Construção Civil, Fortaleza, 2012.  
Área de Concentração: Estruturas  
Orientação: Profa. Dra. Tereza Denyse Pereira de Araújo
1. Engenharia Estrutural. 2. Modulagem computacional. 3. Análise dinâmica. I. Título.

YURI CLÁUDIO VIEIRA DA COSTA

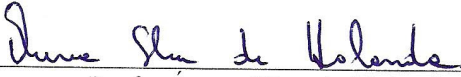
ANÁLISE PARAMÉTRICA DE VIBRAÇÕES EM LAJE NERVURADA DEVIDO ÀS  
AÇÕES HUMANAS

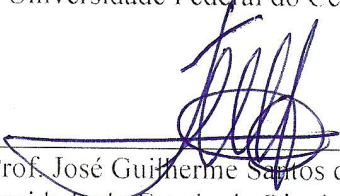
Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil: Estruturas e Construção Civil, da Universidade Federal do Ceará, como requisito parcial para obtenção do Título de Mestre em Engenharia Civil. Área de concentração: Estruturas.

Aprovada em 23 / 05 / 2012 .

BANCA EXAMINADORA

  
Profa. Tereza Dehyse Pereira de Araújo, Dra. (Orientadora)  
Universidade Federal do Ceará – UFC

  
Profa. Áurea Silva de Holanda, Dra.  
Universidade Federal do Ceará – UFC

  
Prof. José Guilherme Santos da Silva, Dr.  
Universidade do Estado do Rio de Janeiro UERJ

Dedico este trabalho.

A Deus, acima de tudo, por ter me dado a vida.

Aos meus pais, José e Valdete, pelo apoio, amor e dedicação.

A minha noiva, Giliane, pelo carinho e incentivo.

As minhas irmãs, Brígida e Yane, que sempre estiveram ao meu lado.

Aos meus sobrinhos, Arthur e Guilherme, pelas alegrias.

## **AGRADECIMENTOS**

Agradeço a Deus, que me deu vida, saúde e inteligência para que eu conseguisse trilhar o meu caminho e alcançar os meus objetivos.

Aos meus pais, José Cruz da Costa e Valdete Cláudio Vieira da Costa, que se dedicaram, apoiaram e me ensinaram a concretizar os meus sonhos.

A minha noiva, Giliane Lourenço Ferreira, por todo seu carinho e apoio. Que desde o vestibular sempre esteve ao meu lado me apoiando e me incentivando.

A professora, Tereza Denyse Pereira de Araújo, que com a sua ajuda foi de fundamental importância para a elaboração deste trabalho. Pela sua dedicação, atenção e incentivo.

Aos meus familiares, por sempre estarem ao meu lado me apoiando e me norteando nas minhas decisões.

A todos os professores que estiveram ao meu lado durante esses mais de dois anos de caminhada.

Aos meus amigos e amigas pelo incentivo.

Ao CNPq pelo apoio financeiro com manutenção da bolsa de auxílio.

E aos demais que, de alguma forma, contribuíram na elaboração desta dissertação.

“Construímos muros demais e pontes de menos.”

(Isaac Newton)

## RESUMO

Em Fortaleza, a utilização de lajes nervuradas de concreto armado em edifícios de múltiplos pavimentos é bem difundida, sendo essas edificações destinadas as mais diversas finalidades, como academias, supermercados, estacionamentos e unidades residenciais. Esse tipo de laje surgiu como uma alternativa para se vencer grandes vãos e reduzir o peso próprio das estruturas. Assim como as estruturas evoluíram, o comportamento das pessoas também foi se adaptando às modernidades. Hoje em dia é muito comum equipamentos de ginástica portáteis residenciais, como bicicletas ergométricas, pequenas camas elásticas, entre outros. É notório que também ocorreu uma disseminação de academias de ginástica em *Shopping Centers*, em pequenos centros comerciais e até em edifícios residenciais. Além do mais, não é só a atividade aeróbica que pode gerar vibrações em lajes. Outras atividades também podem, tais como uma simples reunião entre amigos para assistir a uma partida de futebol, crianças brincando, entre outros. O problema é que essas vibrações podem causar incômodo nas pessoas, dúvidas a respeito da segurança da estrutura, deslocamento de pisos e até, dependendo da intensidade das vibrações, risco de colapso. Portanto, o objetivo deste trabalho é analisar o comportamento dinâmico de lajes nervuradas de concreto armado quando submetidas a ações humanas rítmicas. Para tal, são realizados estudos paramétricos, utilizando o programa computacional SAP 2000 – v.14 (CSI, 2008). As lajes são modeladas por elementos finitos sólidos tridimensionais, a fim de obter naturalmente a excentricidade entre os elementos estruturais (mesa, nervura e viga de bordo). Os resultados são comparados entre si e com a análise estática destas lajes utilizando as cargas propostas por norma. Além disso, as respostas dinâmicas são comparadas a padrões normativos fornecidos pela NBR 6118 (ABNT, 2003) no que se refere às frequências naturais e a padrões internacionais no tocante ao conforto humano. As análises revelam que as lajes estão sujeitas a elevados picos de aceleração e velocidade.

**Palavras-chaves:** Laje nervurada. Análise dinâmica. Modelagem computacional. Conforto humano.



## ABSTRACT

In Fortaleza city, the use of ribbed concrete slabs in multi-storey buildings is widespread. These buildings are designed to many different purposes, such as gyms, supermarkets, parking and residential units. This floor slab type has appeared as an alternative to overcome longer floor spans and reduce self-weight of structures. As the structures evolved, people's behavior has also been adapting to modernity. Nowadays it is very common to use residential portable fitness equipment such as stationary bikes, mini elastic beds, among others. It is well-known the dissemination of gym centers in shopping centers, in little commercial centers and even in residential buildings. Moreover, the aerobic activity is not only that can generate vibrations in floor slabs. Other activities can cause vibrations too, such as a simple meeting between friends to watch a soccer game, children playing, among others. The vibrations in floor slab can cause discomfort on people, doubts about the structure safety, peeling floors and, depending on vibration intensity, collapse risk. Therefore, the objective of this study is to analyze the dynamic behavior of ribbed concrete floor slabs when submitted to rhythmic human actions. For this purpose, parametric studies are conducted, using the software SAP 2000 - v.14 (CSI, 2008). The ribbed floor slabs are modeled by three-dimensional solid finite elements, in order to get the eccentricity between the structural elements (table floor, ribbing, and edge beam). The results are compared between itself and the analysis static responses of these floor slabs using loads proposed by Brazilian code. In addition, dynamic results are compared with normative data provided by NBR 6118 (ABNT, 2003) in relation to natural frequencies and international standards about to human comfort. The analyses show that ribbed floor slabs are subjected to high peaks acceleration and velocity.

**Keywords:** Ribbed slab. Dynamic analysis. Computational modeling. Human comfort.

## LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 - As quatro fases do salto.....	21
Figura 2 - Laje de piso misto.....	21
Figura 3 - Laje Reduzcon. ....	22
Figura 4 - Modelo de laje Reduzcon. ....	22
Figura 5 - Modelagem da laje nervurada Reduzcon.....	23
Figura 6 - Modos de vibração para um dos modelos de laje modelada por Silva (2008). ....	23
Figura 7 - Discretização da laje da academia. ....	24
Figura 8 - Modos de vibração para uma das lajes modeladas por Costa e Araújo (2011).....	25
Figura 9 - Ensaio dinâmico com excitador.....	28
Figura 10 - Sistema estrutural da edificação. ....	32
Figura 11 - Tipos de laje.....	33
Figura 12 - Demonstração de laje nervurada convencional. ....	34
Figura 13 - Tipos de laje nervurada.....	35
Figura 14 - Laje nervurada com nervuras aparentes. ....	37
Figura 15 - Laje com nervura curva. ....	37
Figura 16 - Laje nervurada com forma em material cerâmico. ....	38
Figura 17 - Laje nervurada com nervura invertida. ....	38
Figura 18 - Lajes nervuradas duplas.....	38
Figura 19 - Laje nervurada com forma perdida em forma de tubo. ....	39
Figura 20 - Laje nervurada pré-fabricada. ....	39
Figura 21 - Laje voltterrana e treliçada. ....	40
Figura 22 - Laje mista de aço e concreto.....	41
Figura 23 - Comportamento da laje nervurada.....	42
Figura 24 - Exemplo de forma para laje nervurada (dimensões em cm).....	45
Figura 25 - Dimensões das lajes nervuradas. ....	45
Figura 26 - Tipos de carregamentos dinâmicos.....	47
Figura 27 - Sinal característico da FDN no tempo realizado por um indivíduo.....	53
Figura 28 - Características geométricas da laje nervurada. ....	54
Figura 29 - Laje real da academia e laje idealizada computacionalmente. ....	55
Figura 30 - Modelagem computacional da laje. ....	55
Figura 31 - Dimensões da LAJE A (dimensões em cm). ....	56
Figura 32 - Formas da LAJE A (dimensões em cm). ....	56

Figura 33 - Detalhe da laje nervurada. ....	57
Figura 34 - Indicação do prolongamento.....	57
Figura 35 - Exemplificação do prolongamento na V1. ....	58
Figura 36 - Dimensões da LAJE B. (Dimensões em cm).....	59
Figura 37 - Formas da LAJE B. (dimensões em cm). ....	59
Figura 38 - Seção transversal das vigas de bordo.....	60
Figura 39 - Variação da relação entre vãos para a LAJE A. (Dimensões em cm). ....	62
Figura 40 - Massa do sistema em relação a variação da viga de bordo.....	63
Figura 41 - Elemento sólido com oito nós.....	64
Figura 42 - Variação dos deslocamentos verticais em função da altura da viga de bordo.....	68
Figura 43 - Variação dos deslocamentos verticais em função da altura da viga de bordo.....	69
Figura 44 - Comparação entre LAJE A-I e LAJE B-I.....	70
Figura 45 - Orientação dos eixos.....	71
Figura 46 - Tensões $\sigma_{yy}$ da LAJE A-II com viga de 50. (Valores em MPa). ....	72
Figura 47 - Tensões $\sigma_{xx}$ da LAJE A-II com viga de 50. (Valores em MPa). ....	72
Figura 48 - Relação entre inércia da viga de bordo e relação entre vãos. ....	76
Figura 49 - Comparação entre LAJE A-I e LAJE B-I.....	76
Figura 50 - Relação entre vãos e frequências naturais. ....	77
Figura 51 - Comparação entre frequência e massa do sistema.....	77
Figura 52 - Frequências fundamentais da LAJE A-I em função do $f_{ck}$ .....	79
Figura 53 - Frequências naturais da LAJE A em função da espessura da mesa. ....	80
Figura 54 - Frequências e modos de vibração para a LAJE A-II (vigas de 50 cm). ....	81
Figura 55 - Frequências e modos de vibração para a LAJE A-II (vigas de 75 cm). ....	82
Figura 56 - Frequências e modos de vibração para a LAJE A-II (vigas de 100 cm). ....	83
Figura 57 - Diferentes tipos de amortecimento. ....	85
Figura 58 - Carregamentos dinâmicos.....	88
Figura 59 - Espectro de frequência do carregamento 5.....	90
Figura 60 - Espectro de frequência do carregamento 7.....	90
Figura 61 - Carga distribuída sobre a laje. ....	91
Figura 62 - Deslocamento em função do carregamento para a LAJE A-I. ....	92
Figura 63 - Deslocamentos da LAJE A-I e A-III. ....	93
Figura 64 - Carregamento 6 com densidade de 1,26 pessoas/m <sup>2</sup> . ....	93
Figura 65 - Razão entre deslocamento estático 5000 N/m <sup>2</sup> e o dinâmico (carregamento 6 com densidade de 1,26 pessoas/m <sup>2</sup> ).....	94

Figura 66 - Razão entre deslocamento estático 1979,82 N/m <sup>2</sup> e o dinâmico (carregamento 6)...	94
Figura 67 - Eixo coordenado para vibrações mecânicas em seres humanos.....	95
Figura 68 - Escala de sensibilidade humana à vibração proposta por Goldman.....	97
Figura 69 - Espectro de aceleração da LAJE A-I.....	98
Figura 70 - Velocidade da LAJE A-I devido aos carregamentos propostos.....	99
Figura 71 - Velocidade da LAJE B-I devido aos carregamentos propostos.....	100
Figura 72 - Aceleração da LAJE A-I devido aos carregamentos propostos.....	101
Figura 73 - Aceleração da LAJE B-I devido aos carregamentos propostos.....	102
Figura 74 - Aceleração na LAJE A-III com viga de bordo de 50 cm. ....	104
Figura 75 - Velocidade na LAJE A-III com viga de bordo de 75 cm. ....	105
Figura 76 - Velocidade na LAJE A-III com viga de bordo de 100 cm. ....	105
Figura 77 - Aceleração na LAJE A-III com viga de bordo de 75 cm. ....	106
Figura 78 - Aceleração na LAJE A-III com viga de bordo de 100 cm. ....	106
Figura 79 - Espectro de aceleração da LAJE A-III devido o carregamento 1.....	107
Figura 80 - Aceleração na LAJE A-III com viga de bordo de 50 cm. ....	109
Figura 81 - Aceleração na LAJE A-II com viga de bordo de 50 cm.....	109
Figura 82 - Aceleração na LAJE A-II com viga de bordo de 75 cm.....	110
Figura 83 - Espectro de aceleração devido o carregamento 3.....	111

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Tabela de tipologia de laje nervurada. ....	45
Tabela 2 - Parâmetros de projeto sugeridos para eventos rítmicos.....	49
Tabela 3 - Fator de carregamento dinâmico obtidos em ensaios. ....	49
Tabela 4 - Frequências e coeficientes de Fourier para a atividade aeróbica.....	49
Tabela 5 - Carregamento estimado durante eventos rítmicos.....	50
Tabela 6 - Valores para atividades padronizadas.....	51
Tabela 7 - Valores para a força dinâmica normalizada.....	52
Tabela 8 - Massa do sistema (laje + vigas) em função da altura das vigas.....	63
Tabela 9 - Largura do prolongamento das lajes.....	63
Tabela 10 - Número de elementos dos modelos analisados. ....	65
Tabela 11 - Deslocamentos verticais no centro da LAJE A em cm. ....	67
Tabela 12 - Deslocamentos translacionais no centro da LAJE B-I. (cm).....	69
Tabela 13 - Tensões máximas de tração e de cisalhamento obtidas para a LAJE A (em MPa). .....	71
Tabela 14 - Tensões máximas de compressão e de cisalhamento obtidas para a LAJE A (em MPa). ....	72
Tabela 15 - Tensões máximas de tração e cisalhamento obtidas para a LAJE B-I (em MPa). .....	73
Tabela 16 - Tensões máximas de compressão e cisalhamento obtidas para a LAJE B-I (em MPa). ....	73
Tabela 17 - Frequências críticas para alguns casos especiais de estruturas.....	74
Tabela 18 - Frequências naturais das LAJES A e B, conforme variação da inércia da viga de bordo e a relação entre vãos.....	75
Tabela 19 - Frequências naturais da LAJE A-I em função da resistência característica à compressão. ....	78
Tabela 20 - Frequências naturais da LAJE A-I em função da espessura da mesa.....	79
Tabela 21 - Amortecimento estrutural em função da utilização da estrutura.....	86
Tabela 22 - Valores comuns para taxa de amortecimento ( $\zeta$ ) para pisos onde se pratica esporte e dança. ....	87
Tabela 23 - Dados do carregamento. ....	87
Tabela 24 - Valor de pico da carga dinâmica. ....	89
Tabela 25 - Quantidade aproximada de pessoas sobre cada laje. ....	90

Tabela 26 - Deslocamentos máximos no centro da laje (cm). .....	91
Tabela 27 - Limites de percepção humana para vibrações verticais de pessoas em pé.....	96
Tabela 28 - Sensibilidade humana ao carregamento. ....	103
Tabela 29 - Sensibilidade humana ao carregamento (LAJE A-III).....	108
Tabela 30 - Sensibilidade humana ao carregamento. ....	110

## **LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS**

ABNT	Associação Brasileira de Normas e Técnicas
AISC	American Institute of Steel Construction
CEB	Comitê Euro-International Du Béton
ELS-VE	Estado Limite de Vibrações Excessivas
FDN	Força Dinâmica Normalizada
ISSO	International Standard Organization
MEF	Método dos Elementos Finitos
NBR	Norma Brasileira
PED	Pesquisa de Emprego e Desemprego
PRFV	Poliméricos Reforçados com Fibras de Vidro

## LISTA DE SÍMBOLOS

$a_{lim}$	Aceleração limite
$f_{ck}$	Resistência Característica à Compressão do concreto
$A$	Largura inferior da nervura
$B$	Largura superior da nervura
$C$	Altura da nervura
$D$	Distância entre nervuras (na parte inferior da nervura)
$E$	Distância entre nervuras (na parte superior da nervura)
$F$	Espessura da nervura
$P(t)$	Função da força do carregamento dinâmico no tempo
$w_p$	Peso estático da pessoa
$w_{pa}$	Peso estático da pessoa por unidade de área
$\alpha_i$	Coefficiente de Fourier do $i$ -ésimo harmônico ou fator de carregamento dinâmico
$f_p$	Frequência da atividade em Hz
$i$	Número do $i$ -ésimo harmônico
$n$	Número total de harmônicos
$t$	Instante de tempo em segundos
$\phi_i$	Diferença de fase entre o $i$ -ésimo harmônico e o primeiro ou ângulo de fase
$CD$	Coefficiente de defasagem
$K_p$	Coefficiente de impacto
$T$	Tempo da atividade em segundos
$T_c$	Período de contato em segundos
$\nu$	Coefficiente de Poisson
$I$	Momento de inércia
$b$	Largura da seção transversal
$h$	Altura da seção transversal
$E_{cs}$	Módulo de elasticidade secante do concreto
$L_x$	Vão no eixo $x$
$L_y$	Vão no eixo $y$
$P$	Largura do prolongamento entre a viga e a área modulada da laje nervurada
$L$	Vão da laje
$f_{ctk,inf}$	Resistência característica inferior do concreto à tração
$f_{ct,f}$	Resistência do concreto à tração na flexão



$\sigma_{xx}$	Tensão no eixo $x$
$\sigma_{yy}$	Tensão no eixo $y$
$\sigma_{zz}$	Tensão no eixo $z$
$\tau_{xy}$	Tensão de cisalhamento no plano $xy$
$\tau_{xz}$	Tensão de cisalhamento no plano $xz$
$\tau_{yz}$	Tensão de cisalhamento no plano $yz$
$f_{crit}$	Frequência crítica
$f_l$	Frequência própria da estrutura
$C$	Matriz de amortecimento
$M$	Matriz de massa
$K$	Matriz de rigidez
$\xi$	Taxa de amortecimento
$\alpha$	Taxa de contribuição da matriz de massa
$\beta$	Taxa de contribuição da matriz de rigidez
$\omega$	Frequência de vibração circular

## SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO.....	18
1.1	Generalidades .....	18
1.2	Estado da arte na análise de vibração em pisos.....	19
1.3	Objetivos.....	29
1.4	Metodologia .....	29
<b>1.4.1</b>	<b>Determinação da tipologia das lajes em Fortaleza/CE .....</b>	<b>29</b>
<b>1.4.2</b>	<b>Modelagem numérica computacional.....</b>	<b>29</b>
<b>1.4.3</b>	<b>Análise das lajes nervurada .....</b>	<b>30</b>
1.5	Escopo do trabalho .....	30
2	A LAJE NERVURADA.....	32
2.1	Lajes.....	32
2.2	Definições e parâmetros .....	33
2.3	Tipologia da laje nervurada .....	36
<b>2.3.1</b>	<b>Laje nervurada moldada no local .....</b>	<b>36</b>
<b>2.3.2</b>	<b>Laje nervurada pré-moldada .....</b>	<b>39</b>
<b>2.3.3</b>	<b>Laje mista de aço e concreto com forma metálica incorporada .....</b>	<b>40</b>
2.4	Comportamento da laje nervurada.....	41
2.5	Lajes nervuradas em Fortaleza/CE.....	43
<b>2.5.1</b>	<b>Tipologia da laje nervurada em Fortaleza.....</b>	<b>44</b>
3	CARGA ACIDENTAL DINÂMICA.....	47
4	DESCRIÇÃO DOS MODELOS .....	54
4.1	Características geométricas da laje real de projeto.....	54
<b>4.1.1</b>	<b>Modelagem da LAJE A.....</b>	<b>55</b>
4.2	Variação paramétrica .....	58
<b>4.2.1</b>	<b>Variação da modulação da laje - LAJE B .....</b>	<b>58</b>
<b>4.2.2</b>	<b>Inércia da viga de bordo .....</b>	<b>59</b>
<b>4.2.3</b>	<b>Espessura da mesa .....</b>	<b>60</b>
<b>4.2.4</b>	<b>Módulo de elasticidade .....</b>	<b>61</b>
<b>4.2.5</b>	<b>Relação entre vãos .....</b>	<b>61</b>
4.3	Modelagem numérica computacional.....	64
4.4	Carregamento.....	65
<b>4.4.1</b>	<b>Carga permanente .....</b>	<b>65</b>

4.4.2	<i>Carga accidental estática</i> .....	66
4.4.3	<i>Carga accidental dinâmica</i> .....	66
5	ANÁLISE ESTÁTICA.....	67
5.1	Análise dos deslocamentos.....	67
5.1.1	<i>LAJE A</i> .....	67
5.1.2	<i>LAJE B</i> .....	69
5.1.3	<i>Comparação entre LAJE A e LAJE B</i> .....	69
5.2	Análise das tensões.....	70
5.2.1	<i>LAJE A</i> .....	71
5.2.2	<i>LAJE B</i> .....	73
6	ANÁLISE DINÂMICA DE VIBRAÇÃO LIVRE.....	74
6.1	Análise de autovalores (frequências naturais).....	74
6.1.1	<i>Variação da inércia da viga de bordo e relação entre vãos</i> .....	75
6.1.2	<i>Variação da resistência característica à compressão do concreto</i> .....	78
6.1.3	<i>Variação da espessura da mesa</i> .....	79
6.2	Análise de Autovetores (modos de vibração).....	80
7	ANÁLISE DE VIBRAÇÃO FORÇADA.....	85
7.1	Amortecimento.....	85
7.2	Carregamento dinâmico.....	87
7.3	Análise dos deslocamentos.....	91
7.3.1	<i>Carregamento estático e dinâmico</i> .....	93
7.4	Análise do conforto humano.....	95
7.4.1	<i>Análise da LAJE A-I e LAJE B-I</i> .....	97
7.4.2	<i>Análise da LAJE A-III</i> .....	104
7.4.3	<i>Análise da LAJE A-II e LAJE A-III</i> .....	108
8	COMENTÁRIOS FINAIS.....	112
8.1	Sugestões para trabalhos futuros.....	114
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	116
	ANEXO A - Questionário utilizado nas entrevistas.....	121

# 1 INTRODUÇÃO

## 1.1 Generalidades

A construção civil gera uma grande quantidade de empregos no Brasil. De acordo com a Pesquisa de Emprego e Desemprego (2011), só na Região Metropolitana de Fortaleza, cerca de 10 mil postos de trabalho foram gerados por este setor em 2011. O problema é que para as empresas construtoras continuarem atuando no mercado e gerando empregos, elas precisam estar em constante processo de modernização, com novas técnicas construtivas que minimizem tempo e custos, sem deixar de lado a segurança. Nesse processo de modernização, o que normalmente estas empresas visam é o menor gasto com materiais, devido ao seu custo elevado.

Dependendo do tipo de laje adotada em uma edificação de vários pavimentos, o consumo de concreto dessas lajes pode chegar a quase dois terços do volume total de concreto utilizado na estrutura (DIAS, 2003). Assim, reduzindo a matéria prima utilizada, dentre outras medidas, é possível minimizar os gastos da construção, podendo desta forma oferecer produtos ao mercado com valores mais competitivos. Deste modo, com a necessidade de racionalização na construção civil e da redução de tempo e custos, a laje nervurada torna-se uma opção cada vez mais utilizada (BOCCHI JR, 1995).

Estudos comparativos entre tipos de lajes são extremamente recorrentes. Silva (2002) realizou um estudo comparativo entre lajes maciças, lisas e nervuradas. Considerando materiais, fôrmas, mão-de-obra e tempo de execução, ele constatou que o sistema de laje nervurada executada em forma de polipropileno foi a solução mais econômica.

Apesar das inovações na construção civil (novos mecanismos de construção e a utilização de novos materiais) visarem benefícios para o setor, com essas inovações surgem, às vezes, alguns problemas. Problemas esses que não existiam ou que não eram de grande importância e que, a partir de então, começaram a ganhar significativa relevância. Como é o caso das vibrações em lajes nervuradas induzidas por atividades humanas corriqueiras como caminhar, dançar, pular, correr...

Um fato notório é que as estruturas estão cada vez mais esbeltas, seja por motivos econômicos, como supracitado, seja por motivos arquitetônicos de otimização de espaços. Independente do motivo, a esbeltez das estruturas normalmente reduz a rigidez da peça estrutural tornando-a mais susceptível às vibrações, as quais podem gerar incômodo às

peças e, dependendo da frequência destas vibrações, podem até ocasionar o risco de colapso das estruturas.

Vibrações em pisos tem sido pauta de vários estudos acadêmicos, havendo na última década um aumento significativo no volume de pesquisas sobre o assunto (MIDDLETON; BROWNJOHN, 2008).

Entre os trabalhos de vibrações em pisos devido à atividade humana podem ser citados os de Faisca (2003), Murray, Allen e Ungar (2003), Varela (2004), Lima (2007), Mello *et al* (2007), Almeida (2008), Silva (2008) e Langer (2009).

As vibrações são mais perceptíveis nas lajes, devido estarem em contato direto com os usuários da edificação. É pensando nesse fato que esse trabalho se dedica a estudar a análise de vibrações em lajes nervuradas. Dentre outros motivos, sabe-se que:

- A utilização dessas lajes é muito difundida em edificações da cidade de Fortaleza/CE (DIÓGENES, 2006);
- Análises comprovam que algumas lajes nervuradas, podem apresentar desconformidade com a NBR 6118 (ABNT, 2003) em relação às frequências naturais para alguns casos de estrutura (LEITE *et al*, 2010; SILVA, 2008; COSTA; ARAÚJO, 2011), e para normas internacionais no que tange a picos de aceleração (SILVA, 2008).

## 1.2 Estado da arte na análise de vibração em pisos

A indústria aeronáutica foi pioneira em tentar dominar os problemas de vibração em estruturas, e em meados da década de 60, com o desenvolvimento dos computadores, novas técnicas de análise dinâmica foram surgindo, incluindo a discretização da estrutura pelo Método dos Elementos Finitos (SOMMER, 2002).

A vibração é um fenômeno mecânico pelo qual a estrutura apresenta movimento cíclico. Pode ser forçada, caso seja oriunda de um esforço externo, ou livre, caso não atuem forças externas na estrutura. Ela ainda pode ser amortecida, caso tenha mecanismos de absorção de energia, ou não amortecida, caso não tenha estes mecanismos.

As vibrações ocorrem na maior parte das estruturas e, quando elas são excessivas, podem causar desconforto nas pessoas, além de poderem levar as estruturas ao colapso. Elas podem ser geradas pelas mais diversas fontes, tais como o vento nas edificações, o caminhar de pessoas, máquinas funcionando e abalos sísmicos. Esses esforços são denominados de carregamento dinâmico, ou excitação dinâmica.

O carregamento dinâmico é aquele cuja magnitude varia no tempo, contrário ao carregamento estático, que é aplicado lentamente podendo-se dizer que não varia no tempo.

Para Silva (2008), o crescimento de problemas de vibração em lajes está relacionado ao fato de a grande maioria dos projetistas o desconsiderar no projeto estrutural. Ainda para aquele autor, os sistemas estruturais correntes na construção civil são analisados como se a carga, a qual a estrutura é solicitada, fosse aplicada lentamente (análise estática). Contudo, determinados carregamentos, como é o caso do tráfego de pessoas, não se enquadram nas hipóteses estáticas, os quais podem ser decisivos para representar o comportamento da estrutura.

As vibrações em lajes também podem ocorrer devido a utilização de certos equipamentos em fábricas e escritórios, os quais são sensíveis às vibrações. Howard e Hansen (2002) relatam a extensiva utilização das lajes nervuradas em fábricas de semicondutores, equipamentos esses extremamente sensíveis às vibrações.

Para Amick *et al* (1991), o carregamento dinâmico em pisos também pode provocar vibrações que podem afetar as atividades de equipamentos mecânicos que são suportados por esses pisos.

Para Howard e Hansen (2002), as normas que regem a construção civil, no tocante a projeto de edificações, tratam principalmente do carregamento estático e sísmico. Sendo que esses não são as únicas cargas atuantes nas edificações.

No início do século 20, houve um significativo aumento de pesquisas voltadas para as forças produzidas devido ao caminhar. Com o aumento das reclamações dos usuários de pisos de escritórios, devido à excitação humana, tem ocorrido um interesse renovado nos efeitos destas forças em grandes estruturas (MIDDLETON; BROWNJOHN, 2008).

Como já foi dito, as estruturas são, normalmente, projetadas para resistir a um carregamento estático. Contudo, na realidade, quando submetidas à plena utilização, estão sujeitas tanto a carregamento estático quanto dinâmico e, muitas vezes, este último é determinante no comportamento das mesmas.

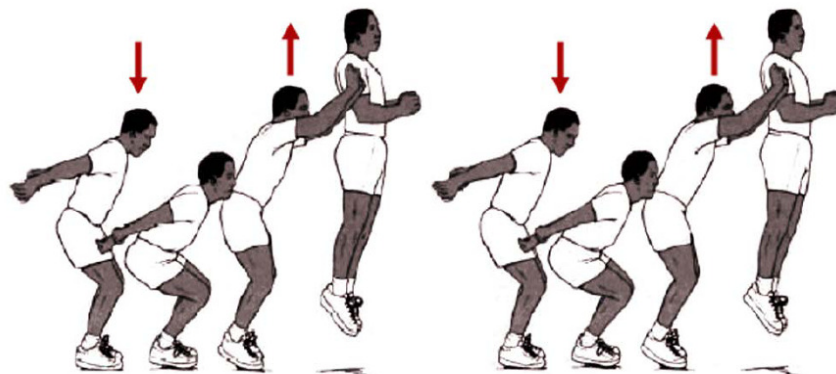
A própria NBR 6118 (ABNT, 2003, p. 172) esclarece que: “As ações dinâmicas podem provocar estados limites de serviços e estados limites últimos por vibrações excessivas [...]”.

As ações dinâmicas, foco deste trabalho, produzidas por atividades humanas rítmicas geram nas lajes esforços verticais e horizontais, sendo este último normalmente de pequena intensidade, e não interferindo nos verticais.

O caminhar humano gera esforços em várias direções. Em lajes de edifícios, a rigidez horizontal normalmente é suficientemente grande, podendo, desta forma, serem consideradas apenas as parcelas verticais (LIMA, 2007).

O interesse maior deste trabalho são as vibrações causadas pelo carregamento dinâmico gerado pelas atividades rítmicas do salto (Figura 1).

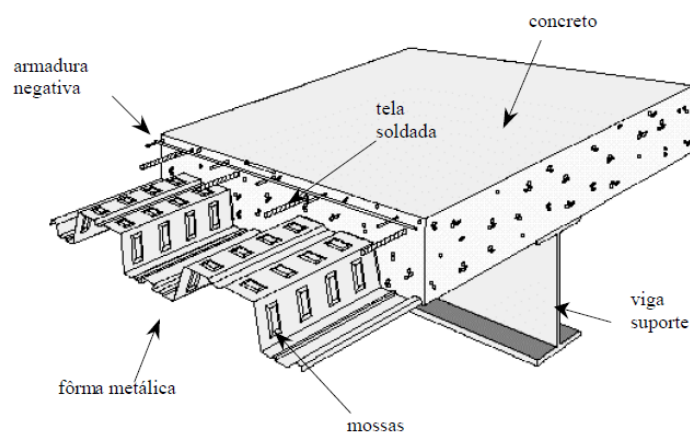
Figura 1 - As quatro fases do salto.



Fonte: Hamill e Knutzen (1999 *apud* SILVA, 2008).

Sommer (2002), utilizando um programa computacional via Método dos Elementos Finitos, submeteu uma laje mista de aço e concreto (Figura 2) a um carregamento rítmico que simulava a ação de pessoas. Foi utilizado o elemento de placa para modelar a laje de concreto e elementos tridimensionais de barra para modelar as vigas de aço, onde considerou a interação total entre laje e viga. O autor ainda realizou uma análise simplificada considerando o piso com apenas um grau de liberdade, para que, dessa forma, fosse possível obter a resposta máxima para o carregamento harmônico.

Figura 2 - Laje de piso misto.

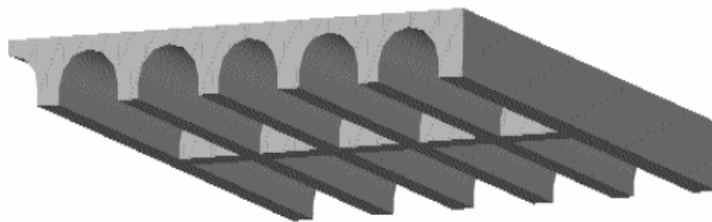


Fonte: Sommer (2002).

As principais conclusões de Sommer (2002) foram de que o modelo analisado apresentou resultados preocupantes para a aceleração do piso, pois foi observada aceleração superior ao estabelecido por norma para o conforto humano. A análise simplificada do piso mostrou ser válida como uma análise preliminar, mas que não substitui uma análise dinâmica mais apurada para a determinação dos esforços.

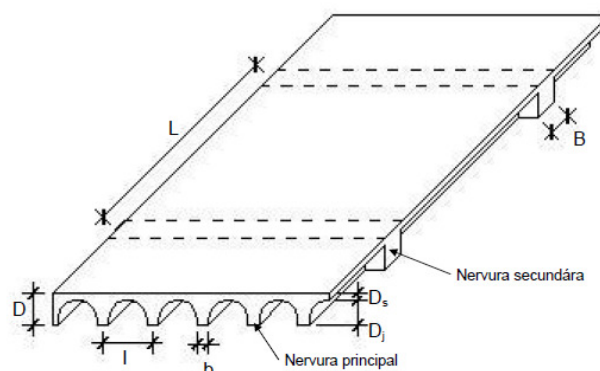
Silva (2008) desenvolveu um estudo sobre o comportamento estático e dinâmico de lajes nervuradas Reduzcon, com o objetivo de avaliar os deslocamentos e tensões, bem como a resposta dinâmica sob o ponto de vista do conforto humano. A ênfase do seu trabalho foi para análise dinâmica provocada por atividades aeróbicas, modeladas com base em resultados de testes experimentais que levam em conta o efeito de multidões. Segundo o autor, esse tipo de laje apresenta baixo consumo de material e peso próprio reduzido. O sistema utiliza cubas metálicas de forma cilíndricas invertidas que suportam o concreto da laje e define a forma final da estrutura, como mostra a Figura 3. A laje é composta por nervuras nas duas direções: nervuras principais e secundárias (Figura 4), as quais trabalham conjuntamente dando rigidez à estrutura. Esta laje foi modelada numericamente utilizando elementos sólidos no programa computacional ANSYS (2005) por meio do Método dos Elementos Finitos, cuja discretização é mostrada na Figura 5.

Figura 3 - Laje Reduzcon.



Fonte: Silva (2008).

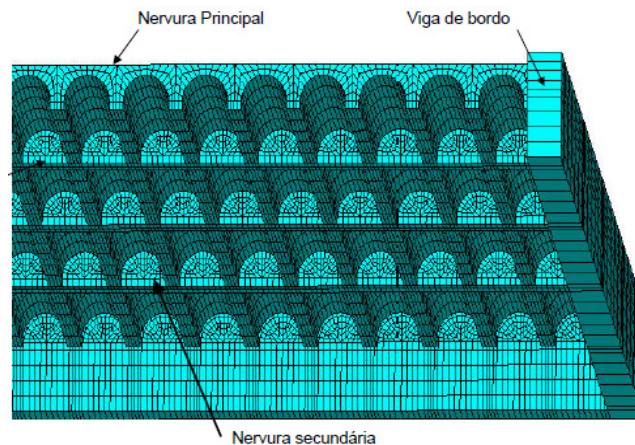
Figura 4 - Modelo de laje Reduzcon.



Fonte: Silva (2008).



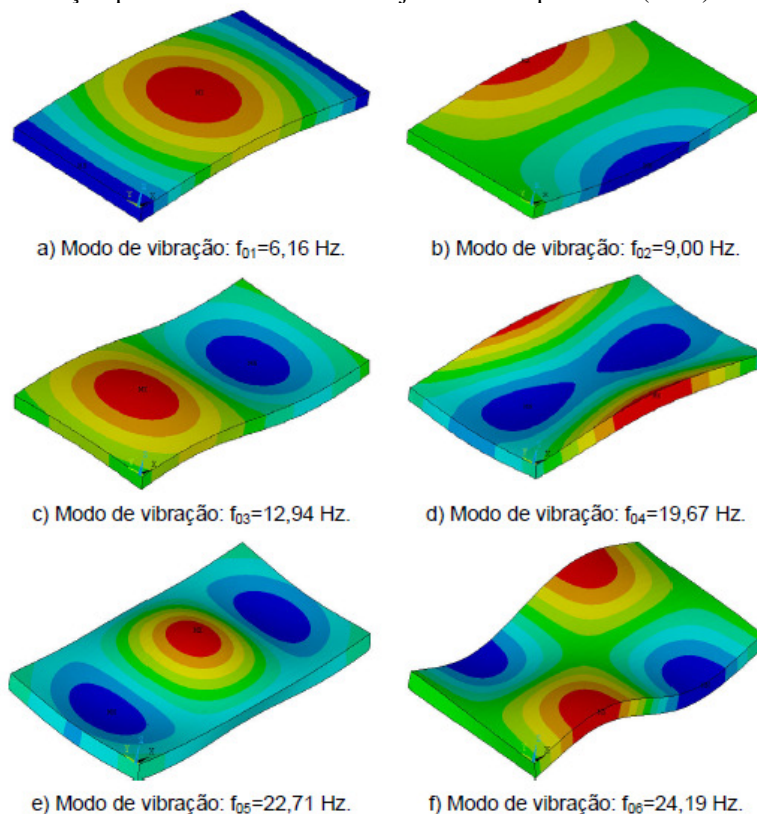
Figura 5 - Modelagem da laje nervurada Reduzcon.



Fonte: Silva (2008).

A frequência fundamental mais baixa obtida por Silva (2008) foi da ordem de 6 Hz (Figura 6). Frequência essa abaixo da frequência crítica para um ginásio de esportes (8 Hz) e para salas de dança ou de concerto sem cadeiras fixas (7 Hz), segundo valores estabelecidos pela NBR 6118 (ABNT, 2003). Segundo o autor, a aceleração máxima dos modelos foram, em alguns casos, superiores ao estabelecido em normas internacionais ( $a_{lim} = 0,5 \text{ m/s}^2$ ).

Figura 6 - Modos de vibração para um dos modelos de laje modelada por Silva (2008).

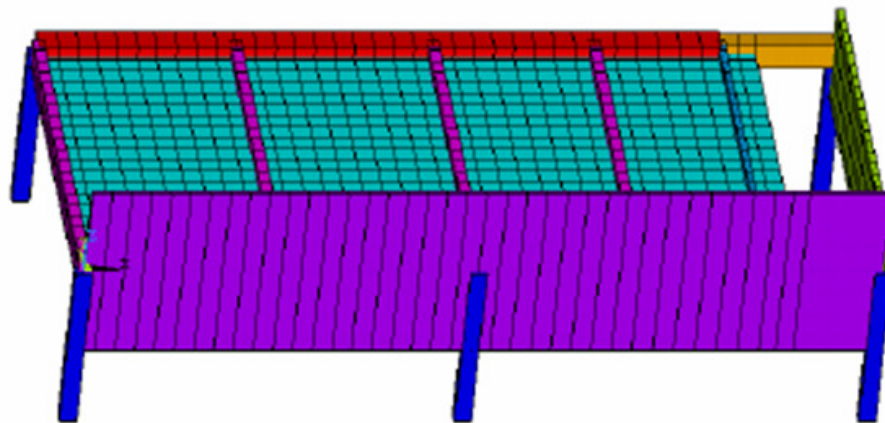


Fonte: Silva (2008).

Howard e Hansen (2002), pensando em equipamentos sensíveis às vibrações, desenvolveram um modelo matemático analítico para analisar vibrações em lajes e a transmissão dessas vibrações ao longo da laje nervurada. Os resultados dessa solução analítica foram comparados com os de elementos finitos, utilizando um programa de modelagem, e com resultados experimentais de edificações. O modelo mostrou estar de acordo para os deslocamentos no centro dos vãos das lajes, bem como que ocorre uma atenuação das vibrações com o aumento da distância da origem delas. Os autores concluíram que o modelo matemático é válido e pode ser utilizado, entre outras coisas, para otimizar a rigidez das colunas que suportam as lajes.

Como se pode ver, o estudo dinâmico de lajes é uma preocupação corrente. Lima (2007) realizou uma análise dinâmica em uma laje maciça de uma academia de ginástica localizada na cidade de Brasília, Brasil. Neste trabalho foi avaliada a resposta dinâmica da laje maciça submetida a carregamento oriundo de atividades humanas. A estrutura foi modelada pelo Método dos Elementos Finitos (Figura 7) utilizando o programa computacional ANSYS 5.4 (1995) e analisada de forma estática e dinâmica.

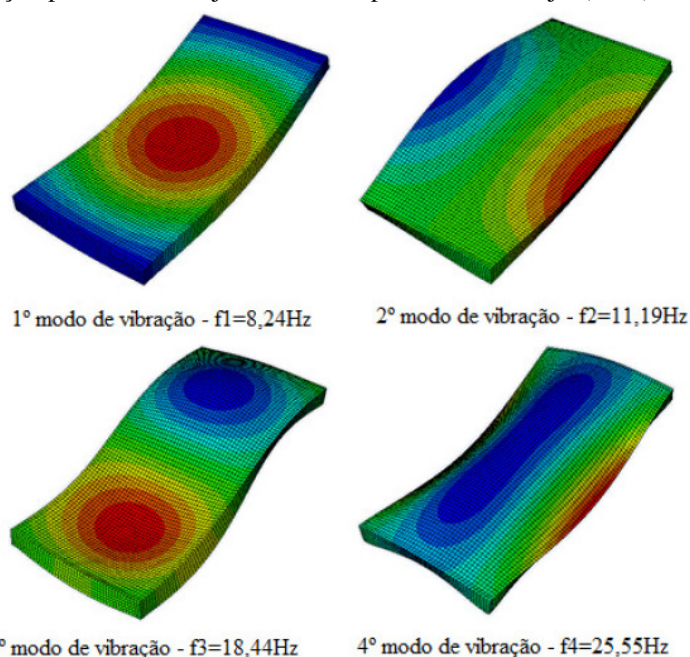
Figura 7 - Discretização da laje da academia.



Fonte: Lima (2007).

Costa e Araújo (2011) analisaram o comportamento estático e dinâmico de lajes nervuradas de concreto armado quando submetidas a ações humanas rítmicas. As análises foram realizadas utilizando o programa computacional ABAQUS (SIMULIA, 2007), cujas lajes foram modeladas por elementos finitos sólidos tridimensionais. Os resultados obtidos foram comparados a padrões normativos fornecidos pela NBR 6118 (ABNT, 2003) no que se refere às frequências naturais (Figura 8) e a normas internacionais no tocante ao conforto humano.

Figura 8 - Modos de vibração para uma das lajes modeladas por Costa e Araújo (2011).



Fonte: Costa e Araújo (2011).

Hechler *et al* (2008) estudaram as vibrações induzidas por pessoas em piso. Segundo os autores, a percepção das vibrações é um sentimento individual e depende de vários aspectos, podendo-se citar a idade e a saúde das pessoas, a postura (em pé, deitado ou sentado), a relação entre a origem das vibrações e as pessoas, as frequências e as amplitudes das vibrações entre outros.

Middleton e Brownjohn (2008) realizaram uma revisão de literatura sobre os procedimentos de estimativa da resposta de pisos para a ação do caminhar. Os autores relatam que, nos últimos 100 anos, a forma de analisar os pisos foi evoluindo e, com isso, as vibrações nos pisos começaram a ganhar importância, devido aos seguintes motivos:

- A evolução da engenharia permitiu a utilização de pisos mais leves e com vãos maiores;
- Antigamente, os escritórios tinham estantes com papéis, hoje os computadores aboliram essa prática. Ou seja, houve redução de massa não estrutural suportada pelos pisos;
- Os equipamentos médicos, de fábricas e escritórios tornaram-se mais sensíveis às vibrações.

Leite *et al* (2010) pesquisaram sobre o comportamento estático e dinâmico de lajes nervuradas de concreto armado em regime de serviço. Neste trabalho, os autores analisaram os efeitos das vigas de bordo sobre a resposta estática (deslocamentos e esforços) e

dinâmica (frequências naturais e modos de vibração). No trabalho foi utilizado o programa de elementos finitos ANSYS (2003).

A principal observação de Leite *et al* (2010, p. 7) foi que: “ [...]conclui-se que o efeito das vigas de bordo influencia diretamente nos valores das frequências naturais, mas não possui influência significativa, no que tange as formas modais dos modelos [...]”

Desta forma, fica evidenciado o efeito da flexibilidade dos apoios (efeito das vigas de bordo) na resposta estática e dinâmica das lajes nervuradas de concreto armado, sendo esse efeito importante no cálculo dos esforços (momentos), deslocamentos e na avaliação das frequências naturais da estrutura, assim minimizando os problemas de vibrações excessivas (LEITE *et al*, 2010).

Amick *et al* (1991) realizaram estudos sobre vibrações em pisos de concreto armado, que, segundo eles, podem ser divididos em duas categorias genéricas: pisos suspensos por pilares e pisos apoiados sobre o solo. Verifica-se, contudo, que este último tem o seu comportamento dinâmico pouco documentado na literatura, quando comparado com os pisos suspensos. Os referidos autores ainda discutem sobre critérios de vibrações, tipos de piso, interação laje-pilar e também mostram uma comparação de custos unitários de vários tipos de lajes.

Amick e Bayat (1998) realizaram uma breve revisão sobre as propriedades dinâmicas dos pisos e dos efeitos da interação laje-pilar na rigidez da estrutura.

Pensando no problema de vibrações induzidas por atividades humanas, Junges (2010) estudou o comportamento estrutural de uma laje mista composta de capa de concreto e perfis em I poliméricos reforçados com fibras de vidro (PRFV), utilizada em passarelas. Em suas análises experimentais o autor obteve níveis intoleráveis de picos de aceleração.

Almeida (2008) realizou um estudo sobre os efeitos do carregamento dinâmico em uma laje de restaurante, sendo essa laje uma estrutura mista de concreto e aço suportada por treliças metálicas. Com base em seus experimentos, o autor concluiu que as atividades rítmicas podem gerar picos de aceleração que extrapolam os limites estabelecidos por normas internacionais no tocante ao conforto humano.

O estudo das vibrações em estruturas não se restringe unicamente a estudar o fenômeno físico em si, mas também a propor soluções para reduzir essas vibrações. Como é o caso da pesquisa realizada por Torres (2010) na utilização de sistemas passivos de absorção para reduzir vibrações.

Não se pode falar de vibrações em estruturas sem falar de conforto humano. Desta forma, Pereira e Neves (2006) realizaram estudos sobre a influência das vibrações

verticais sobre a percepção e o conforto humano. Os autores, através de experimentos simulados em laboratório, obtiveram curvas de percepção e conforto humano em relação às vibrações verticais. Em seus estudos, eles também consideraram os efeitos da postura. Os testes foram realizados com 30 voluntários, sendo 15 homens e 15 mulheres, e foram divididos em três partes. Nos experimentos, os voluntários foram submetidos a vibrações verticais senoidais com frequência entre 12 a 80 Hz. No primeiro experimento foi determinado o limite de percepção à vibração, que é obter o valor mínimo de aceleração que uma pessoa pode perceber. O segundo experimento teve o objetivo de determinar o intervalo de incerteza das respostas da percepção às vibrações, ou seja, as pessoas não têm certeza se podem detectar o estímulo vibratório. Já o terceiro teste teve o objetivo de determinar a relação entre o limite de conforto e o de percepção. Entre as principais conclusões dos autores está o fato de não haver diferença relevante entre a percepção masculina e a feminina e de que a postura, sentado ou em pé, interfere nos limites da percepção humana, sendo que a posição sentada é a que oferece maior sensibilidade às pessoas. Outra conclusão relevante é o fato de que para ambientes residenciais o limite de conforto está entre 2 a 4 vezes superior ao limite de percepção, sendo que a razão entre conforto e percepção aumenta com a frequência. Os resultados obtidos neste trabalho foram comparados com os valores propostos pela norma internacional ISO 2631-2 (1989).

Nos resultados obtidos, fica nítida a redução da sensibilidade das pessoas para frequências mais elevadas. [...] A diminuição das amplitudes do movimento para frequências mais elevadas torna a vibração mais difícil de ser detectada, reduzindo-se a sensibilidade das pessoas. (PEREIRA; NEVES, 2006, p. 6).

Mello *et al* (2007) avaliaram o conforto humano ao caminhar em pisos de edificações. Neste trabalho, os vãos dos pisos variavam entre 5 e 10 m e a rigidez dos pilares era considerada. O trabalho foi desenvolvido utilizando o programa ANSYS (1998), via Método dos Elementos Finitos. Segundo os autores, o caminhar das pessoas pode gerar níveis de vibração que não satisfazem aos critérios de conforto humano, ou seja, nas análises o limite da norma internacional ISO 2631-2 (1989) para as acelerações de pico foi ultrapassado.

Observa-se que o conforto humano em pisos de grandes vãos, submetidos a carregamento vibratório induzido por pessoas, vem tornando-se um importante parâmetro para avaliar as estruturas (XUEWEI *et al*, 2008).

Langer (2009), sob a ótica do conforto humano, estudou o comportamento dinâmico de pisos compostos de laje de concreto armado e vigas de aço em seção I. O modelo

estrutural foi analisado com dois, três e quatro pavimentos, cujos resultados mostraram que as atividades humanas rítmicas podem gerar picos de aceleração que violam critérios de projeto no que diz respeito ao corpo humano.

Alguns estudos não tratam diretamente da análise de vibrações em lajes nervuradas, mas demonstram a preocupação da classe acadêmica no estudo dinâmico das estruturas, como é o caso de Nóbrega (2004) que realizou estudos experimentais (Figura 9) e numéricos por elementos finitos (dinâmico e estático) em estruturas pré-moldadas de concreto. O trabalho do autor se dedicou a estudar o vínculo de elementos pré-moldados na influência de alterações de parâmetros modais, tais como frequências naturais, modos de vibração e fatores de amortecimento. A principal conclusão do autor foi de que é viável a utilização de testes de vibração, não destrutivos, para determinar a rigidez das ligações de estruturas pré-moldadas. O autor ainda enfatiza o fato de que o modelo computacional a ser adotado, deve corresponder às corretas condições de contorno da estrutura real.

Figura 9 - Ensaio dinâmico com excitador.



Fonte: Nóbrega (2004).

Mais uma vez a análise dinâmica de estruturas sujeitas à excitação proveniente da ação humana é o foco de estudos. Barros e Rios (2010) buscaram simular o comportamento dinâmico por elementos finitos, utilizando o programa SAP 2000 (CSI, 2005), de uma passarela de pedestre quando em plena utilização. A passarela é um projeto que contempla a BR-116, no município de Esteio, no estado do Rio Grande do Sul. Duas análises foram realizadas: a de vibração livre para obtenção das frequências naturais e os seus respectivos modos de vibração; e a de vibração forçada, devido ao comportamento de pedestres caminhando, correndo e pulando sobre a passarela. O objetivo dessa análise foi o de avaliar o comportamento da passarela quanto à sua flexibilidade e ao conforto humano. Os autores concluíram, principalmente, que a ação de saltar é uma atividade extremamente danosa para a

estrutura, devendo a mesma ser contemplada em projeto. Este fato é corroborado mesmo quando esta ação é executada por uma única pessoa situada no meio do vão central da estrutura, pois esta provoca o dobro da aceleração permitida para o conforto humano, portanto, a passarela apresenta grande flexibilidade.

### **1.3 Objetivos**

O objetivo deste trabalho é analisar o comportamento de uma laje nervurada real, tipicamente utilizada em construções em Fortaleza, cujo espaço é destinado a uma academia, ou seja, sujeita a atividades humanas rítmicas.

Para alcançar o objetivo geral, as seguintes metas são cumpridas:

- Delimitação das tipologias das lajes nervuradas (altura das nervuras, espessura da mesa e da nervura das lajes) que são utilizadas em edificações na Capital Cearense, com base em entrevistas a projetistas renomados.
- Verificação da influência de alguns parâmetros na resposta das lajes, como por exemplo, a inércia das vigas de bordo.

### **1.4 Metodologia**

Este trabalho compreende a análise de laje nervurada devido ao carregamento dinâmico, esperando trazer uma contribuição para as práticas de engenharia e para pesquisadores do tema. Para o desenvolvimento deste trabalho as seguintes etapas foram adotadas.

#### ***1.4.1 Determinação da tipologia das lajes em Fortaleza/CE***

Foi realizada uma pesquisa sobre o tema através de dados bibliográficos e entrevistas a engenheiros que trabalham elaborando projetos estruturais na Capital Cearense.

#### ***1.4.2 Modelagem numérica computacional***

As lajes analisadas são modeladas computacionalmente utilizando o programa computacional SAP 2000 – v.14 (CSI, 2008). Esse programa realiza análise dinâmica, linear e não linear, utilizando o Método dos Elementos Finitos (MEF).



### 1.4.3 *Análise das lajes nervurada*

As lajes modeladas são analisadas estática e dinamicamente através de estudos paramétricos a fim de se compreender o comportamento desse tipo de laje quando em vibração livre e quando solicitadas por cargas dinâmicas devido a atividades aeróbicas.

## 1.5 Escopo do trabalho

O presente estudo está dividido em oito capítulos a seguir discriminados.

O primeiro capítulo é a introdução. Nela estão as primeiras informações sobre este trabalho, ou seja, a contextualização do tema, os objetivos e a descrição de como está estruturado o presente trabalho.

O segundo capítulo abrange os conceitos gerais sobre as lajes nervuradas, pois são expostas definições e parâmetros normativos sobre as mesmas. Neste capítulo também é realizado um estudo sobre as tipologias de laje nervurada encontradas no mercado da construção civil, além de historiar sobre a utilização destas em Fortaleza. Realiza-se ainda um estudo, através de entrevistas a alguns dos principais engenheiros que trabalham com projetos estruturais, sobre as tipologias de lajes nervuradas encontradas na Capital Cearense. As entrevistas objetivaram coletar dados para saber quais os tipos de lajes mais utilizados em Fortaleza possibilitando assim a definição das características da laje a ser estudada neste trabalho, além de proporcionarem maior embasamento para o mesmo.

O terceiro capítulo trata da modelagem da carga dinâmica, onde os modelos matemáticos propostos por diversos autores, que procuram reproduzir as ações humanas sobre lajes, são apresentados, como por exemplo, Bachmann *et al* (1995).

O quarto capítulo trata da descrição dos modelos da laje nervurada em estudo. São definidas suas propriedades físicas e geométricas, tais como, propriedades mecânicas do concreto, relação entre vãos, condições de bordo, carregamento adotado, entre outros.

No quinto capítulo é realizada a análise estática, a fim de conhecer o comportamento da estrutura quando submetida a carregamento estático, utilizando a carga referente a ginásio de esportes, conforme recomenda a NBR 6120 (ABNT, 1980). Dessa análise são obtidas as deformações e tensões que solicitam a estrutura, servindo ainda como modelo de comparação para as análises dinâmicas.

No sexto capítulo é realizada uma análise de vibração livre, que consiste na obtenção dos autovalores (frequências naturais) e de seus respectivos autovetores (modos de



vibração), a fim de comparar os resultados obtidos com os valores das frequências críticas recomendadas pela norma brasileira de concreto NBR 6118 (ABNT, 2003).

O sétimo capítulo trata da análise de vibração forçada, cujos resultados são comparados com os obtidos da análise estática quanto aos deslocamentos. Esta análise também permite avaliar o comportamento das lajes nervuradas quanto ao conforto humano, quando estas são submetidas a carregamentos dinâmicos típicos de atividades aeróbicas. Neste caso, são verificados os picos de aceleração e velocidade, pois o nível destes picos determina o nível de desconforto provocado nas pessoas, segundo padrões internacionais.

Por fim, no oitavo capítulo são realizadas as considerações finais (principais conclusões deste trabalho) e sugestões para trabalhos futuros.

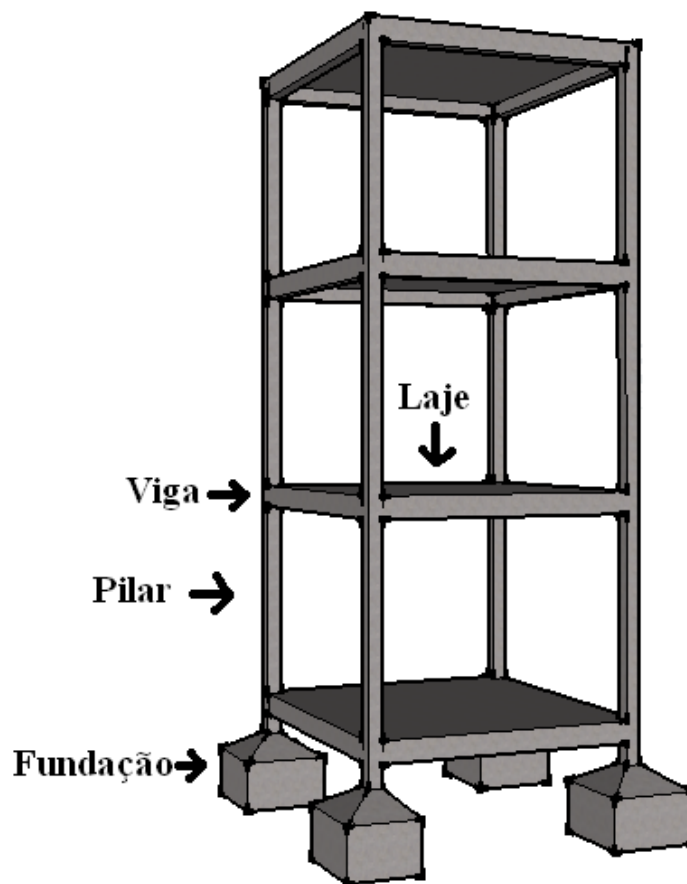
## 2 A LAJE NERVURADA

Neste capítulo são discutidos os principais conceitos e definições sobre lajes nervuradas.

### 2.1 Lajes

O sistema estrutural das edificações é composto, normalmente, por lajes, vigas, pilares e fundações (Figura 10). Cada elemento tem a finalidade básica de captar e transmitir os esforços para outro elemento ou para o solo, além de resistir ao peso próprio. A laje é um elemento plano cuja dimensão relativa à espessura é muito menor do que as outras duas dimensões. A laje é uma estrutura que recebe diretamente os esforços provenientes da utilização do pavimento, como o peso dos móveis, das pessoas, das paredes, dos equipamentos eletrônicos, entre outros.

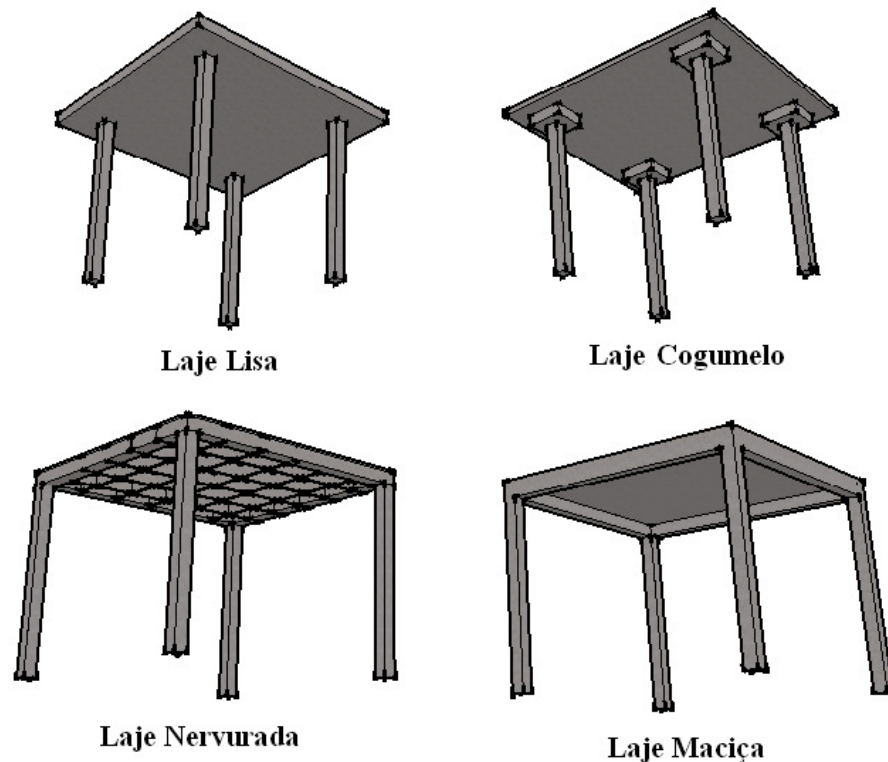
Figura 10 - Sistema estrutural da edificação.



Fonte: O autor.

No mercado da construção civil é possível observar diversas tipologias de laje, sendo que o projetista estrutural utiliza a que lhe for mais conveniente. A NBR 6118 (ABNT, 2003) apresenta quatro tipos de lajes, a saber: laje lisa, laje cogumelo, laje nervurada e laje maciça (Figura 11).

Figura 11 - Tipos de laje.



Fonte: O autor.

Lajes maciças são aquelas onde toda a espessura é composta por concreto, contendo nelas as armaduras necessárias para resistir às solicitações. Normalmente são apoiadas em vigas ou paredes. Segundo a NBR 6118 (ABNT, 2003), lajes cogumelo são lajes apoiadas diretamente em pilares com capitéis. As lajes lisas, por sua vez, são apoiadas diretamente nos pilares sem capitéis. As lajes nervuradas são lajes cuja zona de tração para momentos positivos estão localizadas nas nervuras.

## 2.2 Definições e parâmetros

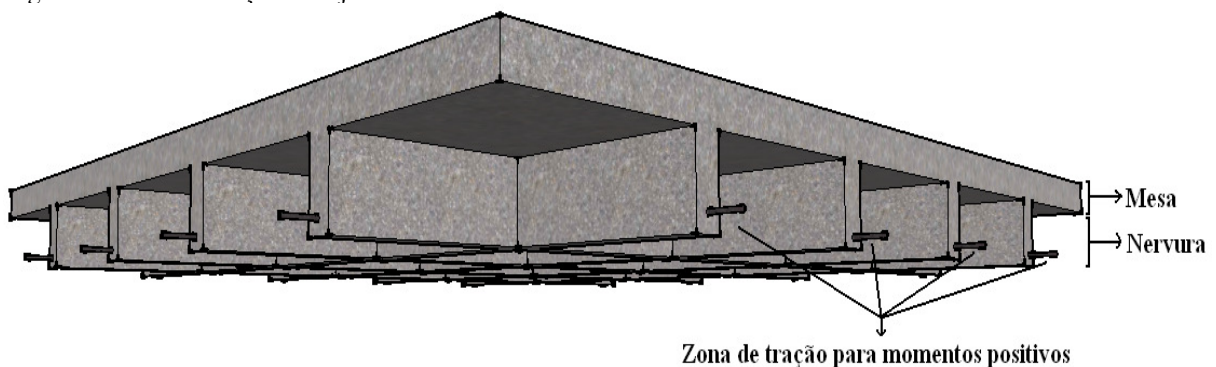
Segundo a NBR 6118 (ABNT, 2003, p. 86): “lajes nervuradas são lajes moldadas no local ou com nervuras pré-moldadas, cuja zona de tração para momentos positivos está localizada nas nervuras entre as quais pode ser colocado material inerte”.

A laje com nervura pré-moldada deve atender, além da NBR 6118 (ABNT, 2003), a prescrições normativas brasileiras específicas (ver item 2.3.2).

De acordo com Silva (2002), os materiais inertes mais comuns utilizados na construção de lajes nervuradas são os blocos de poliestireno expandido, os blocos de concreto celular autoclavado e os tijolos cerâmicos.

A laje nervurada de concreto armado sem material inerte (Figura 12) é composta de mesa e nervura, onde nesta última estão os materiais que resistirão aos esforços de tração.

Figura 12 - Demonstração de laje nervurada convencional.



Fonte: O autor.

A NBR 6118 (ABNT, 2003), no item 13.2.4.2, estabelece parâmetros para o projeto de laje nervurada, os quais são:

- A espessura da mesa (Figura 12) deve ser maior ou igual a  $1/15$  da distância entre nervuras e não menor que 3 cm quando não houver tubulações horizontais embutidas;
- Quando existirem tubulações embutidas de diâmetro máximo igual a 12,5 mm, o valor mínimo absoluto da espessura da mesa deve ser 4 cm;
- A espessura das nervuras (Figura 12) não deve ser inferior a 5 cm;
- Nervura com espessura menor que 8 cm não deve conter armadura de compressão.

Para os projetos de laje nervurada, o mesmo item 13.2.4.2 ainda estabelece que:

- a) Para lajes com espaçamento entre eixos de nervura menor ou igual a 65 cm, pode ser dispensada a verificação da flexão da mesa, e para a verificação do cisalhamento da região da nervura, permite-se a consideração dos critérios de laje;
- b) Para lajes com espaçamento entre eixos de nervuras entre 65 cm e 110 cm, exige-se a verificação da flexão da mesa e as nervuras devem ser verificadas ao

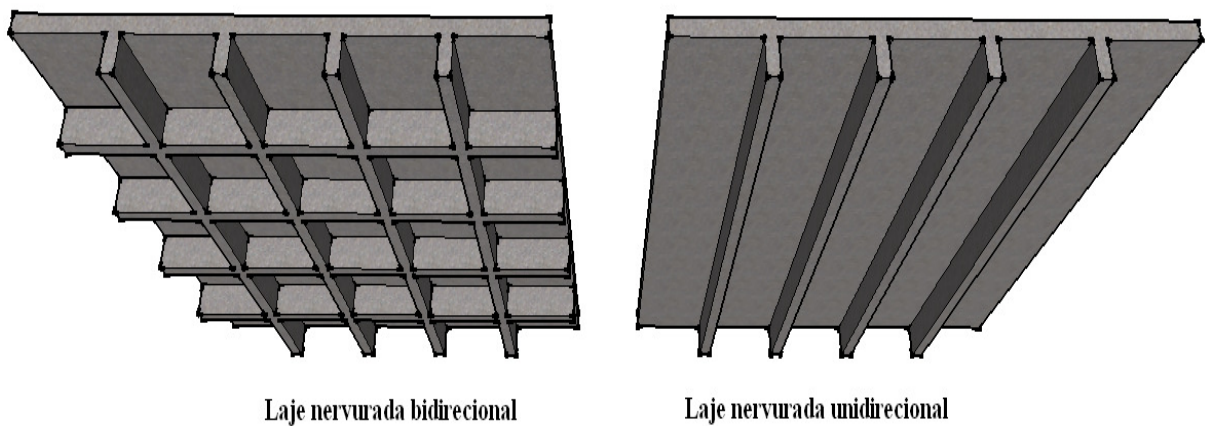
cisalhamento como vigas; permite-se essa verificação como laje se o espaçamento entre eixos de nervuras for até 90 cm e a largura média das nervuras for maior que 12 cm;

- c) Para lajes nervuradas com espaçamento entre eixos de nervura maior que 110 cm, a mesa deve ser projetada como laje maciça, apoiada na grelha de vigas, respeitando-se os limites mínimos de espessura.

De acordo com as determinações normativas da NBR 6118 (ABNT, 2003), todas as prescrições para estruturas de laje maciça (elemento de placa) podem ser consideradas para as lajes nervuradas desde que os preceitos supracitados nos itens a) e b) (item 13.2.4.2 da mesma norma) sejam atendidos. Quando esses critérios de segurança não forem atendidos, ou seja, quando não for possível verificar a segurança das lajes nervuradas pelos mesmos critérios das lajes maciças, deve-se analisar a laje nervurada considerando a mesa como laje maciça e apoiada em grelha de vigas.

A NBR 6118 (ABNT, 2003) ainda considera que as nervuras da laje nervurada podem ser unidirecionais ou bidirecionais (Figura 13). A unidirecional deve ser calculada segundo as direções das nervuras, desprezando a rigidez à torção e a rigidez transversal. Já a bidirecional pode ser calculada como laje maciça, para o efeito de esforços solicitantes.

Figura 13 - Tipos de laje nervurada.



Fonte: O autor.

Na literatura é possível encontrar diversas definições para laje nervurada, contudo todas basicamente tentam demonstrar a funcionalidade da laje (zona de tração e compressão). A seguir, são citadas algumas destas definições.

Lajes nervuradas são lajes que tentam reduzir o peso próprio eliminando parte do concreto que se encontra tracionado e agrupando a armadura que resiste à tração em faixas chamadas de nervuras (SILVA, 2008).

Assim, para reduzir o peso próprio da laje elimina-se parte do concreto abaixo da linha neutra (zona tracionada), já que, no dimensionamento, costuma-se desprezar a resistência à tração desse concreto, deixando apenas o cobrimento necessário para proteger a armadura tracionada e fazer com que a estrutura trabalhe monoliticamente. É diante dessa ideia que surge a laje nervurada (STRAMANDINOLI, 2003).

Os motivos que levam os engenheiros a optarem por esse tipo de laje são vários. Ela pode ser utilizada para vencer grandes vãos (SILVA, 2005), permitir o uso de divisórias flexíveis (COELHO; SOUSA; GRECO, 2010), reduzir o peso da estrutura (ARAÚJO, 2005; SILVA, 2008), porque a laje maciça pode ser antieconômica (STRAMANDINOLI, 2003), e / ou simplesmente porque a construtora adotou esse tipo de laje para todas as edificações de sua competência, ou seja, por motivo logístico. Além do mais, a laje nervurada executada com forma de polipropileno demonstra ser uma solução bastante econômica em comparação com outros tipos de laje (SILVA, 2002).

## **2.3 Tipologia da laje nervurada**

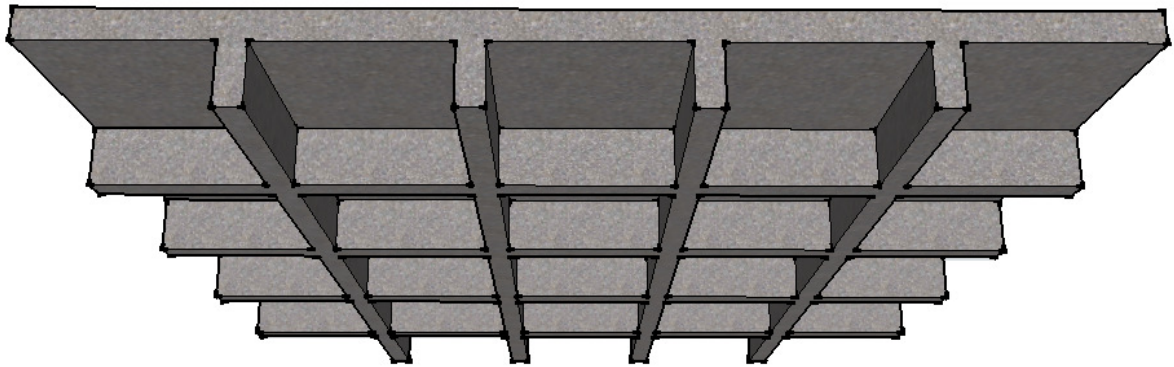
Existem dois tipos de lajes nervuradas, classificadas segundo o modo de fabricação, que são: as moldadas no local e as pré-moldadas, conforme a NBR 6118 (ABNT, 2003). Há ainda várias tipologias para estas lajes, que são mostradas a seguir. Por tipologia, segundo Bocchi Jr. e Giongo (2010), entende-se como as diferentes modalidades de lajes nervuradas encontradas no mercado.

### ***2.3.1 Laje nervurada moldada no local***

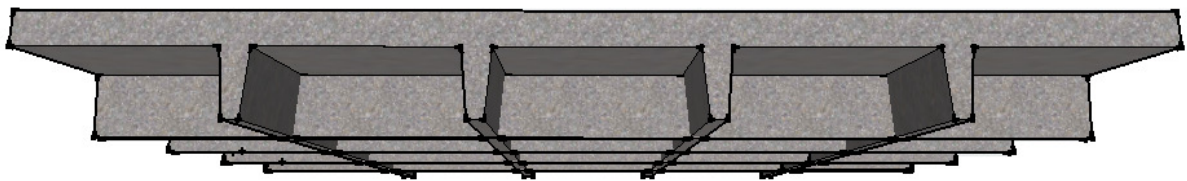
As lajes moldadas no local são aquelas construídas em sua totalidade já no local definitivo. As tipologias desse tipo de laje variam pelos mais diversos motivos, a saber: pelas características dos esforços que a laje resistirá; se utilizado ou não material inerte entre as nervuras; e pelo tipo de material inerte utilizado, entre outros fatores. A seguir são apresentadas algumas tipologias desse tipo de laje.

A laje nervurada cujas nervuras são aparentes podem apresentar as faces das nervuras inclinadas ou não (Figura 14 - a). As nervuras inclinadas, por sua vez, têm a finalidade de facilitar a desforma da laje (Figura 14 - b).

Figura 14 - Laje nervurada com nervuras aparentes.



( a ) - Laje nervurada com nervuras não inclinadas.

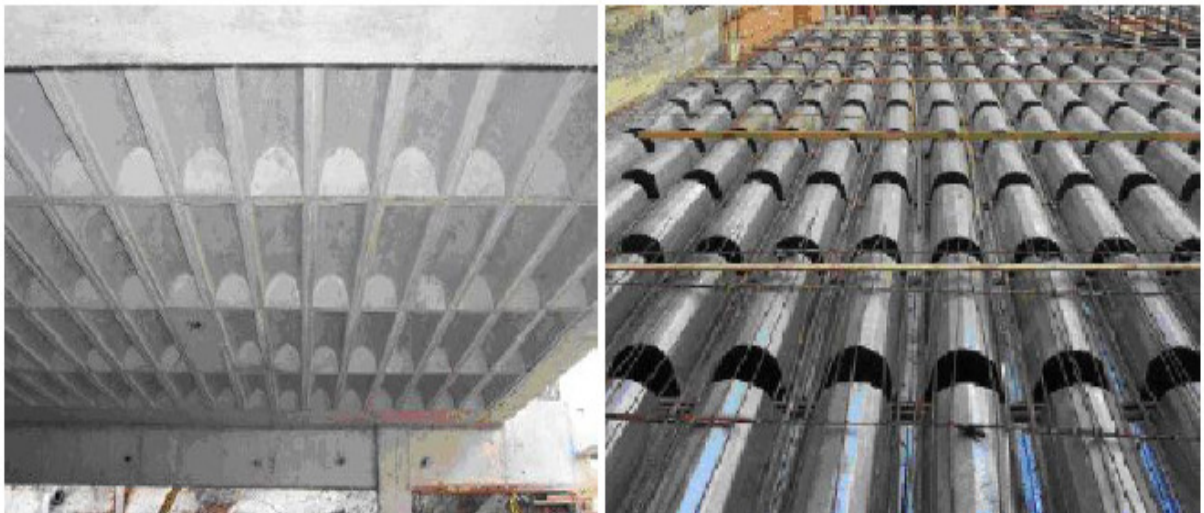


( b ) - Laje nervurada com nervuras inclinadas.

Fonte: O autor.

A laje nervurada ainda pode apresentar nervuras curvas, como é o caso das lajes Reduzcon (Figura 15).

Figura 15 - Laje com nervura curva.

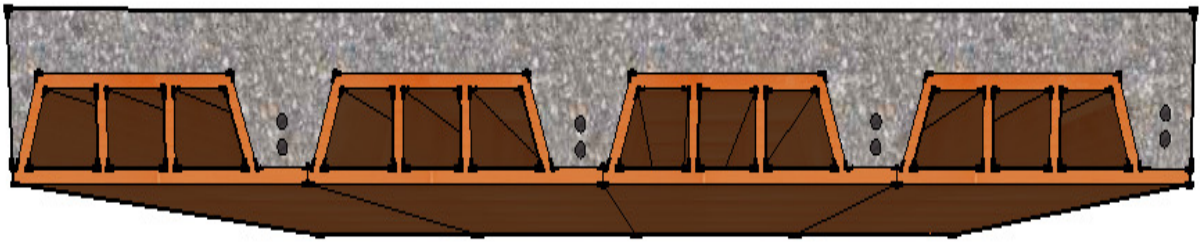


Fonte: Silva (2008).

As lajes nervuradas com espaço entre nervuras não aparentes são aquelas onde é utilizado material inerte (Figura 16).



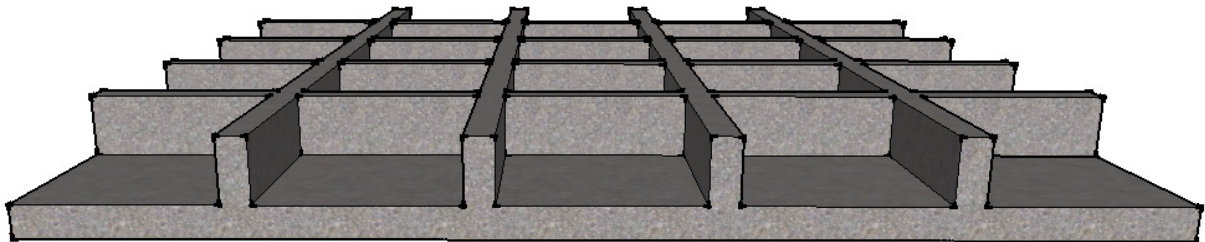
Figura 16 - Laje nervurada com forma em material cerâmico.



Fonte: O autor.

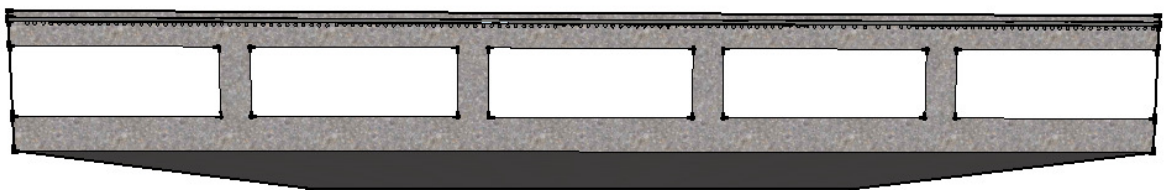
A laje nervurada invertida, cuja tração é acima da linha neutra e a compressão é abaixo, tem a finalidade de resistir às ações causadas pelo momento fletor negativo (Figura 17). Neste caso a mesa se localiza na região inferior da laje para resistir à compressão e as nervuras se localizam na parte superior da laje, região onde ocorre tração.

Figura 17 - Laje nervurada com nervura invertida.

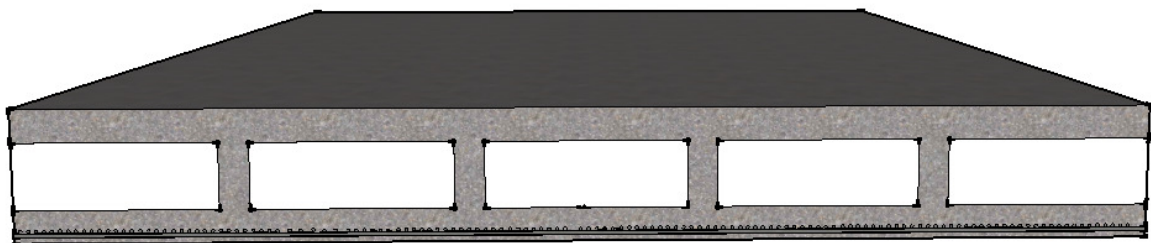


Fonte: O autor.

Figura 18 - Lajes nervuradas duplas.



(a) - Laje nervurada dupla para resistir a momento fletor negativo



(b) - laje nervurada dupla para resistir a momento fletor positivo

Fonte: O autor.

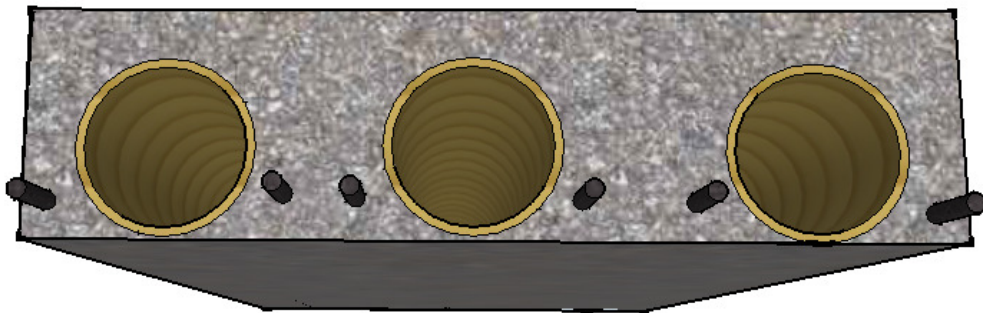
A laje nervurada dupla é aquela onde há ocorrência de mesa superior e inferior, conforme pode ser visualizado na Figura 18. Essa laje pode ser dimensionada para resistir ao



momento fletor positivo ou negativo. Neste caso, os espaços entre nervuras são preenchidos com material inerte ou formas perdidas.

A laje nervurada com forma perdida em forma de tubo é construída com tubos de papelão rígido, conforme mostra a Figura 19. Dependendo da localização dos tubos em relação à espessura da laje ela pode ser considerada como laje nervurada dupla.

Figura 19 - Laje nervurada com forma perdida em forma de tubo.

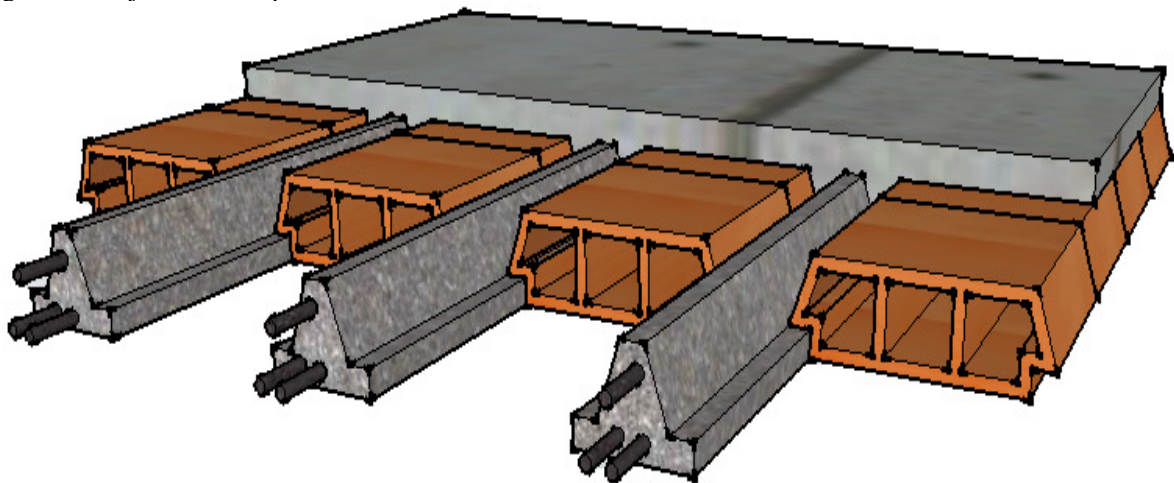


Fonte: O autor.

### 2.3.2 Laje nervurada pré-moldada

Neste tipo de laje, parte da nervura é pré-fabricada (Figura 20) cuja produção é externa a obra ou no próprio canteiro de obra, mas não no seu destino final, e parte é concretada *in loco* juntamente com a mesa. Esse tipo de laje não necessita de forma, pois as vigotas e os blocos cerâmicos são utilizados como tal para a concretagem da mesa e do restante da nervura. É comumente vista em edificações de pequeno porte na Capital Cearense.

Figura 20 - Laje nervurada pré-fabricada.



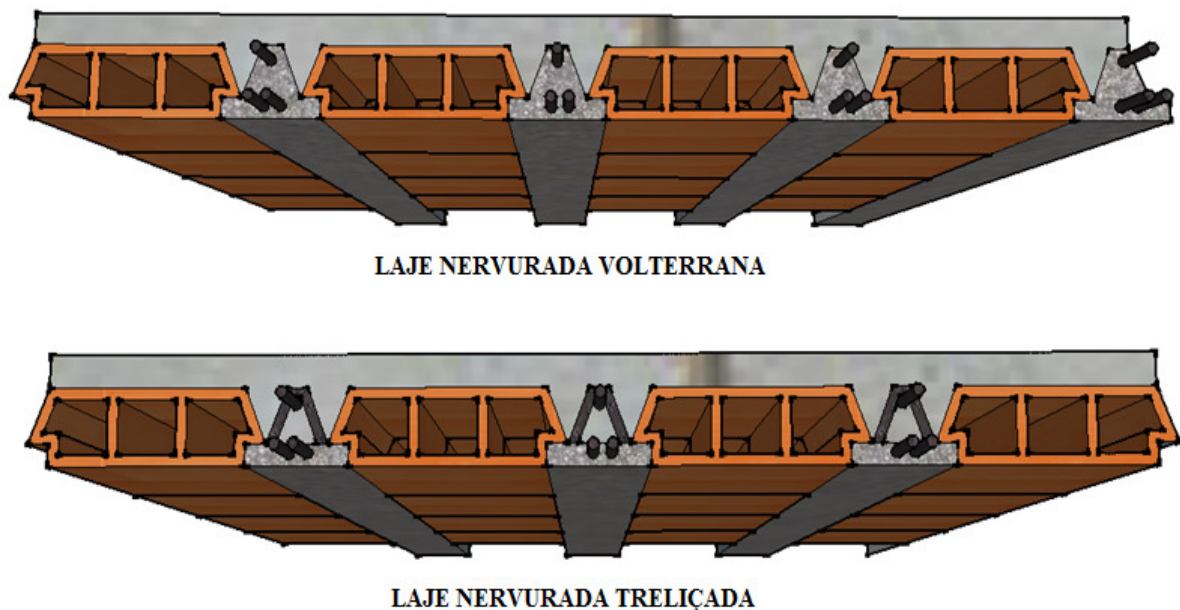
Fonte: O autor.

As lajes pré-fabricadas seguem as orientações da NBR 6118 (ABNT, 2003) e complementarmente das normas: NBR 14859-1 (ABNT, 2002), NBR 14859-2 (ABNT, 2002), NBR 14861 (ABNT, 2002) e NBR 14862 (ABNT, 2002).

Esse tipo de laje é composto por elemento de enchimento (normalmente blocos cerâmicos), vigotas pré-moldadas e capa de concreto moldada no local (Figura 20).

Existem duas tipologias muito comuns para esse tipo de laje. Uma delas é a laje volterrana e a outra é a laje treliçada (Figura 21).

Figura 21 - Laje volterrana e treliçada.



Fonte: O autor.

### 2.3.3 Laje mista de aço e concreto com forma metálica incorporada

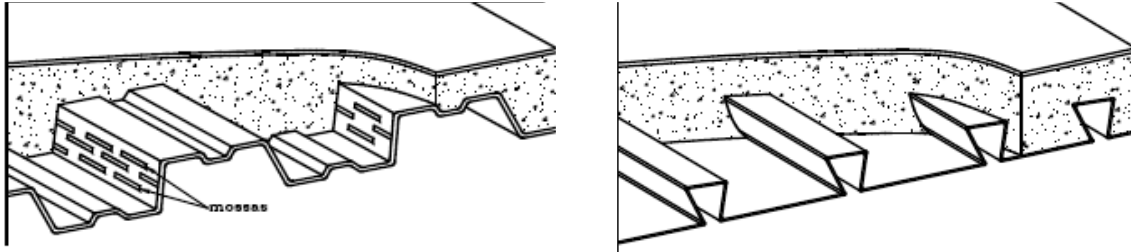
A NBR 8800 (ABNT, 2008) infere sobre este tipo de laje e o seu comportamento pode ser descrito da seguinte forma:

[...] na fase final, o concreto atua estruturalmente em conjunto com a fôrma de aço, funcionando como parte ou como toda a armadura de tração da laje. Na fase inicial, ou seja, antes de o concreto atingir 75 % da resistência à compressão especificada, a fôrma de aço suporta isoladamente as ações permanentes e a sobrecarga de construção. NBR 8800 (ABNT, 2008, p. 223).

Neste tipo de laje a aderência entre aço e concreto é de fundamental importância para que ambos trabalhem como uma única peça estrutural. Essa aderência pode ser garantida por ligação mecânica, o que pode ser conseguido por meio de mossas nas formas de aço

trapezoidal (Figura 22 - a), ou por meio do atrito devido ao confinamento do concreto nas formas de aço reentrante (Figura 22 - b).

Figura 22 - Laje mista de aço e concreto.



a) Laje mista de aço e concreto com forma trapezoidal.  
Fonte: NBR 8800 (ABNT, 2008).

b) Laje mista de aço e concreto com forma reentrante.

## 2.4 Comportamento da laje nervurada

A evolução computacional, o surgimento de novos programas computacionais, computadores com maiores capacidades de memória, processadores mais rápidos e eficientes estão possibilitando aos engenheiros modelar estruturas de forma mais precisa e confiável, o que até então era inviável.

Com isso, pode-se compreender melhor a complexidade dos esforços nas lajes nervuradas. O que é evidenciado pela grande quantidade de estudos que procuram a melhor forma de modelá-las, dentre os quais pode-se citar Barbirato (1997), Stramandinoli (2003), Dias (2003) e Donin (2007).

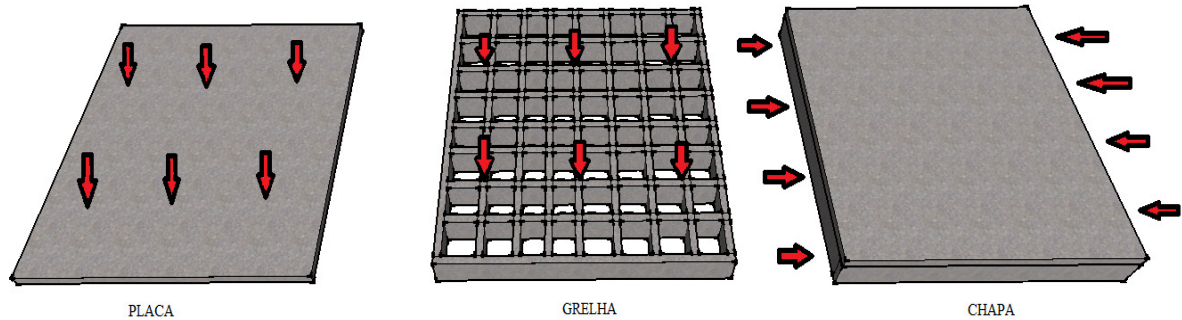
O comportamento da laje nervurada é intermediário entre a placa e a grelha. Ele depende de vários fatores, entre os quais estão a espessura da mesa, da nervura e o espaçamento entre as nervuras. Deste modo, o cálculo dos esforços e deslocamentos nestas lajes normalmente é feito por analogia de grelha e pela teoria das placas (STRAMANDINOLI, 2003). Além disso, pode-se observar também o comportamento de chapa (diafragma rígido). Desta forma, estas lajes têm o seu funcionamento entre placa (mesa), grelha (nervuras) e chapa (mesa e nervuras), como se pode ver na Figura 23.

A NBR 6118 (ABNT, 2003) permite o cálculo dos esforços e deslocamentos da laje nervurada como se fosse uma laje maciça (placa) com rigidez à flexão equivalente, o que, segundo Stramandinoli (2003), não corresponde à realidade.

A laje nervurada apresenta comportamentos estruturais distintos dependendo do espaçamento das nervuras, pois não é à toa que a NBR 6118 (ABNT, 2003) recomenda

verificações diferentes para o projeto desta laje de acordo com o espaçamento entre eixos das nervuras. Ela ainda estabelece padrões mínimos de espessura para a mesa e para as nervuras.

Figura 23 - Comportamento da laje nervurada.



Fonte: O autor.

Com os avanços tecnológicos, os cálculos dos deslocamentos e esforços pela teoria das grelhas passaram a ser uma técnica bastante utilizada pelos engenheiros (STRAMANDINOLI, 2003). Contudo, o Método dos Elementos Finitos (MEF) tem ganhado cada vez mais força na comunidade científica como meio de análise de lajes nervuradas. Isto pode ser verificado no trabalho de Silva (2008) que analisou a laje nervurada pelo MEF utilizando elementos sólidos tridimensionais.

Laje nervurada é uma estrutura complexa, e por isso existem várias formas de modelar o comportamento desse tipo de laje. Pensando nisso, Stramandinoli (2003) realizou um estudo comparativo, onde a laje nervurada foi modelada pelo modelo de analogia de grelha, pelo de placa (teoria da elasticidade), e por elementos finitos tridimensionais. Em sua análise, ele obteve que o cálculo da laje nervurada como placa elástica, permitido pela NBR 6118 (ABNT, 2003), gera resultados que não condizem com a realidade, pois os momentos elásticos e flechas são menores que os obtidos pela analogia de grelhas e pelo modelo tridimensional em elementos finitos. Esses dois últimos métodos forneceram resultados mais adequados, sendo que o modelo de elementos finitos apresentou resultados mais reais.

Para Donin (2007), o método de cálculo para laje nervurada proposta pela NBR 6118 (ABNT, 2003) tem mostrado discrepância com a realidade. Determinar solicitações e deslocamentos em uma laje nervurada não é uma tarefa fácil. Assim, o Método dos Elementos Finitos é uma ferramenta para esse tipo de análise já que apresenta um potencial elevado para resolver problemas complexos. Para o autor, modelar lajes nervuradas utilizando o Método de Elementos Finitos tridimensional apresenta resultados satisfatórios para a determinação dos esforços.

Segundo Silva (2005), a análise da laje nervurada por analogia de grelhas é mais vantajosa do que a determinação dos esforços pela teoria das placas elásticas. E que, apesar da NBR 6118 (ABNT, 2003) permitir o cálculo da laje nervurada como laje maciça, esse procedimento deve ser evitado.

Bocchi Jr. (1995), no seu estudo sobre laje nervurada, concluiu que modelá-la como grelha é mais indicado do que por placa equivalente. Ele ainda recomenda considerar o concreto fissurado (redução do módulo de elasticidade longitudinal em 70%) tanto para obtenção dos esforços quanto dos deslocamentos.

Dias (2003) verificou como a excentricidade entre o plano médio da mesa e os eixos das nervuras influenciam nos resultados dos esforços e deslocamentos das lajes nervuradas.

## **2.5 Lajes nervuradas em Fortaleza/CE**

Até o início da década de 70, as estruturas de concreto armado eram calculadas manualmente cujo  $f_{ck}$  era limitado a 15 MPa. Os edifícios eram compostos por lajes, vigas e pilares de pequenas dimensões (SILVA, 2002).

Nessa época em Fortaleza, eram predominantes os prédios residenciais de três pavimentos sobre pilotis situados no centro da Cidade. Essa tipologia perdurou até a década de 80 quando teve início a verticalização da Cidade, principalmente no bairro Aldeota (DIÓGENES, 2006).

Já na década de 80, a resistência do concreto passou a ser 18 MPa (SILVA, 2002). A partir de 1992 houve uma intensificação do processo de verticalização com a aprovação do Plano Diretor de Desenvolvimento de Fortaleza, o qual autorizava construções com até 22 pavimentos. Esse processo foi mobilizado pela especulação imobiliária e pelo elevado custo dos terrenos. A construção de edifícios altos gerou mudanças na engenharia estrutural, impulsionando avanços em técnicas de construção em concreto armado, tais como: concretos mais resistentes, cálculos mais sofisticados, entre outros (DIÓGENES, 2006).

Na década de 90, os programas computacionais evoluíram, possibilitando cálculos mais refinados. Os microcomputadores possibilitaram a análise dos pavimentos por analogia de grelhas e por elementos finitos. Em meio a todos esses avanços e com o objetivo de se construir com vãos maiores, foram introduzidas as lajes nervuradas, bem como as técnicas de concreto protendido, possibilitando com isso, estruturas mais flexíveis (SILVA, 2002).

O uso da laje nervurada em duas direções passou a ser uma prática bastante disseminada em Fortaleza, sendo utilizada na maioria das edificações da Cidade (DIÓGENES, 2006).

Como é sabido, tudo que é novo gera certa apreensão nas pessoas. No meio da construção civil isso não é diferente. Por isso, vale salientar que a utilização da laje nervurada nem sempre foi tão bem vista pelos engenheiros.

Inicialmente, o meio técnico apresentou resistência ao emprego da laje nervurada bidirecional, devido ao elevado consumo de formas para realizar a concretagem. Atualmente, esse panorama mudou devido ao uso de novas técnicas, como o emprego de formas plásticas, sendo, hoje, um tipo de laje muito utilizada como solução para pisos de edifícios de múltiplos pavimentos (STRAMANDINOLI, 2003).

Diógenes (2006), com base em entrevistas a engenheiros da capital cearense, cita as principais vantagens da laje nervurada:

- Possibilidade de vencer vãos maiores com baixo consumo de concreto;
- É a laje mais adequada para vencer vãos de até 7,5m;
- É de fácil execução;
- É mais econômica;
- Distribui melhor as cargas;
- Facilita a distribuição das tubulações das instalações.

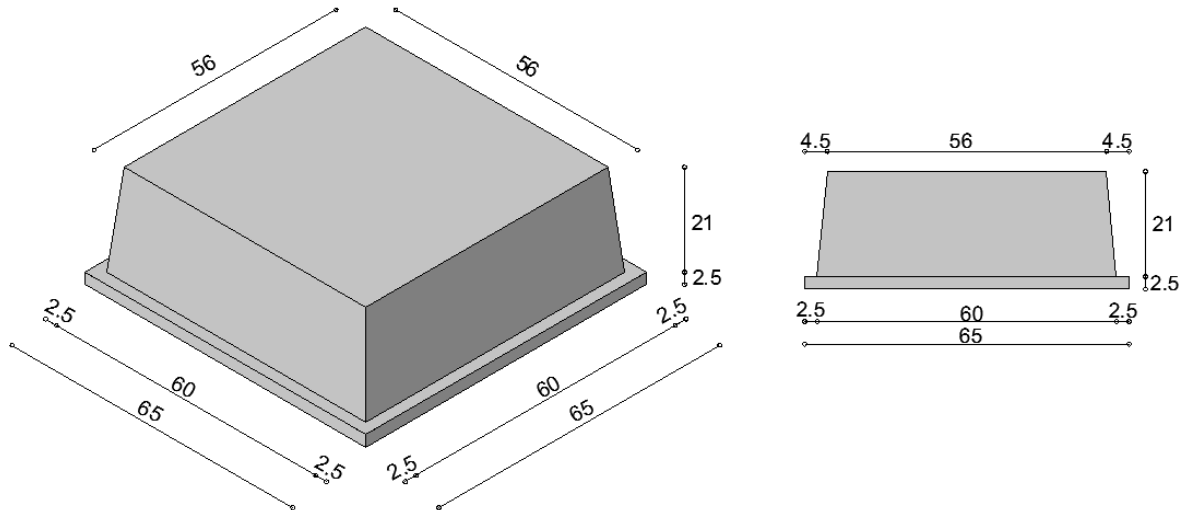
De acordo com Paula (2007), atualmente a laje nervurada é utilizada em todo o Brasil.

### ***2.5.1 Tipologia da laje nervurada em Fortaleza***

Para determinar o tipo de laje nervurada mais utilizada em Fortaleza/CE, foram realizadas entrevistas com renomados engenheiros da Capital Cearense. Com base nos dados obtidos da pesquisa, foi possível determinar a tipologia e as dimensões mais utilizadas nas lajes nervuradas nesta cidade. As entrevistas foram norteadas por um questionário, conforme Anexo A, e a partir dessas entrevistas foi possível observar que as dimensões das nervuras são determinadas pelas formas plásticas (Figura 24) adotadas em projeto. No mercado é possível encontrar diversos fabricantes dessas formas, sendo que as mais lembradas pelos entrevistados foram: Astra, Atex, Impacto, Formplast e Ulma. Cada fabricante fornece ao mercado formas com dimensões próprias, conforme pode ser visualizado na Tabela 1 e na

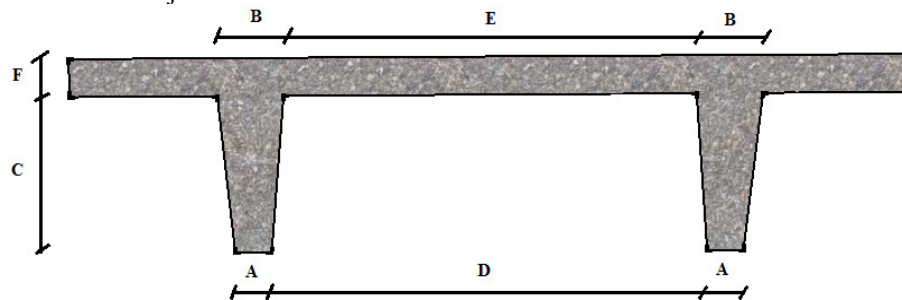
Figura 25, cujos valores foram adaptados dos catálogos das empresas Astra, Formplast e Impacto.

Figura 24 - Exemplo de forma para laje nervurada (dimensões em cm).



Fonte: Adaptado do catálogo da Formplast.

Figura 25 - Dimensões das lajes nervuradas.



Fonte: O autor.

Tabela 1 - Tabela de tipologia de laje nervurada.

A	B	C	D	E	F
(cm)	(cm)	(cm)	(cm)	(cm)	(cm)
<b>5</b>	<b>9</b>	<b>21</b>	<b>60</b>	<b>56</b>	<b>4 a 5</b>
7	11	21	58	54	5
7	12	26	58	53	5
7	10	16	61	58	4 a 6
7	10	18	61	58	4 a 6
<b>7</b>	<b>13</b>	<b>21</b>	<b>54</b>	<b>48</b>	<b>4 a 6</b>
7	13	21	61	55	4 a 6
7	16	26	61	52	4 a 6
7	18	30	61	50	4 a 6
7	11	21	61	57	-

Fonte: Adaptado dos catálogos da Astra, Formplast e Impacto.

Com base nas entrevistas, o modelo estrutural mais adotado em projetos correntes, é o da laje bidirecional concretada em formas plásticas com faces inclinadas. As dimensões mais usuais são: espessuras da mesa de 4 e 5 cm; altura da nervura de 21 cm; espessura da face inferior da nervura variando de 5 e 7 cm. As demais dimensões como espessura da nervura e inclinação das faces das nervuras variam de acordo com a forma adotada.

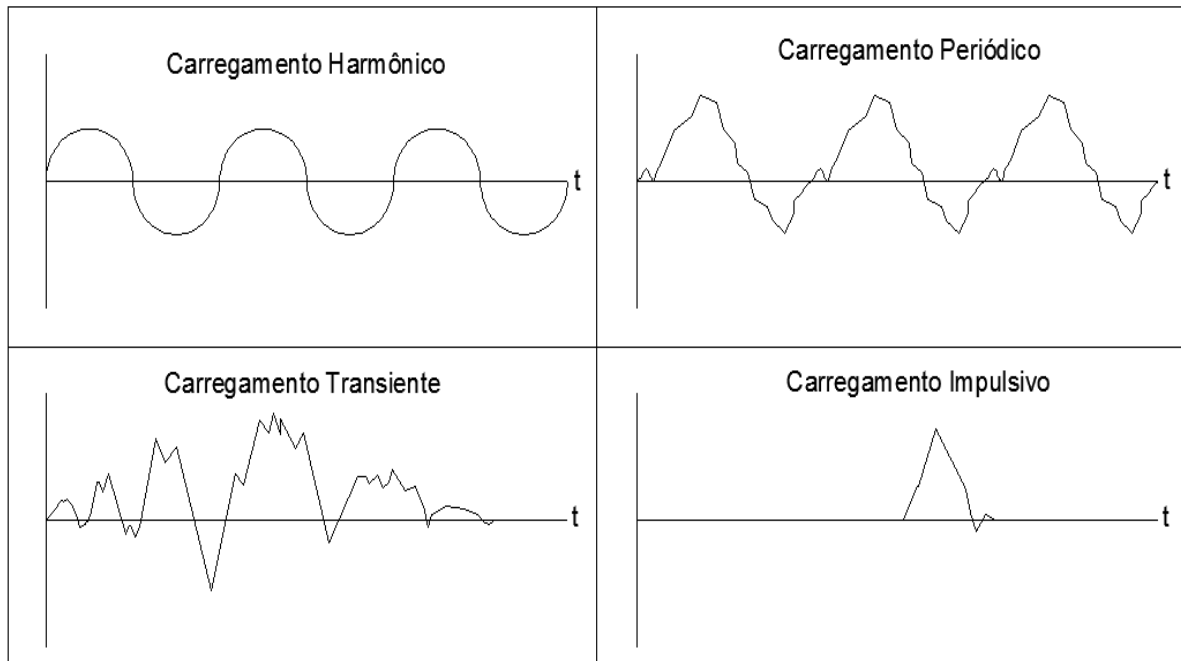


### 3 CARGA ACIDENTAL DINÂMICA

Problemas de vibrações em pisos normalmente não recebem tanta atenção nos projetos estruturais, porém atividades que causam esse tipo de problema são cada vez mais comuns, como, por exemplo, as atividades aeróbicas. Atividades corriqueiras também podem causar vibrações excessivas como é o caso do caminhar, correr, dançar, pular, entre outros. Desta forma, estas atividades podem causar desconforto nos usuários e em casos extremos, pode comprometer a segurança da estrutura, seja por fadiga do material ou por ressonância da estrutura.

Normalmente, os tipos de carregamentos dinâmicos que podem atuar na estrutura durante a sua vida útil, são os carregamentos harmônicos, periódicos, transientes e impulsivos (Figura 26).

Figura 26 - Tipos de carregamentos dinâmicos.



Fonte: Adaptado de Bachmann e Ammann (1987).

Segundo Murray, Allen e Ungar (2003), o carregamento harmônico é usualmente associado a rotação de máquinas; o carregamento periódico é causado por atividades humanas rítmicas tais como aeróbica e dança; o transiente ocorre devido ao movimento de pessoas e inclui caminhar e correr; o carregamento impulsivo é caracterizado por um único salto, por exemplo.

Por meados da década de 80, alguns autores como Allen, Rainer e Pernica (1985),

Rainer e Pernica (1986), Rainer, Pernica e Allen (1988) e Bachmann e Ammann (1987), passaram a empregar a função do carregamento dinâmico devido às atividades humanas como sendo a soma da parcela devido à carga estática (peso da pessoa) com a variação da carga estática gerada pela atividade executada.

Assim, as funções para este tipo de força são comumente representadas como carregamento periódico no meio acadêmico. Essas funções são modeladas matematicamente através de uma decomposição em série de Fourier. Bachmann *et al* (1995) sugerem a seguinte função:

$$P(t) = w_p + \sum_{i=1}^n w_p \cdot \alpha_i \cdot \text{sen}(2 \cdot \pi \cdot i \cdot f_p \cdot t - \phi_i) \quad (1)$$

Onde:

$P(t)$ : função da força do carregamento dinâmico no tempo (N);

$w_p$ : peso estático da pessoa (N) (normalmente 800 N);

$\alpha_i$ : coeficiente de Fourier do  $i$ -ésimo harmônico ou fator de carregamento dinâmico;

$f_p$ : frequência da atividade (Hz);

$i$ : número do  $i$ -ésimo harmônico;

$n$ : número total de harmônicos;

$t$ : instante de tempo (s);

$\phi_i$ : diferença de fase entre o  $i$ -ésimo harmônico e o primeiro.

Alguns autores utilizam na Equação 1 o peso estático da pessoa por unidade de área ( $w_{pa}$ ), normalmente em kPa, ou invés do peso estático da pessoa ( $w_p$ ).

Os carregamentos dinâmicos periódicos possuem um número variável de componentes harmônicos que depende do tipo de atividade, com frequências múltiplas da frequência de excitação. Normalmente para carregamento devido a atividades aeróbicas, são utilizados três harmônicos.

Allen, Rainer e Pernica (1985) sugerem, em seu trabalho, valores para a frequência de excitação e fatores de carregamento dinâmico para diversas atividades (Tabela 2). Percebe-se que estes autores sugerem dois harmônicos para os exercícios aeróbicos, bem como diferentes densidades de pessoas de acordo com o tipo de atividade.

Tabela 2 - Parâmetros de projeto sugeridos para eventos rítmicos.

Atividade	Frequência de excitação ( $f$ ), Hz	Harmônico	Peso do participante ( $w_{pa}$ ), kPa	Fator de carregamento dinâmico, $\alpha$	Densidade
Dança	1,5 - 3	1º harmônico	0,6 *	0,5	2,5 m <sup>2</sup> /casal
Show ou evento esportivo	1,5 - 3	1º harmônico	1,5 *	0,25	0,5 m <sup>2</sup> /pessoa
Exercício aeróbico	1,5 - 3	1º harmônico	0,4 *	1,5	2 m <sup>2</sup> /pessoa
	3-6	2º harmônico	0,4 *	0,25	2 m <sup>2</sup> /pessoa

\*densidade de participantes em eventos em condições normais, em eventos especiais a densidade de participantes pode ser maior / os valores de  $\alpha$  foram obtidos com base em eventos que envolvem pelo menos 20 participantes.

Fonte: Adaptado de Allen, Rainer e Pernica (1985).

Allen (1990) realizou testes em uma academia de ginástica, com o intuito de obter valores para os coeficientes de Fourier (Fator de carregamento dinâmico -  $\alpha$ ) para as atividades aeróbicas (alto e baixo impacto) e de salto para diferentes frequências. Estes resultados são mostrados na Tabela 3.

Tabela 3 - Fator de carregamento dinâmico obtidos em ensaios.

Ensaio	$f$ (Hz)	Fator de carregamento dinâmico			Nº de pessoas	
		$\alpha_1$	$\alpha_2$	$\alpha_3$		
Alto impacto	Salto	2,25 - 3,03	1,5	0,30 - 0,80	0,06 - 0,15	10 - 18
	Aeróbica	2,54 - 2,72	1,5	0,50 - 0,64	0,08 - 0,13	14 - 25
Baixo impacto	Aeróbica	2,57	1,2	0,22 - 0,24	0,06	10 - 14

Fonte: Adaptado de Allen (1990).

Allen (1990) mostra que a atividade aeróbica realizada por um grupo de pessoas pode ser representada por uma função de carregamento periódico constituído por três harmônicos e ainda sugere um peso máximo de participantes por área ( $w_{pa}$ ) de 0,2 kN/m<sup>2</sup>. Allen (1990) ainda comparou seus resultados (Tabela 3) com os de Pernica (1990), concluindo que os fatores de carga dinâmica ( $\alpha$ ) para a atividade aeróbica de alto e baixo impacto devem ser adotados conforme Tabela 4.

Tabela 4 - Frequências e coeficientes de Fourier para a atividade aeróbica.

Atividade	$f$ (Hz)	$\alpha_1$	$\alpha_2$	$\alpha_3$
Aeróbica de baixo impacto	2,25 - 2,6	1,2	0,3	0,05
Aeróbica de alto impacto	2,5 - 2,75	1,5	0,6	0,1

Fonte: Adaptado de Allen (1990).

As frequências para os exercícios de aeróbica efetuados nos ensaios variou progressivamente entre 2,25 e 2,6 Hz para baixo impacto e 2,5 a 2,75 Hz para de alto impacto.

Allen e Murray (1993) estudaram vibrações devido o caminhar. A função utilizada pelos autores para representar tal força é expressa por:

$$P(t) = w_p + \sum_{i=1}^n w_p \cdot \alpha_i \cdot \cos(2 \cdot \pi \cdot i \cdot f_p \cdot t) \quad (2)$$

Os autores adotaram o peso estático ( $w_p$ ) como sendo 700 N. Observa-se que na função do carregamento não foi considerada a diferença de fase entre o i-ésimo harmônico e o primeiro ( $\phi$ ).

Murray, Allen e Ungar (2003), através do *American Institute of Steel Construction* (AISC) publicaram uma série de procedimentos de cálculo para análise dinâmica de pisos. Os autores sugerem que o esforço repetido variando no tempo pode ser representado por uma série de Fourier da seguinte forma:

$$P(t) = w_{pa} + \sum_{i=1}^n w_{pa} \cdot \alpha_i \cdot \cos(2 \cdot \pi \cdot i \cdot f_p \cdot t + \phi_i) \quad (3)$$

Aqueles autores estimam o peso das pessoas por unidade de área ( $w_{pa}$ ), a frequência de excitação do carregamento ( $f_p$ ) e o fator de carregamento dinâmico ( $\alpha$ ) para as atividades de excitação rítmica, como mostra a Tabela 5.

Tabela 5 - Carregamento estimado durante eventos rítmicos.

Atividade	Frequência de excitação ( $f_p$ ), Hz	Harmônico	Peso do participante ( $w_{pa}$ ), kPa	Fator de carregamento dinâmico, $\alpha$
Dança	1,5-3	1º harmônico	0,6	0,5
Show ou evento esportivo	1,5-3	1º harmônico	1,5	0,25
	3-5	2º harmônico	1,5	0,05
Exercício de salto (classe aeróbica)	2-2,75	1º harmônico	0,2	1,5
	4-5,5	2º harmônico	0,2	0,6
	6-8,25	3º harmônico	0,2	0,1

Fonte: Murray, Allen e Ungar (2003).

Os dados da Tabela 5 são baseados na densidade máxima de participantes na área de ocupação do piso em condições normais. Comparando-se a Tabela 2 com a Tabela 5, observa-se que houve uma mudança na consideração de dois para três harmônicos para a atividade aeróbica, o que foi uma evolução.

O Comitê Euro-International Du Béton (CEB) lançou o boletim CEB 209 (1991) que promove recomendações técnicas com relação a algumas atividades humanas que geram carga dinâmica nas estruturas como caminhar, correr, saltar e atividades aeróbicas. Esse boletim sugere que a função do carregamento dinâmico seja expressa por série de Fourier, tal que:

$$P(t) = w_p + \sum_{i=1}^n w_p \cdot \alpha_i \cdot \text{sen}(2 \cdot \pi \cdot i \cdot f_p \cdot t + \phi_i) \quad (4)$$

O peso estático da pessoa ( $w_p$ ) é recomendado ser 800 N. Segundo Faisca (2003), o problema dessa equação é que ela só leva em consideração o peso de um único indivíduo e não explica como utilizá-la para multidões.

Os valores recomendados para os coeficientes da série de Fourier ( $\alpha_i$ ) e para a frequência das atividades são mostrados na Tabela 6, para diversos tipos de atividades.

Tabela 6 - Valores para atividades padronizadas.

Tipos de atividades representativas	Frequência da atividade (Hz)		Coeficiente de Fourier			Densidade Pessoa / m <sup>2</sup>
			$\alpha_1$	$\alpha_2$	$\alpha_3$	
Caminhar	Na vertical	2,0	0,4	0,1	0,1	~ 1
Correr	-	2,0 - 3,0	1,6	0,7	0,2	-
Pular	Normal	2,0	1,8	1,3	0,7	~ 0,25
		3,0	1,7	1,1	0,5	
	Alto	2,0	1,9	1,6	1,1	
		3,0	1,8	1,3	0,8	

Fonte: Adaptado do CEB 209 (1991).

Bachmann *et al* (1995) revisaram as recomendações do CEB 209 (1991), após usá-lo e testá-lo exaustivamente, sugerem que a função de força pode ser expressa pela Equação 1, adotando o peso estático da pessoa ( $w_p$ ) de 800 N.

Esses autores sugerem valores para os fatores carregamentos dinâmicos ( $\alpha$ ) e do ângulo de fase ( $\phi$ ) para os três primeiros harmônicos em diversas atividades. Esses valores são mostrados na Tabela 7.

É possível observar que uma das alterações propostas por Bachmann *et al* (1995) para o CEB 209 (1991) é a própria função do carregamento dinâmico, pois o ângulo de fase passa a subtrair ao invés de somar dentro da função seno (ver Equação 1 e 4).

Tabela 7 - Valores para a força dinâmica normalizada.

Tipos de atividades representativas	Frequência da atividade (Hz)	Coeficiente de Fourier e ângulo de fase					Densidade Pessoa/m <sup>2</sup>	
		$\alpha_1$	$\alpha_2$	$\phi_2$	$\alpha_3$	$\phi_3$		
Caminhar	Na vertical	2,0	0,4	0,1	$\pi/2$	0,1	$\pi/2$	~1
		2,4	0,5					
	Para frente	2,0	0,2	0,1				
	Lateral	2,0	$\alpha_{1/2}=0,1$ $\alpha_{1/2}=0,1$	$\alpha_{3/2}=0,1$				
Correr		2,0 - 3,0	1,6	0,7		0,2	-	
Pular	Normal	2,0	1,8	1,3	*)	0,7	*)	Em treinamento físico ~ 0,25 (em casos extremos 0,5) ) $\phi_2 = \phi_3 = \pi(1 - f_p t_p)$
		3,0	1,7	1,1	*)	0,5	*)	
	Alto	2,0	1,9	1,6	*)	1,1	*)	
		3,0	1,8	1,3	*)	0,8	*)	
Dançar		2,0 - 3,0	0,5	0,15		0,1	~4 (em casos extremos 6)	
Bater palma em pé com o corpo balançando		1,6	0,17	0,10		0,04	Sem assentos fixos ~4 (em casos extremos ~6) Com assentos fixos ~2-3	
		2,4	0,38	0,12		0,02		
Bater palma	Normal	1,6	0,024	0,010		0,009	~2-3	
		2,4	0,047	0,024		0,015		
	Intensivo	2,0	0,170	0,047		0,037		
Balançar o corpo lateralmente	Sentado	0,6	$\alpha_{1/2}=0,4$	-		-	~3-4	
	Em pé	0,6	$\alpha_{1/2}=0,5$	-		-		

Fonte: Adaptado de Bachmann *et al* (1995).

Faísca (2003) em seu trabalho analisou sete atividades. Salto à vontade com 1,5 Hz, 2,0 Hz, 2,5 Hz e 3 Hz, ginástica aeróbica e show/torcida. Segundo o autor, a função Hanning foi a que melhor representou o carregamento experimental, tanto para os valores no domínio do tempo quanto no da frequência. A força dinâmica é então dada por:

$$P(t) = CD \left\{ K_p w_p \left[ 0,5 - 0,5 \cos \left( \frac{2\pi}{T_c} t \right) \right] \right\} \quad \text{para } t \leq T_c \quad (5)$$

$$P(t) = 0 \quad \text{para } T_c \leq t \leq T \quad (6)$$

Onde:

$P(t)$ : função da força do carregamento dinâmico no tempo (N);

$CD$ : coeficiente de defasagem;

$K_p$ : coeficiente de impacto;

$w_p$ : peso estático da pessoa (N);

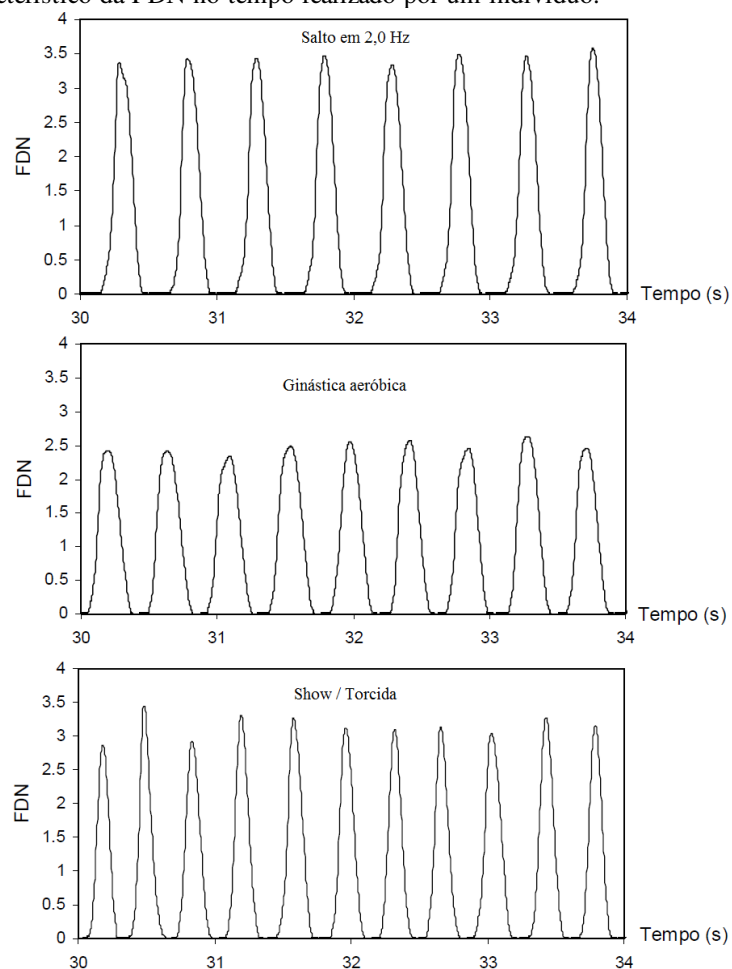
$T$ : tempo da atividade (s);

$T_c$ : período de contato (s);

$t$ : instante de tempo (s).

As atividades aeróbicas e a atividade de saltar são caracterizadas pela perda de contato com o piso de apoio. Faisca (2003) observou que a força induzida pela atividade de saltar, ginástica aeróbica e show/torcida apresentam características semelhantes, que variam apenas no período da atividade e na amplitude. Isto pode ser observado na Figura 27, onde está representado o sinal característico da força dinâmica normalizada (FDN) em relação ao peso do indivíduo no tempo para as três atividades.

Figura 27 - Sinal característico da FDN no tempo realizado por um indivíduo.



Fonte: Adaptado de Faisca (2003).

## 4 DESCRIÇÃO DOS MODELOS

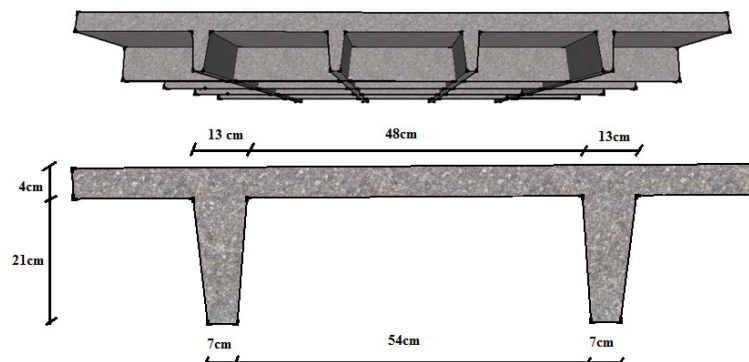
Neste capítulo, são expostas as características físicas e geométricas das lajes em estudo. A estrutura analisada é uma laje nervurada real de um edifício cujo espaço é destinado a uma academia de ginástica. Para fins deste trabalho, essa laje é modelada computacionalmente e denominada de “LAJE A”. A partir dela é realizada uma série de estudos paramétricos a fim de analisar a influência de diversos parâmetros na resposta dinâmica e estática da mesma. Sendo assim, pode-se determinar qual característica da estrutura é mais relevante para o seu comportamento, o que possibilita dimensioná-la com maior economia e segurança.

A estrutura em estudo é representada por mesa, nervuras e vigas de bordo. Os pilares não são modelados, pois o foco deste trabalho é analisar o comportamento da laje conjuntamente com a viga. Acredita-se que os pilares podem modificar a resposta das lajes, uma vez que eles podem conferir maior rigidez ao sistema estrutural.

### 4.1 Características geométricas da laje real de projeto

A laje real de projeto apresenta vigas de bordo e nervuras bidirecionais inclinadas. A mesa possui espessura de 4 cm e as nervuras apresentam espessura de 7 cm na parte inferior e 13 cm na parte superior. O espaçamento entre nervuras é de 48 cm na parte superior e 54 cm na parte inferior (Figura 28).

Figura 28 - Características geométricas da laje nervurada.



Fonte: O autor.

A laje real de projeto apresenta uma resistência característica à compressão do concreto ( $f_{ck}$ ), aos 28 dias, de 35 MPa. Considera-se o coeficiente de Poisson para o concreto ( $\nu$ ) igual a 0,2, conforme NBR 6118 (ABNT, 2003); sua densidade específica é 25 kN/m<sup>3</sup> de

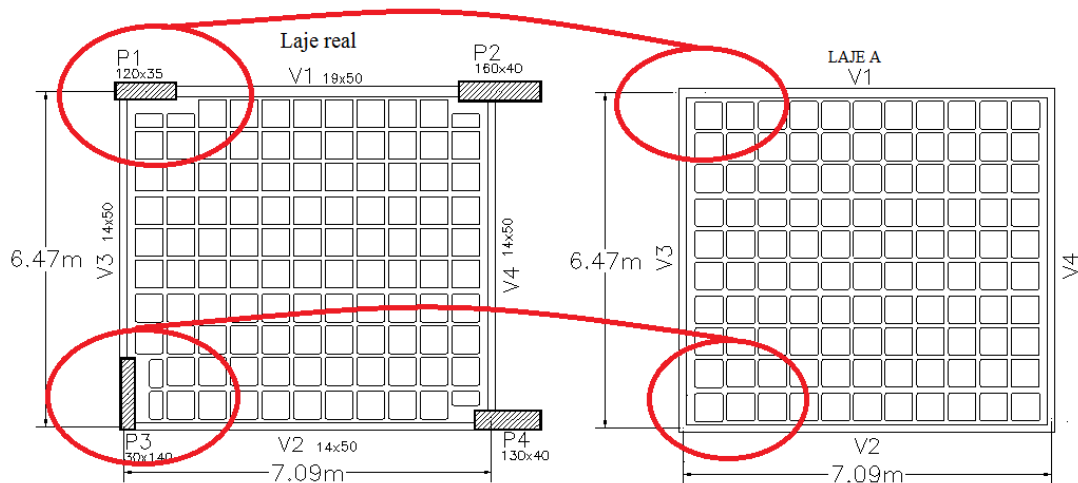


acordo com a NBR 6120 (ABNT, 1980). Considera-se um coeficiente de amortecimento de 3%.

#### 4.1.1 Modelagem da LAJE A

A Figura 29 mostra em planta a laje real do projeto da academia e a LAJE A. É possível notar que a LAJE A apresenta algumas diferenças em relação à laje real. Essas diferenças são em decorrência da remoção dos pilares na LAJE A, pois as vigas são consideradas biapoizadas com restrição de translação em  $x$ ,  $y$  e  $z$ .

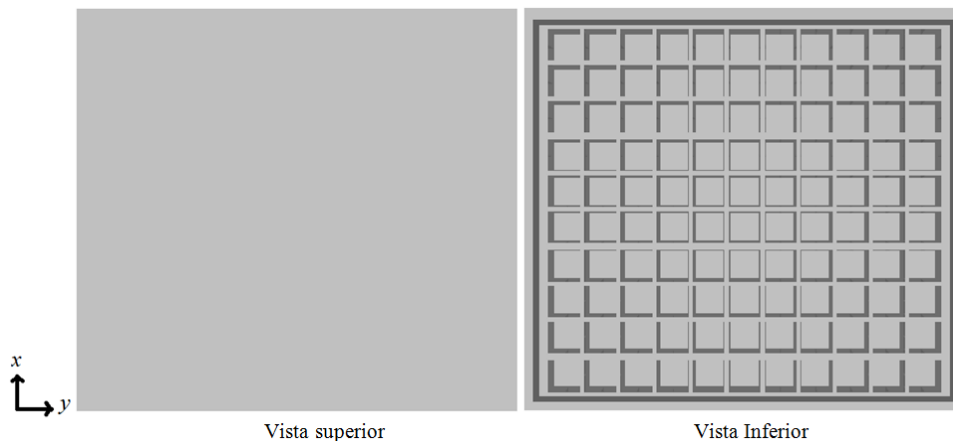
Figura 29 - Laje real da academia e laje idealizada computacionalmente.



Fonte: O autor.

A Figura 30 mostra a modelagem da LAJE A em vista superior e inferior. Desta forma é possível visualizar a disposição das nervuras.

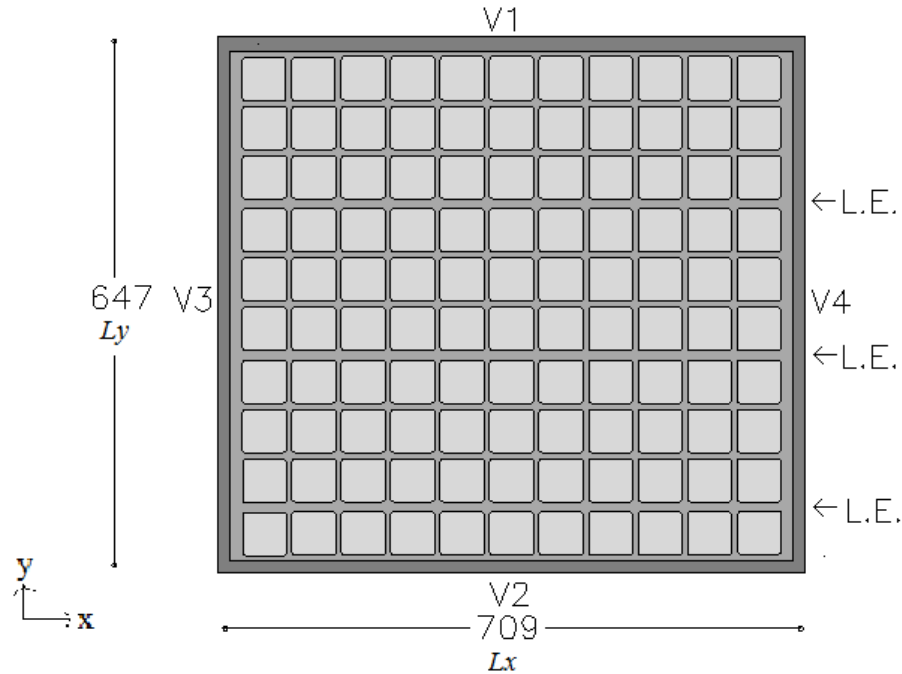
Figura 30 - Modelagem computacional da laje.



Fonte: O autor.

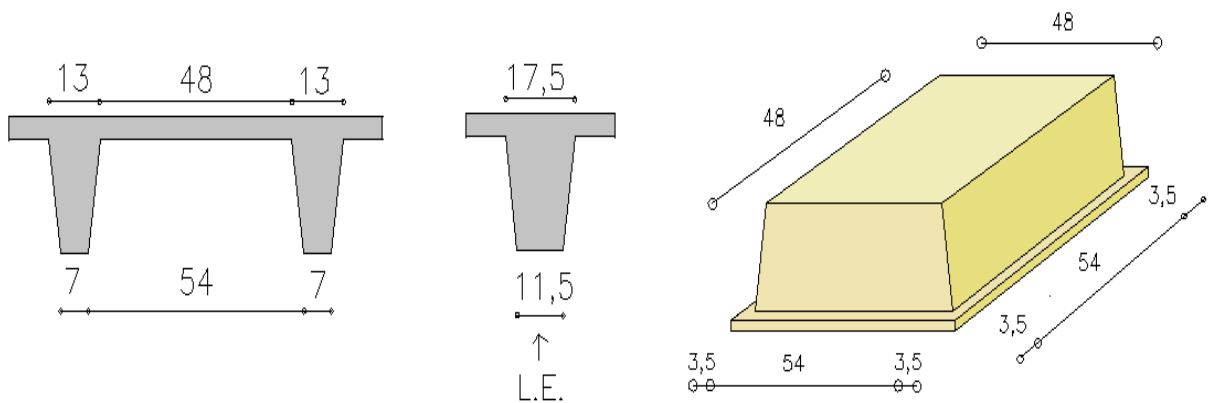
A Figura 31 e a Figura 32 mostram as dimensões da LAJE A e as formas utilizadas no modelo, respectivamente.

Figura 31 - Dimensões da LAJE A (dimensões em cm).



Fonte: O autor.

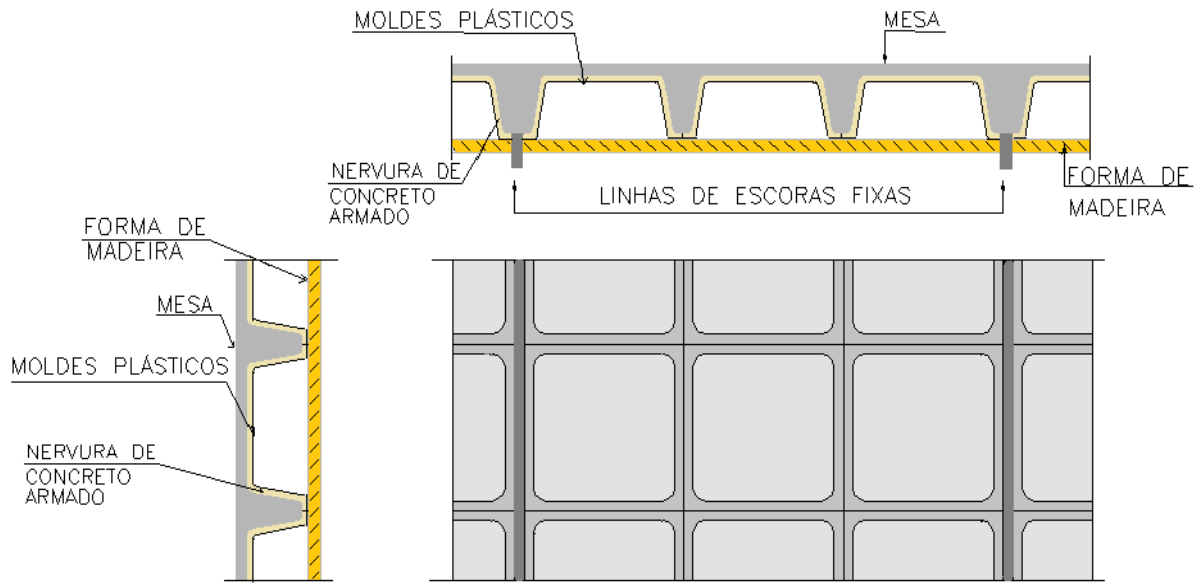
Figura 32 - Formas da LAJE A (dimensões em cm).



Fonte: O autor.

A laje real de projeto apresenta linhas de escoras fixas (L.E.), as quais foram mantidas no modelo (ver Figura 31 e Figura 33). Estas linhas de escoras fixas permitem que as formas plásticas sejam removidas após três dias de concretagem da laje nervurada. Com isso, a largura da nervura é aumentada em 4,5 cm (Figura 32).

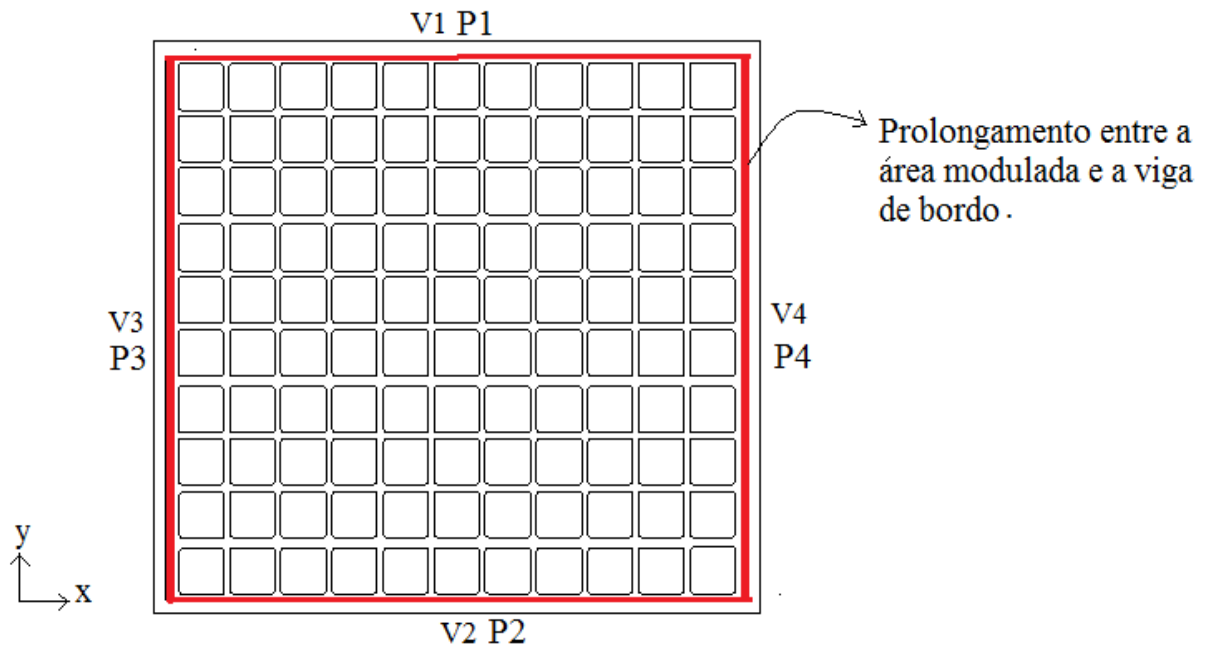
Figura 33 - Detalhe da laje nervurada.



Fonte: O autor (adaptado da planta de forma do projeto).

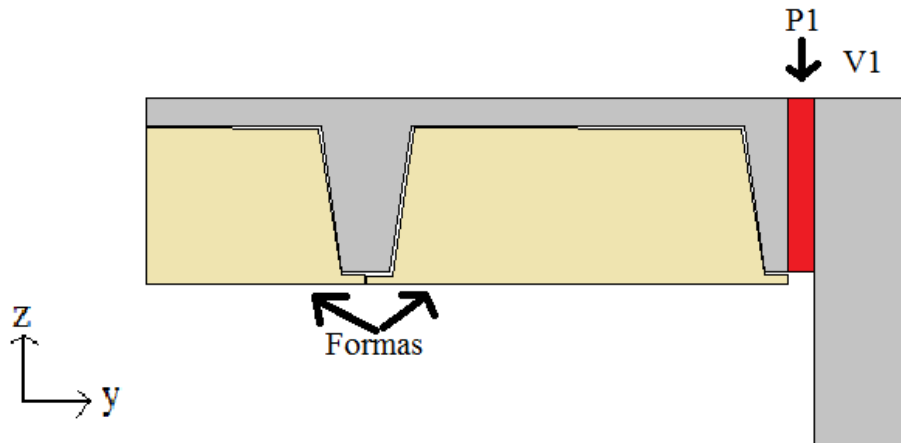
Como as dimensões entre vigas (695 cm x 630 cm) não são múltiplas da modulação da forma adotada em projeto, no caso, 61 cm, houve a necessidade de considerar um prolongamento entre a área modulada da laje e as vigas de bordo (Figura 34). O detalhe pode ser visto na Figura 35.

Figura 34 - Indicação do prolongamento.



Fonte: O autor.

Figura 35 - Exemplificação do prolongamento na V1.



Fonte: O autor.

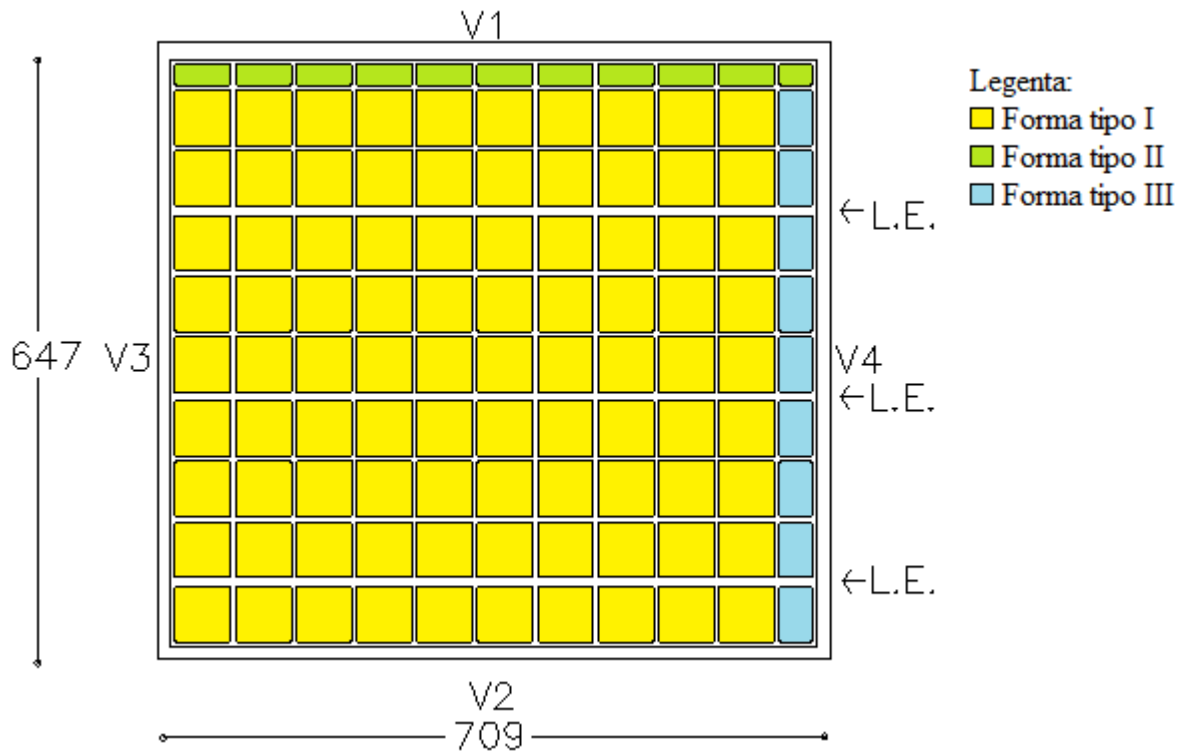
## 4.2 Variação paramétrica

As análises realizadas neste trabalho estão divididas em três partes: análise estática, análise dinâmica de vibração livre e análise dinâmica de vibração forçada. Na análise estática há variação das características geométricas das lajes (altura da viga de bordo, relação entre vãos e modulação da laje). Na análise de vibração livre ocorre além das variações realizadas na análise estática, variação da espessura da mesa e variação das propriedades mecânicas (módulo de elasticidade). Na análise de vibração forçada, o estudo paramétrico avalia o comportamento das lajes quando estas estão sujeitas a carregamento dinâmico que simula atividades aeróbicas. Todas as análises consideram o comportamento elástico linear do concreto.

### 4.2.1 Variação da modulação da laje - LAJE B

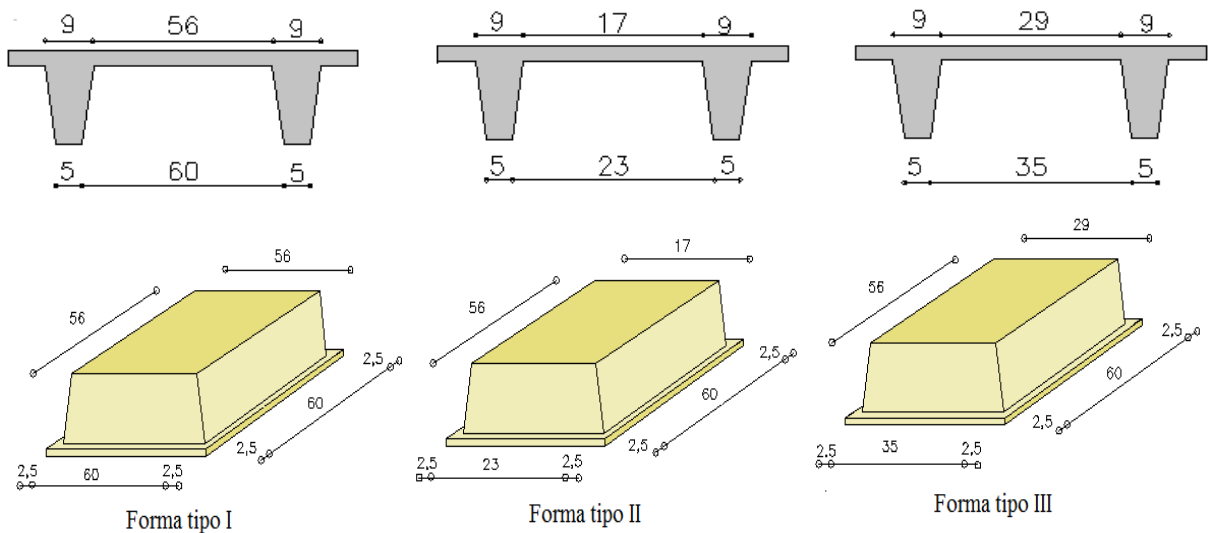
A laje real de projeto é modelada de duas formas diferentes. A primeira modelagem já foi apresentada, trata-se da LAJE A. Na segunda modelagem, denominada LAJE B (Figura 36), são mantidas as relações entre vãos da laje real de projeto. Porém, adota-se outro tipo de forma disponível no mercado, forma tipo I (Figura 37). A LAJE B apresenta modulação de 65 cm. Como 65 cm não é múltiplo das dimensões entre vigas da laje (695 cm x 630 cm) houve necessidade de utilizar mais de um tipo de forma, no caso a forma tipo II e III (Figura 37).

Figura 36 - Dimensões da LAJE B. (Dimensões em cm).



Fonte: O autor.

Figura 37 - Formas da LAJE B. (dimensões em cm).



Fonte: O autor.

#### 4.2.2 Inércia da viga de bordo

Como já mencionado, as vigas são consideradas como biapoçadas e com restrição de translação em  $x$ ,  $y$  e  $z$ .

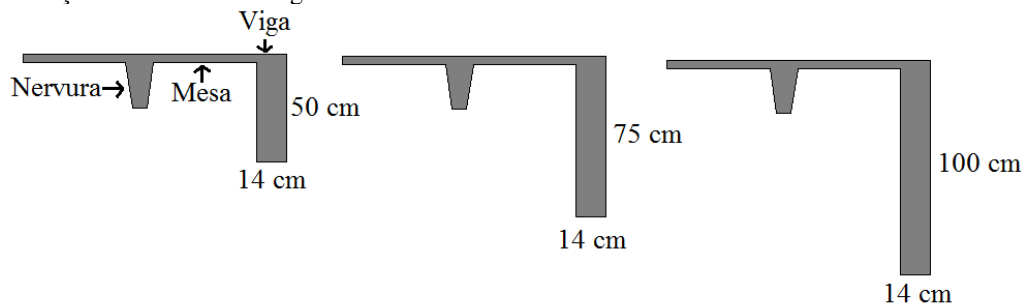
Para avaliar a influência da inércia da viga de bordo na resposta do sistema, esta é modelada com inércias diferentes. O momento de inércia para a seção transversal retangular é definido por:

$$I = \frac{b \times h^3}{12} \quad (7)$$

Onde  $b$  e  $h$  são, respectivamente, a largura e a altura da viga de bordo. Essas duas dimensões podem ser modificadas para alterar a inércia da seção transversal da viga. Como é possível observar nesta equação, a altura é elevada ao cubo. Isso significa que modificações na altura da viga são mais significativas na alteração da inércia da seção transversal do que modificações na largura. Dessa forma, o estudo paramétrico é realizado em função da altura e não da largura da viga.

A viga da laje real de projeto apresenta 50 cm de altura e 14 cm de largura nas vigas V2, V3 e V4, e 19 cm na viga V1 (Figura 29). Além da modelagem das LAJES A e B com 50 cm de altura, outras duas modelagens são realizadas, com 75 cm e 100 cm de altura (Figura 38).

Figura 38 - Seção transversal das vigas de bordo.



Fonte: O autor.

#### 4.2.3 Espessura da mesa

A laje real de projeto apresenta espessura de 4 cm, apesar de que em lajes sem tubulação embutida na mesa, a espessura mínima estabelecida pela NBR 6118 (ABNT, 2003) é 3 cm. Em entrevistas realizadas com engenheiros que realizam projetos na Capital Cearense, foi relatado que as dimensões usuais para a mesa variam entre 4 cm e 6 cm. Desta forma, a análise paramétrica se dá variando a espessura da mesa entre esses valores.

#### 4.2.4 Módulo de elasticidade

O módulo de elasticidade secante ( $E_{cs}$ ) da laje é função da resistência característica à compressão do concreto ( $f_{ck}$ ), em MPa, aos 28 dias (Equação 8), segundo a NBR 6118 (ABNT, 2003).

$$E_{cs} = 4760\sqrt{f_{ck}} \quad (8)$$

A laje real de projeto, como já mencionado, apresenta  $f_{ck}$  de 35 MPa e módulo de elasticidade secante ( $E_{cs}$ ) de  $2,816 \times 10^4$  MPa. O concreto da laje de projeto é o C35, onde a letra C indica classe do concreto e o 35 a resistência característica à compressão. O concreto C35 é considerado, segundo a NBR 8953 (ABNT, 2009), do grupo I, no qual também estão inclusos os concretos C20, C25 e C30. Estes se aplicam a estruturas de concreto com armadura passiva, de acordo com a NBR 6118 (ABNT, 2003).

Assim, o estudo paramétrico do módulo de elasticidade se dá com variação do concreto da classe C20 até C35.

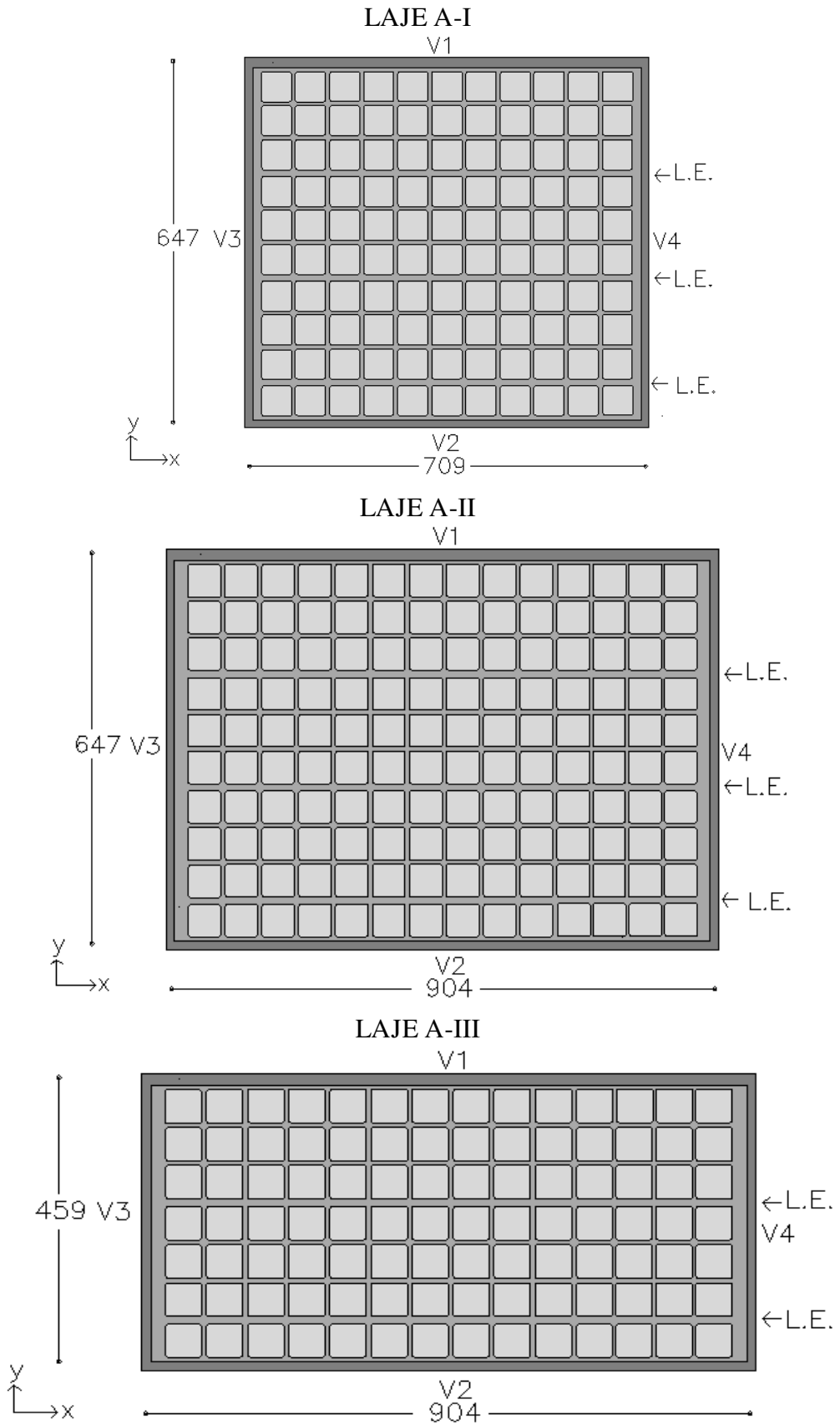
#### 4.2.5 Relação entre vãos

Em projetos estruturais, a relação entre vãos das lajes é definida pelo engenheiro projetista com base no projeto arquitetônico. Vários fatores podem influenciar nessa relação, sendo a principal a necessidade de espaços livres sem a interferência de pilares. Quanto maior for à interação entre arquiteto e engenheiro melhor será a compatibilidade entre o projeto arquitetônico e o estrutural.

A laje de projeto apresenta geometria retangular com relação entre vãos de aproximadamente um. Desta forma, é realizada uma análise variando a relação entre vãos de duas maneiras: na primeira aumenta-se o comprimento do lado de maior dimensão ( $L_x$ ); na segunda, reduz-se o lado de menor dimensão ( $L_y$ ). Dessa forma, a relação entre vãos varia entre um e dois (Figura 39), ou seja:

- $L_x = 709$  cm e  $L_y = 647$  cm  $\longrightarrow L_x/L_y = 1,09$  (LAJE I)
- $L_x = 904$  cm e  $L_y = 647$  cm  $\longrightarrow L_x/L_y = 1,40$  (LAJE II)
- $L_x = 904$  cm e  $L_y = 459$  cm  $\longrightarrow L_x/L_y = 1,96$  (LAJE III)

Figura 39 - Variação da relação entre vãos para a LAJE A. (Dimensões em cm).



Fonte: O autor.



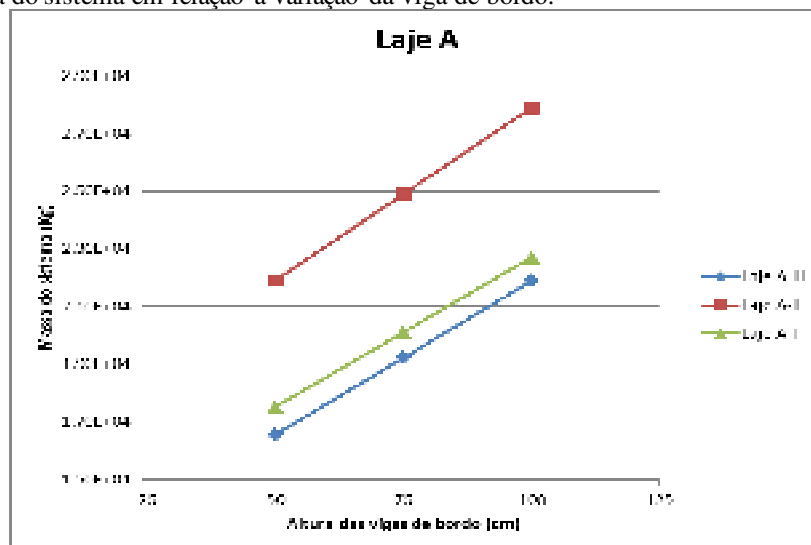
Para facilitar a compreensão e suas posteriores citações no decorrer deste trabalho, as lajes receberam as terminações I, II e III na sua nomenclatura (ver Figura 39). Assim, as LAJES A-I, A-II e A-III referem-se, respectivamente, a LAJE A com relação entre vãos de 1,09, 1,40 e 1,97. Como a relação entre vãos da LAJE B é 1,09 a mesma também recebe a terminação I.

A LAJE A-I apresenta aproximadamente a mesma massa da LAJE A-III, diferenciando em no máximo 5,82% em massa. A Tabela 8 mostra a massa total do sistema para cada laje, cuja representação gráfica é mostrada na Figura 40.

Tabela 8 - Massa do sistema (laje + vigas) em função da altura das vigas.

Viga (cm)	Massa do sistema (kg)			
	LAJE A-I	LAJE A-II	LAJE A-III	LAJE B-I
50	17514,9	21896,1	16552,0	15132,0
75	20108,6	24892,0	19219,7	17725,7
100	22702,3	27887,9	21887,5	20319,4

Figura 40 - Massa do sistema em relação a variação da viga de bordo.



Fonte: O autor.

Tabela 9 - Largura do prolongamento das lajes.

LAJE	Largura (cm)			
	P1	P2	P3	P4
LAJE A-I	7	6,5	15,5	15,5
LAJE A-II	7	6,5	21,5	21,5
LAJE A-III	7	6,5	21,5	21,5
LAJE B-I	4,3	4,3	5	5

A largura do prolongamento para cada laje é apresentada na Tabela 9 e sua localização é apresentada na Figura 34 e Figura 35.

### 4.3 Modelagem numérica computacional

A modelagem da laje nervurada é realizada usando o Método dos Elementos Finitos (MEF), utilizando o software SAP2000 v.14.0 (CSI, 2008), que é um software comercial para análise dinâmica por elementos finitos.

O MEF é um método de análise de modelos matemáticos, que utiliza técnicas de discretização para fornecer valores aproximados de tensões e deformações. Esse método consiste em transformar o contínuo em discreto.

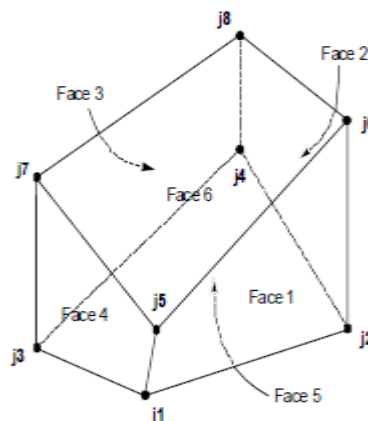
Para que a análise por elementos finitos forneça resultados satisfatórios, é necessário ter atenção na discretização do modelo em análise e adotar as corretas condições de contorno.

Em geral, para se analisar computacionalmente pelo MEF, os seguintes passos devem ser seguidos, não necessariamente nesta ordem:

- Modelar a geometria da estrutura em análise (obedecendo as condições de contorno);
- Atribuir às propriedades da estrutura;
- Aplicar o carregamento desejado;
- Discretizar a estrutura;

A modelagem é realizada utilizando elemento sólido tridimensional de oito nós e cada nó possui três graus de liberdade (Figura 41).

Figura 41 - Elemento sólido com oito nós.



Fonte: SAP2000 v.14.0 (CSI, 2008).

Na modelagem de estruturas utilizando elementos sólidos tridimensionais por meio do programa SAP2000 v.14.0 (CSI, 2008), o usuário pode gerar cada elemento que irá compor a malha da estrutura manualmente. Assim, para melhorar a discretização da estrutura modelada o programa apresenta uma função que gera a malha automaticamente. Neste trabalho, essa função é utilizada de forma que cada elemento tenha no máximo cinco centímetros de aresta. O número de elementos gerados para cada modelo pode ser visualizado na Tabela 10.

Tabela 10 - Número de elementos dos modelos analisados.

Lajes	Viga de 50 cm	Viga de 75 cm	Viga de 100 cm
LAJE A-I	83.344	91.856	100.368
LAJE A-II	103.776	113.504	123.232
LAJE A-III	77.304	85.880	94.456
LAJE B-I	59.844	67.844	75.844

#### 4.4 Carregamento

Para a NBR 6120 (ABNT, 1980), norma que trata do cálculo de estruturas de edificações e que fixa condições para valores de cargas que devem ser considerados nos projetos estruturais, as cargas que atuam na estrutura são divididas em permanentes e acidentais. As cargas permanentes são constituídas pelo peso próprio da estrutura e por elementos fixos construtivos como revestimentos e instalações. Já a carga acidental representa as cargas que podem vir a atuar sobre a estrutura devido a sua utilização, podendo-se citar: pessoas, móveis e veículos.

Neste trabalho, assim como previsto na norma supracitada, as cargas atuantes nas lajes são as permanentes e as acidentais. As cargas acidentais são aplicadas de duas formas: estaticamente e dinamicamente.

##### 4.4.1 Carga permanente

A carga permanente é um carregamento aplicado estaticamente na estrutura ao longo da sua vida útil e, para efeito deste trabalho, é representada pelo peso próprio da estrutura e o peso do revestimento. Para tanto, utiliza-se o valor de 25 kN/m<sup>3</sup> para o peso específico aparente do concreto (valor esse que se refere ao concreto armado), conforme valor fornecido pela NBR 6120 (ABNT, 1980). A carga do revestimento é aplicada de forma distribuída somente sobre a mesa da estrutura cujo valor é 1 kN/m<sup>2</sup>.

#### **4.4.2 Carga accidental estática**

No que se refere a carga accidental estática, a NBR 6120 (ABNT, 1980) não faz menção ao termo academia de ginástica (laje em estudo), mas fornece o valor da carga accidental para ginásio de esportes ( $5 \text{ kN/m}^2$ ), ambiente este que se assemelha em termos de função a uma academia de ginástica. Desta forma, a carga accidental adotada na análise estática é igual a  $5 \text{ kN/m}^2$ , sendo aplicada de forma distribuída sobre a mesa da laje.

#### **4.4.3 Carga accidental dinâmica**

Uma laje de academia de ginástica está sujeita à carga dinâmica proveniente de atividades aeróbicas. Neste trabalho, adota-se o carregamento dinâmico conforme Equação 1, considerando a densidade de 0,25 e 0,50 pessoas por metro quadrado (BACHMANN *et al*, 1995).

## 5 ANÁLISE ESTÁTICA

Neste capítulo é realizada a análise estática das lajes no tocante aos deslocamentos no centro das lajes e das tensões máximas. As lajes são submetidas ao carregamento estático conforme proposto no capítulo 4.

### 5.1 Análise dos deslocamentos

Os deslocamentos são obtidos nos centros das lajes, pois é a região que sofre maiores deslocamentos. Os resultados são comparados com valores recomendados pela NBR 6118 (ABNT, 2003).

#### 5.1.1 LAJE A

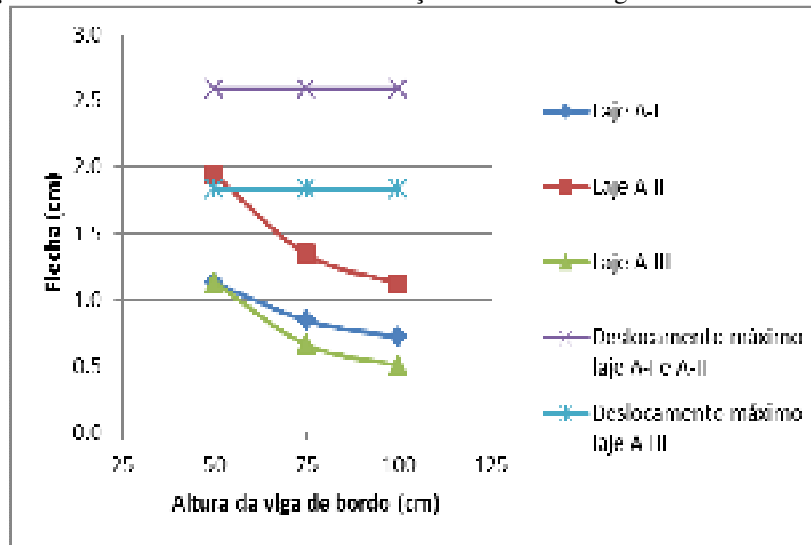
A NBR 6118 (ABNT, 2003) estabelece valores limites de deslocamentos a fim de evitar deformações excessivas da estrutura. Um dos grupos básicos, definidos por ela, é o da aceitabilidade sensorial, caracterizado pelo efeito visual desagradável. O deslocamento vertical limite para o efeito visual desagradável é de  $L/250$ , onde  $L$  é o vão da laje. Neste trabalho, os deslocamentos verticais máximos dos modelos são comparados com o valor limite para o efeito visual desagradável. Estes valores são iguais a 2,588 cm, 2,588 cm e 1,836 cm, respectivamente, para as LAJES A-I, A-II e A-III.

Os valores dos deslocamentos máximos verticais obtidos no centro de cada uma das lajes, para cada variação de viga de bordo são mostrados na Tabela 11 e na Figura 42. Nessa tabela é mostrada também a redução da flecha, em porcentagem, em comparação com a viga de bordo de 50 cm.

Tabela 11 - Deslocamentos verticais no centro da LAJE A em cm.

LAJE A-I			LAJE A-II			LAJE A-III		
Altura da viga de bordo			Altura da viga de bordo			Altura da viga de bordo		
50	75	100	50	75	100	50	75	100
1,1274	0,8428	0,7167	1,9414	1,3409	1,1197	1,1292	0,6596	0,5017
	(-25,2%)	(-36,4%)		(-30,9%)	(-42,3%)		(-41,6%)	(-55,5%)

Figura 42 - Variação dos deslocamentos verticais em função da altura da viga de bordo.



Fonte: O autor.

Verifica-se que em nenhuma das análises o deslocamento máximo permitido por norma foi ultrapassado. Analisando os dados das flechas das lajes, há um indicativo de que o aumento da inércia da viga de bordo confere a estrutura maior rigidez, diminuindo assim os deslocamentos máximos.

De acordo com os dados das análises, a LAJE A-III é a mais sensível à variação da inércia da viga de bordo, pois foi a laje que obteve a maior redução percentual da flecha (55,5 %) quando a viga de bordo variou a sua altura de 50cm para 100 cm. O modelo mais flexível é a LAJE A-II com viga de bordo de 50 cm, o que era de se esperar já que esse modelo apresenta os maiores vãos.

Pelos dados obtidos, observa-se que há redução dos deslocamentos com o aumento da inércia das vigas de bordo, o que é um comportamento esperado tendo em vista de que o aumento da altura das vigas causa um enrijecimento da laje proporcionando menores deslocamentos verticais no centro da mesma. O que é notório nestas análises é o fato de que quanto maior a relação entre vãos maior é a porcentagem da redução do deslocamento em virtude da variação da altura da viga de bordo. Sendo estes valores de 36,4%, 42,3% e 55,5%, respectivamente, para as lajes A-I, A-II e A-III, quando a altura da viga varia de 50 cm para 100 cm (Tabela 11).

Nos projetos estruturais a adoção de vigas com inércias maiores pode trazer benefícios à laje no que diz respeito aos deslocamentos verticais. O problema, neste caso, é que esse fato pode interferir no projeto arquitetônico além de aumentar o consumo de concreto utilizado.

### 5.1.2 LAJE B

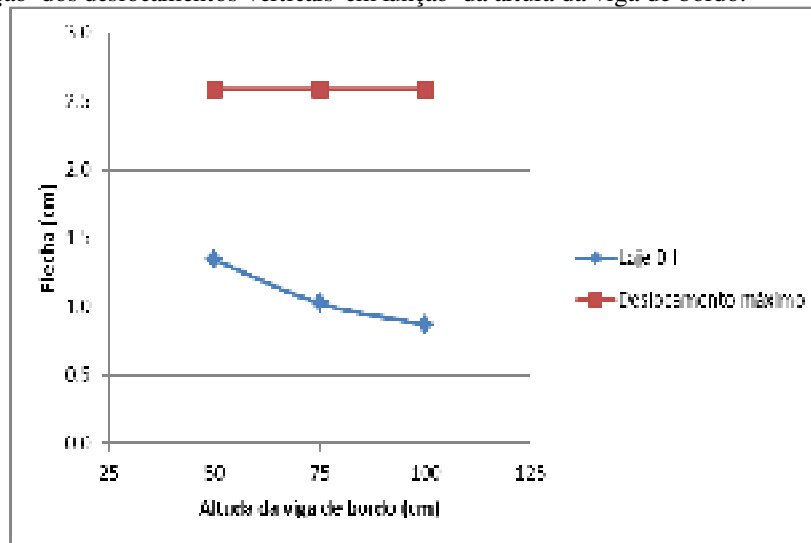
A LAJE B-I por apresentar as mesmas dimensões de vãos da LAJE A-I, também apresenta os mesmos valores dos deslocamentos máximos permitidos (2,588 cm).

Os valores dos deslocamentos máximos verticais, obtidos no centro da laje, para cada variação de viga de bordo, são apresentados na Tabela 12 e na Figura 43. A Tabela 12 também mostra a redução da flecha, em porcentagem, em comparação com a viga de bordo de 50 cm.

Tabela 12 - Deslocamentos translacionais no centro da LAJE B-I. (cm).

Altura da viga de bordo		
50	75	100
1,3421	1,0246	0,8701
	(-23,6%)	(-35,1%)

Figura 43 - Variação dos deslocamentos verticais em função da altura da viga de bordo.



Fonte: O autor.

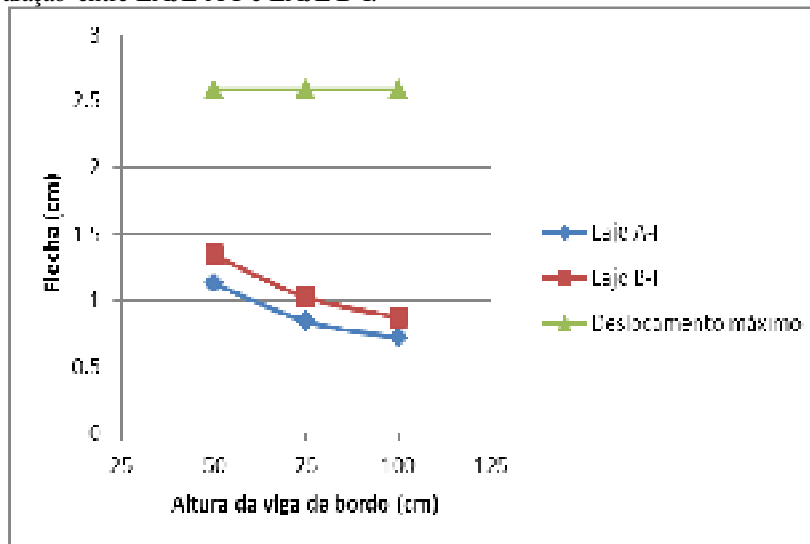
Pela Figura 43, percebe-se que em nenhuma das análises o deslocamento máximo permitido foi ultrapassado. O modelo mais rígido é o da laje com viga de bordo de 100 cm e o modelo mais flexível é o com viga de 50 cm.

### 5.1.3 Comparação entre LAJE A e LAJE B

A Figura 44 compara os deslocamentos das LAJES A-I e B-I. A LAJE A-I apresenta valores de flechas menores que a LAJE B-I. Como o que diferencia estas lajes são

as formas utilizadas, verifica-se então que as nervuras da LAJE A-I conferem maior rigidez ao sistema. As lajes apresentam um bom comportamento no que diz respeito às flechas, pois os deslocamentos verticais destas lajes não ultrapassam o deslocamento limite prescrito pela NBR 6118 (ABNT, 2003), que é 2,588 cm.

Figura 44 - Comparação entre LAJE A-I e LAJE B-I.



Fonte: O autor.

## 5.2 Análise das tensões

O comportamento estrutural das lajes no que concerne às tensões máximas solicitantes devido ao carregamento proposto na NBR 6118 (ABNT, 2003) é apresentado a seguir.

Como já foi dito, a resistência característica à compressão ( $f_{ck}$ ) do concreto é igual a 35 MPa. Conforme a NBR 6118 (ABNT, 2003), o valor da tensão máxima de tração na flexão para o concreto é 2,69 MPa, obtido pelas Equações 9 e 10.

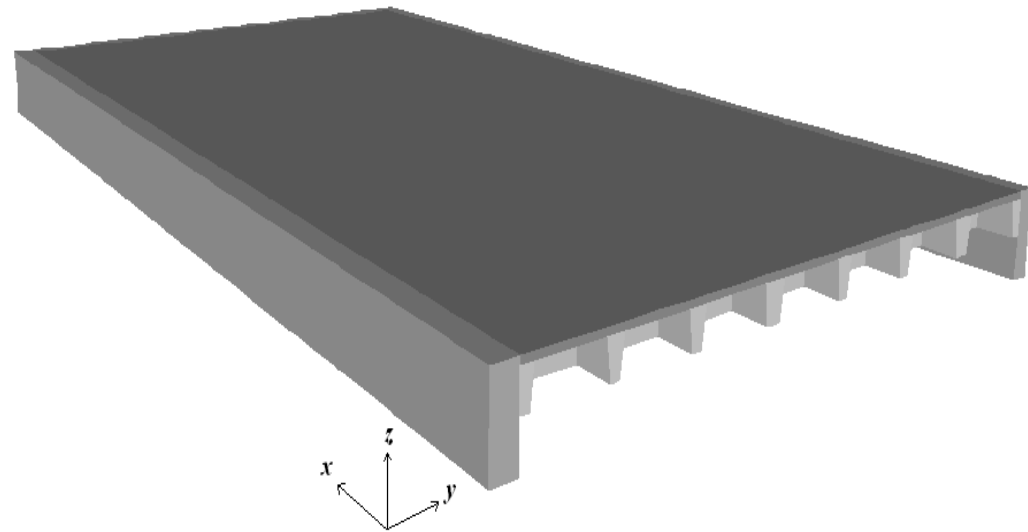
$$f_{ct,f} = 1,2 \times f_{ctk,inf} \quad (9)$$

$$f_{ctk,inf} = 0,21 \times f_{ck}^{\frac{2}{3}} \quad (10)$$

Onde  $f_{ct,f}$  é a resistência do concreto à tração na flexão e  $f_{ctk,inf}$  a resistência característica inferior do concreto à tração. A orientação das lajes pode ser visualizada na Figura 45 e na Figura 39, onde o eixo  $x$  está na direção do maior vão e o eixo  $y$  na de menor vão.



Figura 45 - Orientação dos eixos.



Fonte: O autor.

### 5.2.1 LAJE A

As lajes são analisadas variando-se a relação entre vãos e a inércia da viga de bordo, conforme já mencionado no capítulo anterior. Os valores das tensões máximas obtidas nas lajes são apresentados na Tabela 13 e Tabela 14.

De uma forma geral, as tensões normais máximas devido à flexão foram maiores no eixo  $y$  ( $\sigma_{yy}$ ) e a tensão de cisalhamento máxima ocorreu no plano  $xy$  ( $\tau_{xy}$ ) (Ver Tabela 13 e Tabela 14).

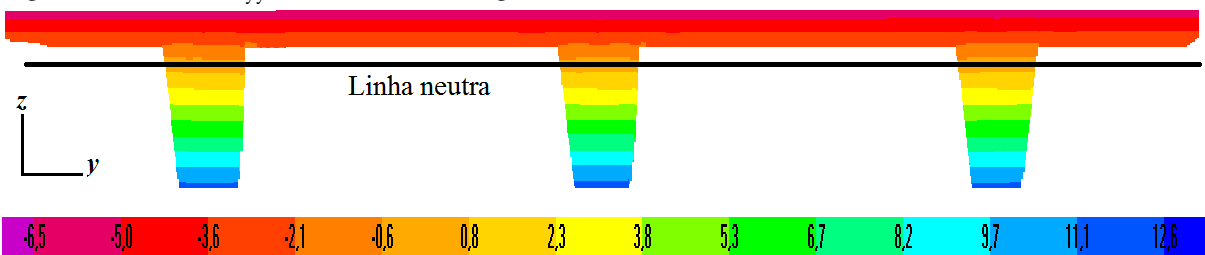
Tabela 13 - Tensões máximas de tração e de cisalhamento obtidas para a LAJE A (em MPa).

Lajes	Viga cm	$\sigma_{xx}$	$\sigma_{yy}$	$\sigma_{zz}$	$\tau_{xy}$	$\tau_{xz}$	$\tau_{yz}$
LAJE A-I	50	8,11	9,10	1,47	2,02	0,87	0,65
	75	7,34	8,73	1,27	1,84	0,79	0,57
	100	6,62	7,81	1,19	1,72	0,74	0,53
LAJE A-II	50	<b>10,53</b>	<b>12,64</b>	2,41	<b>2,61</b>	1,02	0,84
	75	9,56	11,61	1,91	2,17	0,89	0,65
	100	7,46	8,81	1,77	2,03	0,85	0,59
LAJE A-III	50	8,34	9,67	1,50	1,64	0,87	0,84
	75	4,49	6,50	1,42	1,48	0,75	0,69
	100	4,08	5,51	1,31	1,38	0,73	0,63

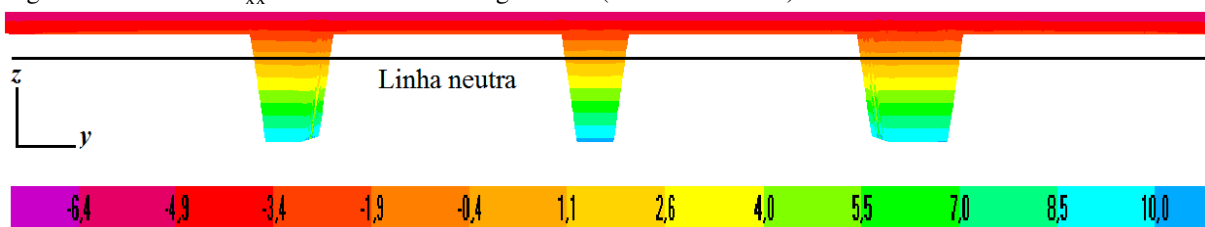
Tabela 14 - Tensões máximas de compressão e de cisalhamento obtidas para a LAJE A (em MPa).

Lajes	Viga cm	$\sigma_{xx}$	$\sigma_{yy}$	$\sigma_{zz}$	$\tau_{xy}$	$\tau_{xz}$	$\tau_{yz}$
LAJE A-I	50	-4,01	-4,42	-0,83	-2,02	-0,87	-0,65
	75	-3,80	-4,21	-0,74	-1,84	-0,79	-0,57
	100	-3,49	-3,97	-0,68	-1,72	-0,74	-0,53
LAJE A-II	50	<b>-6,41</b>	<b>-6,62</b>	-1,07	<b>-2,61</b>	-1,02	-0,84
	75	-4,64	-5,97	-0,98	-2,17	-0,89	-0,65
	100	-3,91	-4,32	-0,92	-2,03	-0,85	-0,59
LAJE A-III	50	-4,15	-4,52	-0,75	-1,64	-0,87	-0,84
	75	-3,23	-3,86	-0,70	-1,48	-0,75	-0,69
	100	-2,49	-3,69	-0,66	-1,38	-0,73	-0,63

As maiores tensões de tração e compressão foram obtidas para a LAJE A-II, com viga de bordo de 50 cm. Sendo o valor de tração e compressão máximas iguais a 12,64 MPa e 6,62 MPa, respectivamente, no eixo  $y$  (Figura 46) e valores de tração e compressão máximas iguais a 10,53 MPa e 6,41 MPa, respectivamente, no eixo  $x$  (Figura 47). Como era de se esperar, o valor de compressão máxima ocorre na parte superior da mesa e de tração máxima na parte inferior da nervura.

Figura 46 - Tensões  $\sigma_{yy}$  da LAJE A-II com viga de 50. (Valores em MPa).

Fonte: O autor.

Figura 47 - Tensões  $\sigma_{xx}$  da LAJE A-II com viga de 50. (Valores em MPa).

Fonte: O autor.

Pelos dados obtidos nas análises percebe-se que o aumento da inércia da viga de bordo confere maior rigidez ao sistema reduzindo as tensões máximas atuantes nas lajes.

Nenhuma das tensões de compressão máximas obtidas nas análises ultrapassou a resistência característica à compressão do concreto (35 MPa). Porém, as tensões máximas de tração são maiores do que as calculadas segundo a Equação 9, que é de 2,69 MPa, o que evidencia que o concreto por si só não é capaz de resistir às tensões de tração as quais as lajes estão sujeitas.

É evidente que as tensões de tração são maiores que as tensões de compressão, devido à linha neutra se localizar próximo à região da mesa, o que era de se esperar.

### 5.2.2 LAJE B

As tensões máximas obtidas na LAJE B-I são apresentadas na Tabela 15 e Tabela 16.

Tabela 15 - Tensões máximas de tração e cisalhamento obtidas para a LAJE B-I (em MPa).

Lajes	Viga cm	$\sigma_{xx}$	$\sigma_{yy}$	$\sigma_{zz}$	$\tau_{xy}$	$\tau_{xz}$	$\tau_{yz}$
LAJE B-I	50	13,38	<b>15,96</b>	1,76	2,77	1,16	1,42
	75	11,75	14,89	1,63	2,49	0,82	0,66
	100	10,68	13,82	1,51	2,29	0,76	0,51

Tabela 16 - Tensões máximas de compressão e cisalhamento obtidas para a LAJE B-I (em MPa).

Lajes	Viga cm	$\sigma_{xx}$	$\sigma_{yy}$	$\sigma_{zz}$	$\tau_{xy}$	$\tau_{xz}$	$\tau_{yz}$
LAJE B-I	50	-5,70	<b>-6,46</b>	-1,44	-2,77	-1,16	-1,42
	75	-4,19	-5,76	-1,26	-2,49	-0,82	-0,66
	100	-4,02	-5,56	-1,12	-2,29	-0,76	-0,51

As tensões máximas de tração e compressão ocorrem predominantemente no eixo  $y$  ( $\sigma_{yy}$ ), sendo que o valor da compressão máxima é igual a 6,46 MPa e o valor de tração máxima é igual a 15,96 MPa para viga de bordo de 50 cm. É possível também observar uma sensível redução das tensões máximas atuantes na laje com o aumento da inércia das vigas de bordo. As tensões de cisalhamento máximas, assim como para a LAJE A, ocorreram no plano  $xy$  ( $\tau_{xy}$ ). De uma forma geral, com o aumento da inércia das vigas de bordo, as tensões máximas que as lajes estão sujeitas são reduzidas.

## 6 ANÁLISE DINÂMICA DE VIBRAÇÃO LIVRE

Neste capítulo é realizada a análise de vibração livre, a fim de obter os autovalores (frequências naturais) e os seus respectivos autovetores (modos de vibrações) associados a cada modelo de laje nervurada.

O resultado da frequência fundamental de cada laje é comparado com padrões normativos, ou seja, com os valores de frequências críticas recomendadas pela NBR 6118 (ABNT, 2003).

### 6.1 Análise de autovalores (frequências naturais)

Através de uma análise numérica, são obtidos os valores das frequências naturais até o trigésimo modo de vibração. Pois, de acordo com a análise do fator de participação de massa das lajes, os trinta primeiros modos de vibração contribuem para a resposta global da estrutura com mais de 90% da massa total da estrutura em cada uma das direções  $x$ ,  $y$  e  $z$ .

O fator de participação modal no modo  $i$ , segundo uma das direções ( $x$ ,  $y$  ou  $z$ ), define a importância do modo de vibração  $i$  sobre uma ação dinâmica provocada na estrutura. O fator de participação modal indica a percentagem de contribuição da massa para cada modo, ou seja, indica o quão importante o modo de vibração é para o cálculo da resposta da estrutura.

A NBR 6118 (ABNT, 2003) estabelece valores para as frequências críticas, cujos valores são mostrados na Tabela 17. Esta norma estabelece ainda que a frequência própria da estrutura, com certa atividade, deve exceder em 20% a frequência crítica ( $f_l > 1,2 f_{crit}$ ). Ou seja, a frequência fundamental de uma laje de academia (atividades aeróbicas) deve ser maior do que 9,6 Hz, a fim de garantir a estabilidade de desempenho no Estado Limite de Vibrações Excessivas: ELS-VE.

Tabela 17 - Frequências críticas para alguns casos especiais de estruturas.

Casos	$f_{crit}$ (Hz)
Ginásio de esportes	8,0
Sala de dança ou de concreto sem cadeiras fixas	7,0
Escritórios	3,0 a 4,0
Salas de concreto com cadeiras fixas	3,4
Passarelas de pedestres ou ciclistas	1,6 a 4,5

Fonte: NBR 6118 (ABNT, 2003).

### 6.1.1 Variação da inércia da viga de bordo e relação entre vãos.

A Tabela 18 mostra os valores das dez primeiras frequências considerando a variação da inércia da viga de bordo e a relação entre vãos, para as LAJES A e B.

Tabela 18 - Frequências naturais das LAJES A e B, conforme variação da inércia da viga de bordo e a relação entre vãos.

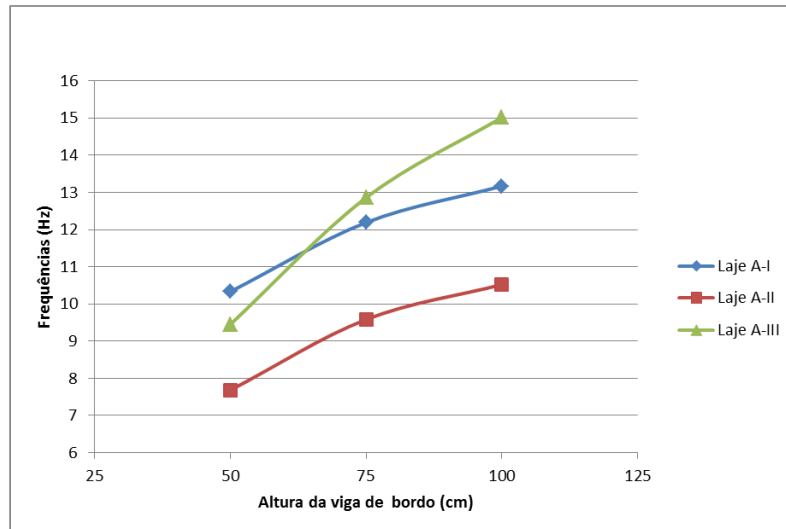
Laje	Viga (cm)	Frequências (Hz)									
		$f_{01}$	$f_{02}$	$f_{03}$	$f_{04}$	$f_{05}$	$f_{06}$	$f_{07}$	$f_{08}$	$f_{09}$	$f_{10}$
LAJE A-I	50	10,328	17,516	18,997	22,951	30,449	36,842	37,015	40,562	40,970	42,839
	75	12,188	23,456	24,743	31,207	36,154	36,294	37,115	44,092	44,132	46,918
	100	13,170	27,501	27,760	33,760	35,450	37,347	40,953	44,577	46,747	48,785
LAJE A-II	50	<b>7,679</b>	11,972	16,025	18,958	24,771	28,269	29,965	32,266	32,656	39,740
	75	<b>9,582</b>	16,949	19,735	24,208	31,006	32,333	33,695	36,825	37,452	39,636
	100	10,521	20,822	21,269	28,078	29,609	33,378	34,754	39,233	39,385	43,216
LAJE A-III	50	<b>9,443</b>	13,244	21,597	29,324	34,916	36,203	37,344	37,687	43,403	56,901
	75	12,857	17,880	26,189	30,615	35,56	38,155	42,277	46,346	54,703	61,407
	100	15,017	21,590	28,322	31,227	32,876	37,065	44,576	51,53	53,643	58,436
LAJE B-I	50	10,253	17,637	19,506	23,133	30,060	38,573	38,880	39,266	39,932	40,072
	75	11,883	23,512	24,715	31,139	36,447	36,656	38,256	42,972	43,681	44,974
	100	12,794	27,051	27,143	33,808	36,487	37,124	41,421	44,147	45,849	46,947

A LAJE A-II, com vigas de bordo de 50 cm e 75 cm, e a LAJE A-III, com viga de 50 cm, apresentam frequências naturais de 7,679 Hz, 9,582 Hz e 9,443 Hz, respectivamente. Estas frequências estão abaixo da frequência crítica, majorada em 20%, recomendada por norma para esse tipo de laje, no caso 9,6 Hz. Os resultados da Tabela 18 são apresentados graficamente na Figura 48 para a frequência fundamental da cada laje.

Percebe-se que com o aumento da inércia da viga de bordo, há um aumento das frequências naturais da estrutura para cada laje. Esse fato evidencia que a viga de bordo influencia na resposta dinâmica da estrutura e pode ser explicado pelo fato de que aumentando a inércia das vigas de bordo aumenta a rigidez de todo o sistema, como já foi dito. A LAJE A-III apresenta um crescimento mais acentuado das frequências naturais em relação à variação da inércia da viga de bordo. Isso mostra uma maior sensibilidade desse modelo de laje a essa variação.

Esse fato revela que ao projetar uma laje de academia, se a relação entre vãos for grande (aproximadamente 2 ou maior), pode ser vantajoso projetá-la com vigas de bordo com maiores inércias, pois isso aumenta sensivelmente a frequência fundamental da laje. Claro que a adequação ao projeto arquitetônico e a questão financeira (consumo de concreto) também devem ser analisadas.

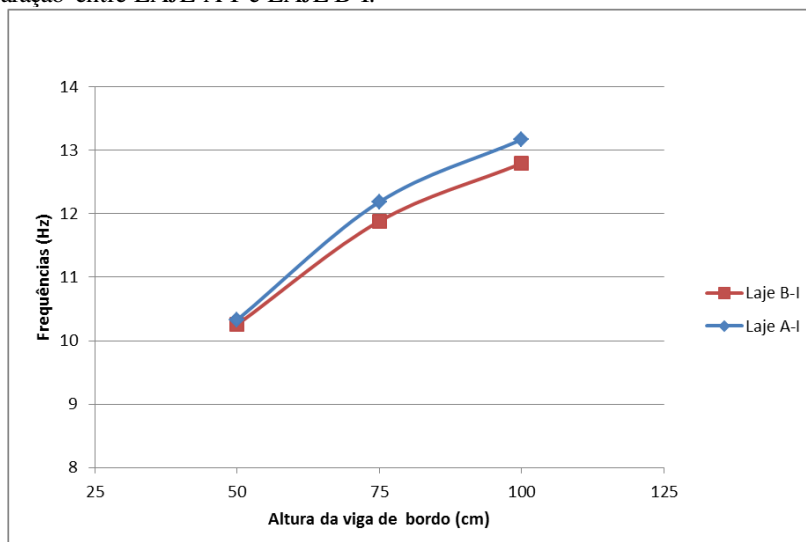
Figura 48 - Relação entre inércia da viga de bordo e relação entre vãos.



Fonte: O autor.

A Figura 49 mostra a comparação entre a LAJE A-I e B-I com relação à variação da inércia das vigas. Observa-se que os valores obtidos para a frequência fundamental das duas lajes são próximos, divergindo esses valores em no máximo 3% no caso das lajes com viga de bordo de 100 cm.

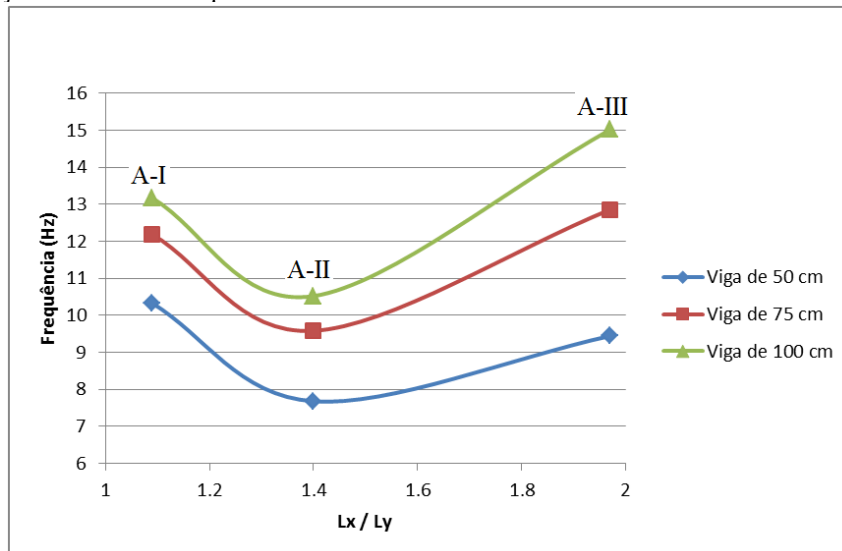
Figura 49 - Comparação entre LAJE A-I e LAJE B-I.



Fonte: O autor.

Percebe-se, pela Figura 50, que a mudança de modulação não confere grandes mudanças na frequência fundamental das lajes. No tocante a relação entre vãos, percebe-se que o seu aumento pode influenciar tanto na redução quanto no aumento das frequências fundamentais da laje. Isso depende de como essa relação é realizada.

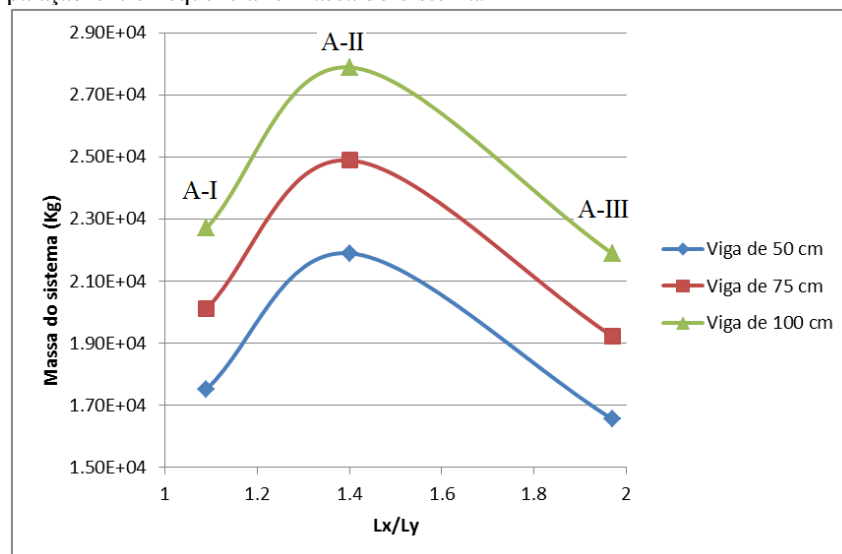
Figura 50 - Relação entre vãos e frequências naturais.



Fonte: O autor.

Analisando a Figura 51 e Figura 50 percebe-se que há uma variação na frequência fundamental das lajes em função da massa do sistema.

Figura 51 - Comparação entre frequência e massa do sistema.



Fonte: O autor.

Quando há um aumento da relação entre vãos de 1,09 para 1,40 (LAJE A-I para A-II), a massa do sistema aumenta e as frequências fundamentais das estruturas são reduzidas. Isso é devido ao vão da laje no eixo  $x$  ( $L_x$ ) ser maior na LAJE A-II. Porém, quando há aumento da relação entre vãos de 1,40 para 1,96 (LAJE A-II para a LAJE A-III), a massa total do sistema é reduzida e a frequência fundamental das estruturas aumentam, isso pode ser explicado pelo fato de que o vão do eixo  $y$  ( $L_y$ ) reduz, aumentando a rigidez da laje. Comparando a LAJE A-I com a LAJE A-III (relação entre vãos 1,09 e 1,40, respectivamente) tem-se que, para a viga de bordo de 50 cm, a LAJE A-III apresenta menor valor para a frequência fundamental (9,443 Hz), porém quando a inércia da viga de bordo aumenta essa laje passa a apresentar valores para a frequência fundamental maiores que a LAJE A-I. Isso leva a conclusão de que a LAJE A-III apresenta ganho de rigidez maior do que a LAJE A-I, quando ambas sofrem aumento da inércia da viga de bordo. Essa conclusão é reforçada pelo fato de que a massa da LAJE A-III é menor do que a massa da LAJE A-I, apesar de serem valores próximos.

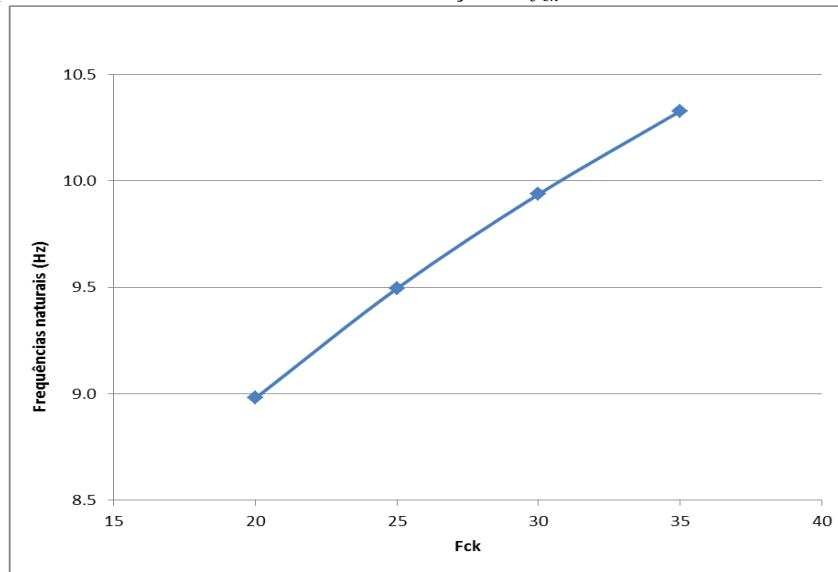
### 6.1.2 Variação da resistência característica à compressão do concreto

Os valores obtidos para as dez primeiras frequências naturais da LAJE A-I com viga de bordo de 50 cm, quando esta tem a resistência característica à compressão variando de 20 MPa a 35 MPa é mostrada na Tabela 19 e representada graficamente na Figura 52. No intervalo de resistência do concreto estudado (20 MPa a 35 MPa), verifica-se uma relação proporcional entre a resistência característica à compressão do concreto e as frequência fundamental da laje. Cada ganho de 5,0 MPa na resistência característica à compressão do concreto leva a um aumento em média de 0,45 Hz na frequência fundamental da estrutura em estudo.

Tabela 19 - Frequências naturais da LAJE A-I em função da resistência característica à compressão.

$f_{ck}$ MPa	Frequências (Hz)									
	$f_{01}$	$f_{02}$	$f_{03}$	$f_{04}$	$f_{05}$	$f_{06}$	$f_{07}$	$f_{08}$	$f_{09}$	$f_{10}$
20	8,979	15,229	16,517	19,955	26,474	32,032	32,183	35,266	35,621	37,246
25	9,495	16,103	17,465	21,100	27,993	33,870	34,029	37,290	37,665	39,383
30	9,937	16,853	18,279	22,084	29,298	35,449	35,616	39,028	39,421	41,219
35	10,328	17,516	18,997	22,951	30,449	36,842	37,015	40,562	40,970	42,839



Figura 52 - Frequências fundamentais da LAJE A-I em função do  $f_{ck}$ .

Fonte: O autor.

A resistência característica à compressão do concreto pode ser determinante para a laje atender aos padrões normativos, no que se refere às frequências naturais, pois se a LAJE A-I, com viga de 50 cm, tivesse um  $f_{ck}$  de 25 MPa, ela não atenderia a NBR 6118 (ABNT, 2003), em relação à frequência fundamental para garantir a estabilidade de desempenho no Estado Limite de Vibrações Excessivas (9,6 Hz).

Na fase de elaboração de projeto, um mecanismo que pode ser utilizado para aumentar as frequências naturais das lajes é aumentar a resistência característica à compressão do concreto a ser utilizado, porém como essa medida pode elevar o custo financeiro da obra ela deve ser analisada com cautela.

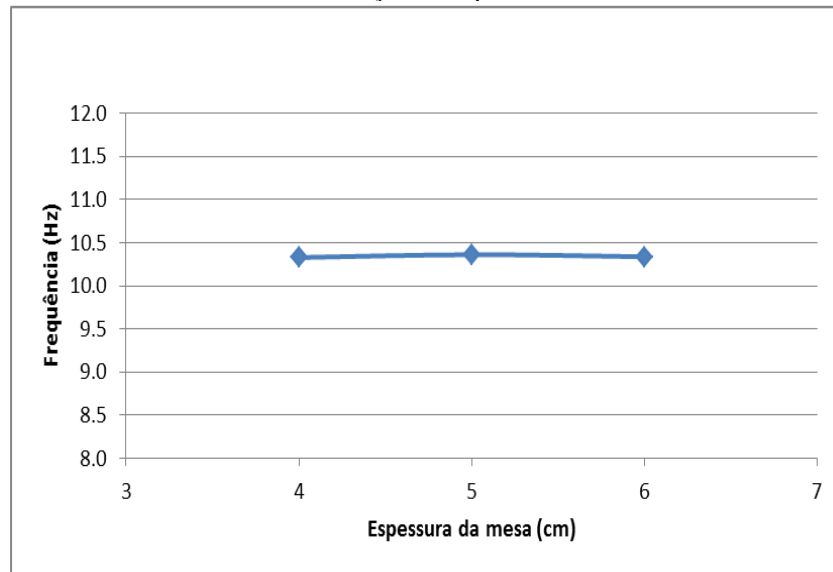
### 6.1.3 Variação da espessura da mesa

Variando-se a espessura da mesa conforme estabelecido no capítulo 4, obtém-se os valores para as frequências naturais da estrutura (LAJE A-I com viga de 50 cm), mostrados na Tabela 20 e graficamente na Figura 53.

Tabela 20 - Frequências naturais da LAJE A-I em função da espessura da mesa.

Espessura da mesa (cm)	Frequências (Hz)									
	$f_{01}$	$f_{02}$	$f_{03}$	$f_{04}$	$f_{05}$	$f_{06}$	$f_{07}$	$f_{08}$	$f_{09}$	$f_{10}$
4	10,328	17,516	18,997	22,951	30,449	36,842	37,015	40,562	40,970	42,839
5	10,361	17,556	19,005	23,181	30,666	36,603	36,779	40,818	41,580	43,801
6	10,337	17,459	18,877	23,212	30,713	35,873	36,026	40,868	42,214	44,722

Figura 53 - Frequências naturais da LAJE A em função da espessura da mesa.



Fonte: O autor.

A diferença entre os valores obtidos é de menos de 1%. Isso mostra que modificações na espessura da mesa de 4 cm a 6 cm, valores esses tipicamente utilizados em projetos no Ceará, não interferem substancialmente nos parâmetros dinâmicos da estrutura (frequência fundamental).

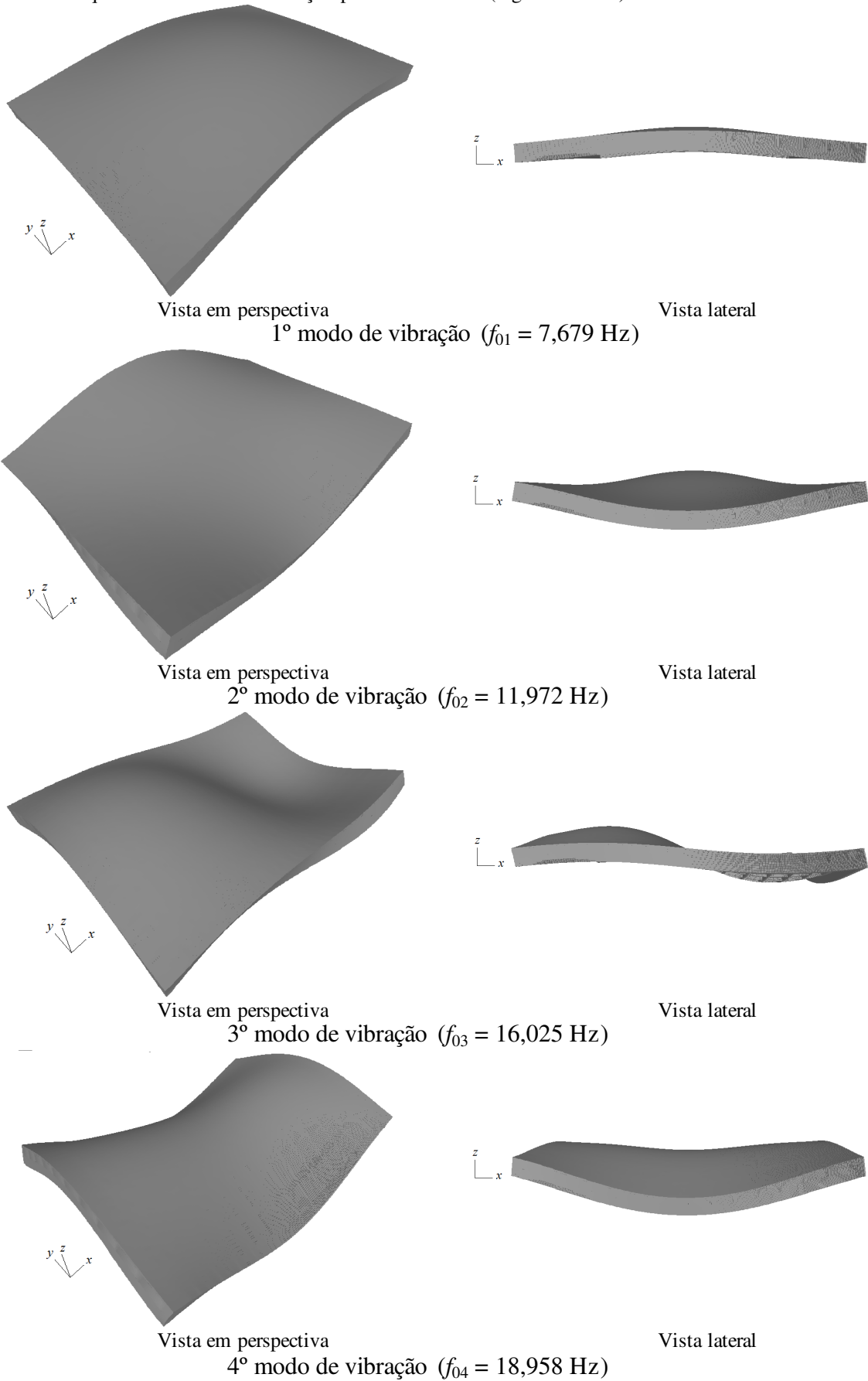
## 6.2 Análise de Autovetores (modos de vibração)

A Figura 54, Figura 55 e Figura 56 mostram os modos de vibração para a LAJE A-II, pois essa foi a que apresentou as menores frequências fundamentais. Estes modos são para as vigas de bordo de 50 cm, 75 cm e 100 cm de altura, respectivamente. Contudo, vale ressaltar que as outras lajes analisadas apresentam os quatro primeiros modos de vibração coincidentes com os modos aqui mostrados. Por isso, seus modos de vibração não são apresentados.

Observando-se as figuras, percebe-se que a primeira frequência natural está associada ao primeiro modo de flexão; a segunda corresponde ao primeiro modo de torção; a terceira está relacionada ao segundo modo de flexão; e a quarta frequência natural refere-se ao primeiro modo de flexão transversal.

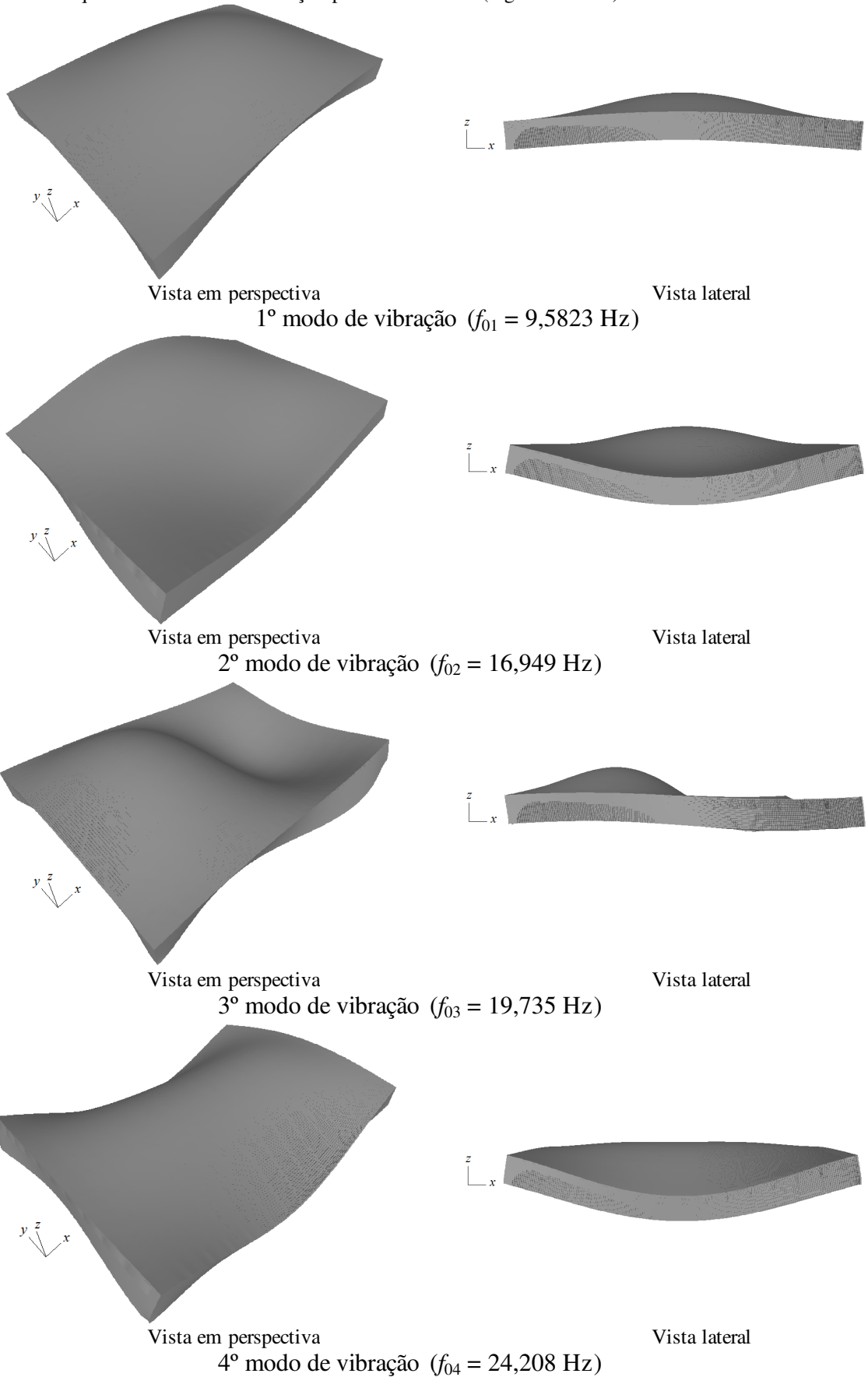
A Figura 54, Figura 55 e Figura 56 mostram os modos de vibração da LAJE A-II em perspectiva e vista em lateral.

Figura 54 - Frequências e modos de vibração para a LAJE A-II (vigas de 50 cm).



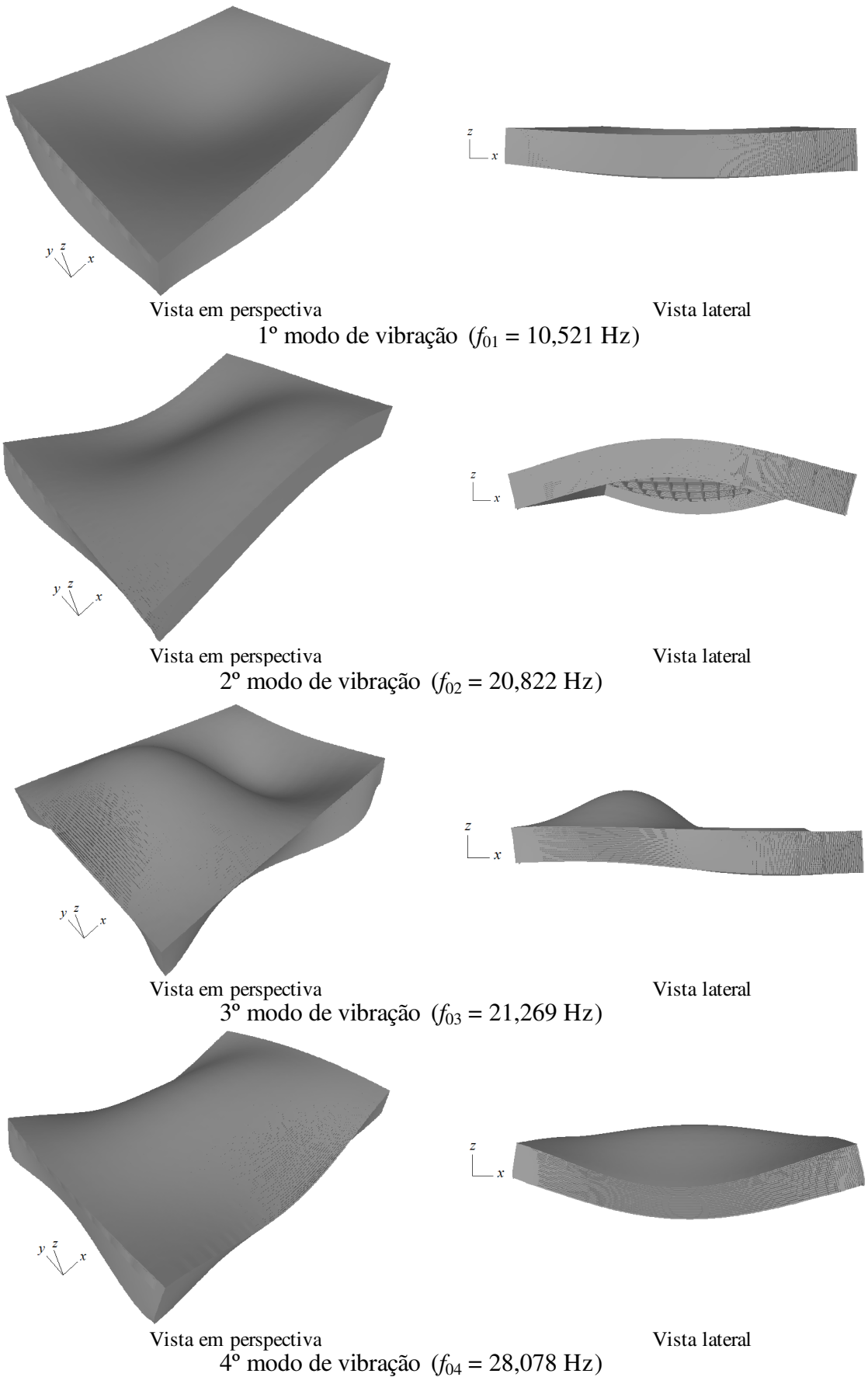
Fonte: O autor.

Figura 55 - Frequências e modos de vibração para a LAJE A-II (vigas de 75 cm).



Fonte: O autor.

Figura 56 - Frequências e modos de vibração para a LAJE A-II (vigas de 100 cm).



Fonte: O autor.

O primeiro e o segundo modo de vibração das lajes estão associados ao modo de vibração de flexão. Esse modo está no sentido do carregamento que normalmente as lajes estão sujeitas, por isso, deve-se tomar cuidado quando a frequência fundamental é próxima das frequências de excitação devido a ações humanas. As vigas de bordo influenciam nos autovalores das lajes, mas não possuem significativa influência nas primeiras formas modais dos modelos. A variação da relação entre vãos também não modificou as primeiras formas modais das lajes.

## 7 ANÁLISE DE VIBRAÇÃO FORÇADA

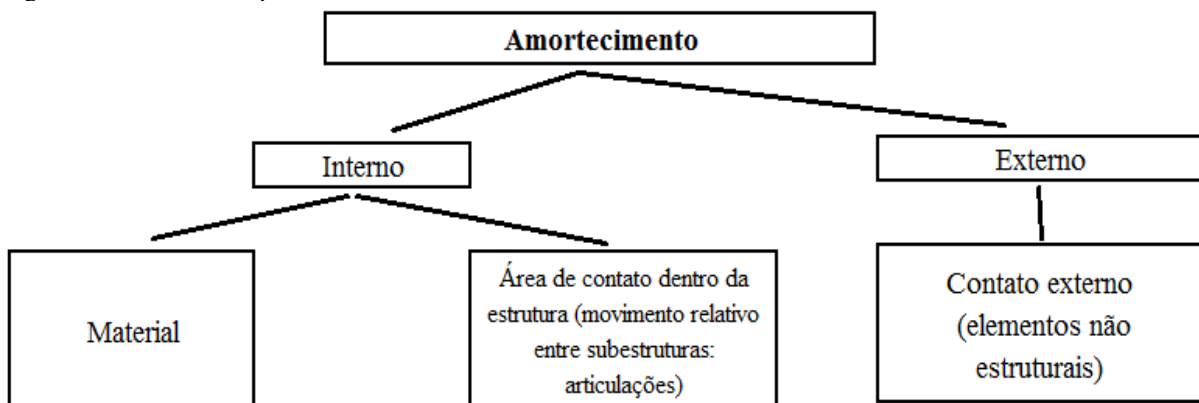
Neste capítulo é realizada a análise dinâmica de vibração forçada, cujo carregamento simula pessoas realizando atividades aeróbicas sobre as lajes.

### 7.1 Amortecimento

O amortecimento é o mecanismo pelo qual a estrutura dissipa energia, além de atuar no controle das vibrações. Determinar esse amortecimento é possível através de ensaios experimentais, contudo envolve tempo e custos, o que muitas vezes o torna inviável. Calcular o valor do amortecimento não é tarefa fácil, pois este parâmetro não envolve somente as características inerentes às estruturas, também envolve os mecanismos que se integram a estrutura, como divisórias e acabamentos.

Para Bachmann *et al* (1995), o amortecimento na vibração estrutural está associado com a dissipação de energia mecânica, normalmente convertida em energia térmica. Para os autores, o amortecimento pode ser classificado conforme mostra a Figura 57.

Figura 57 - Diferentes tipos de amortecimento.



Fonte: adaptado de Bachmann *et al* (1995).

Deste modo, normalmente o amortecimento é calculado em termos de taxas de contribuição. Usualmente utiliza-se a matriz de amortecimento de Rayleigh, que permite calcular a matriz de amortecimento ( $C$ ) de uma estrutura com  $n$  graus de liberdade. Esta matriz é expressa em termos da taxa de contribuição da matriz de massa ( $\alpha$ ) e da taxa de contribuição da matriz de rigidez ( $\beta$ ). A matriz de amortecimento de Rayleigh é dada por:

$$C = \alpha \mathbf{M} + \beta \mathbf{K} \quad (11)$$

Onde  $\mathbf{M}$  é a matriz de massa e  $\mathbf{K}$  é a matriz de rigidez. A Equação 11 pode ser escrita em função da frequência natural circular (rad/s) e da taxa de amortecimento modal. Assim, a Equação 11 pode ser reescrita como:

$$\xi_i = \frac{\alpha}{2\omega_{0i}} + \frac{\beta\omega_{0i}}{2} \quad (12)$$

Onde:

$\xi_i$  : taxa de amortecimento do i-ésimo modo;

$\omega_{0i}$  : frequência de vibração circular do i-ésimo modo.

Isolando  $\alpha$  e  $\beta$  da Equação 12 para as duas primeiras frequências naturais, obtém-se:

$$\alpha = 2 \cdot \xi_1 \cdot \omega_{01} - \beta \cdot \omega_{01} \cdot \omega_{01} \quad (13)$$

$$\beta = \frac{2(\xi_2 \omega_{02} - \xi_1 \omega_{01})}{\omega_{02} \omega_{02} - \omega_{01} \omega_{01}} \quad (14)$$

Obtendo-se as duas primeiras frequências naturais é possível calcular os valores de  $\alpha$  e  $\beta$ . Normalmente, a frequência natural  $\omega_{01}$  é adotada como a menor frequência natural da estrutura ou frequência fundamental e  $\omega_{02}$  como a segunda frequência natural. Apesar disso, é adotado coeficiente de amortecimento constante e igual a 3% ( $\xi=3\%$ ) em todos os pisos, conforme indicações de Murray, Allen e Ungar (2003) (Tabela 21) e dentro da faixa recomendada por Bachmann *et al* (1995) (Tabela 22).

Tabela 21 - Amortecimento estrutural em função da utilização da estrutura.

<b>Destinação da estrutura</b>	<b>taxa de amortecimento (<math>\xi</math>)</b>
Escritórios, residências e igrejas	0,02 - 0,05*
Centro de compras (shopping center)	0,02
Passarelas internas	0,02
Passarelas externas	0,01

\*0,02 para pisos com poucos componentes não estruturais (telhados, dutos, divisórias, etc.) como pode ocorrer em áreas de trabalho abertas e igrejas;

0,03 para pisos com componentes não estruturais e mobiliários, mas com poucas divisórias desmontáveis, típica de muitas áreas modulares de escritórios; e

0,05 para divisórias em contato com dois pisos entre andares subsequentes.

Fonte: Adaptado da Murray, Allen e Ungar (2003).



Tabela 22 - Valores comuns para taxa de amortecimento ( $\xi$ ) para pisos onde se pratica esporte e dança.

Tipo de construção	Taxa de amortecimento		
	Mínimo	Médio	Máximo
Concreto armado	0,014	0,025	0,035
Concreto protendido	0,010	0,020	0,030
Compósitos	0,008	0,016	0,025
Aço	0,006	0,012	0,020

Fonte: Adaptado de Bachmann *et al* (1995).

## 7.2 Carregamento dinâmico

O carregamento dinâmico adotado neste trabalho é o apresentado por Bachmann *et al* (1995) conforme Equação 1. O peso ( $w_p$ ) considerado é igual à 800 N conforme recomendado pelos mesmos autores. Os coeficientes da série de Fourier ( $\alpha$ ) e os valores do ângulo de defasagem ( $\phi$ ) adotados foram retirados da Tabela 7 para a atividade de pular.

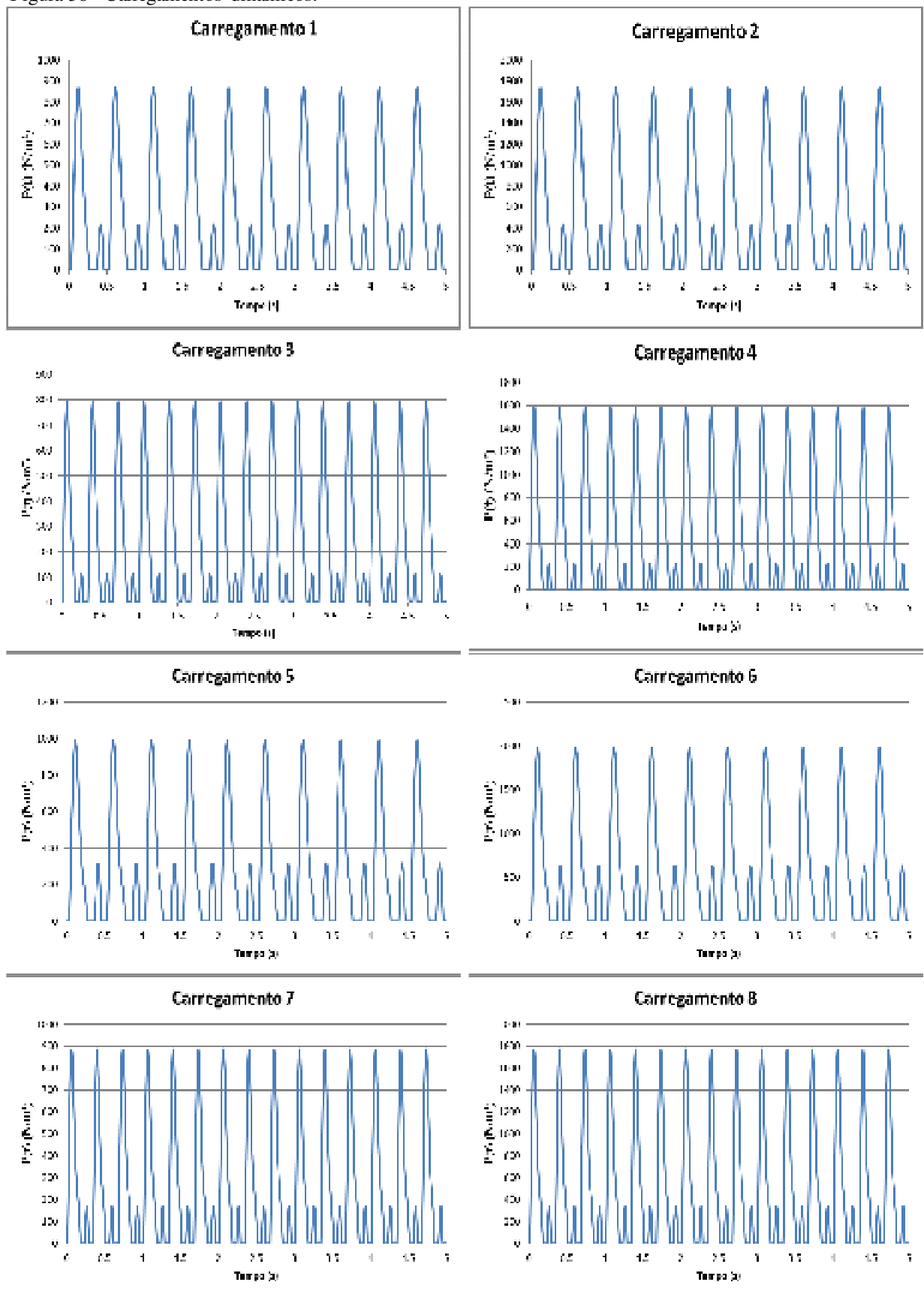
Desta forma, a laje recebe oito tipos de carregamento: quatro para atividade de intensidade normal e quatro para atividade de alta intensidade (Tabela 7). A função  $P(t)$  para os oito carregamentos é mostrada na Figura 58 e os dados utilizados estão na Tabela 23. Foram adotadas as densidades de 0,25 pessoas/m<sup>2</sup> (situação normal) e 0,5 pessoas/m<sup>2</sup> (situação extrema), conforme Bachmann *et al* (1995), considerando um tempo de contato de 0,2 s. O carregamento dinâmico é aplicado como uma carga distribuída em toda a área da laje, sendo assim o grau de sincronismo entre os praticantes da atividade é considerado perfeito, ou seja, é a situação de maior solicitação para as lajes.

Tabela 23 - Dados do carregamento.

Carregamento	Coeficiente de Fourier				Ângulo de fase			Frequência (Hz)	Densidade Pessoa/m <sup>2</sup>
	$\alpha_1$	$\alpha_2$	$\alpha_3$	$\phi_1$	$\phi_2$	$\phi_3$			
1	1,8	1,3	0,7	0	1,88496	1,88496	2	0,25	
2	1,8	1,3	0,7	0	1,88496	1,88496	2	0,50	
3	1,7	1,1	0,5	0	1,25664	1,25664	3	0,25	
4	1,7	1,1	0,5	0	1,25664	1,25664	3	0,50	
5	1,9	1,6	1,1	0	1,88496	1,88496	2	0,25	
6	1,9	1,6	1,1	0	1,88496	1,88496	2	0,50	
7	1,8	1,3	0,8	0	1,25664	1,25664	3	0,25	
8	1,8	1,3	0,8	0	1,25664	1,25664	3	0,50	

Fonte: Adaptado de Bachmann *et al* (1995).

Figura 58 - Carregamentos dinâmicos.



Fonte: O autor.

A Tabela 24 mostra o valor de pico de cada carregamento. Os três maiores picos de carga acontecem para o carregamento 2, 6 e 8.

Tabela 24 - Valor de pico da carga dinâmica.

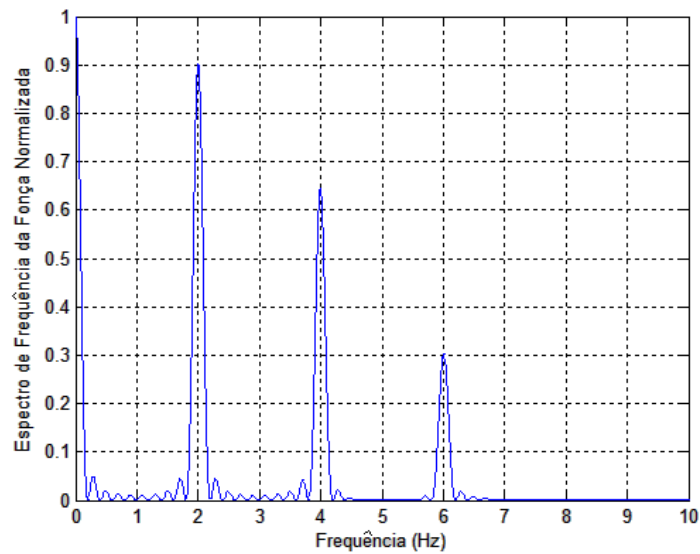
Carregamento	Valor de pico do carregamento (N/m <sup>2</sup> )
1	865,92
2	<b>1731,85</b>
3	791,37
4	1582,74
5	989,91
6	<b>1979,82</b>
7	886,74
8	<b>1773,49</b>

Quando uma atividade é realizada por um grupo de pessoa, o sincronismo da atividade realizada pode não ser perfeito, algumas funções de carregamento levam em consideração esse efeito, como por exemplo, a função Hanning (ver Equação 5) através do coeficiente de defasagem. A Equação 1 não considera nenhum coeficiente de defasagem, ou seja, o grau de sincronismo entre os praticantes da atividade é considerado perfeito. Neste trabalho assim foi considerado, pois quanto maior o grau de sincronismo entre os participantes da atividade maior será a solicitação da estrutura, ou seja, é o carregamento mais desfavorável para a laje.

A transformada de Fourier  $F(w)$  da função associada ao modelo do carregamento da Equação 1, apresenta três picos representativos da atividade associados aos seus três harmônicos. A Figura 59 e a Figura 60 mostram os gráficos de  $F(w)$  para os carregamentos 5 e 7, respectivamente, para frequências de 2 Hz e 3 Hz. Os espectros da função do carregamento são obtidos por meio da transformada de Fourier da Equação 1 para o domínio das frequências e, neste trabalho, são obtidas utilizando o programa MATLAB (MATHWORKS, 2008).

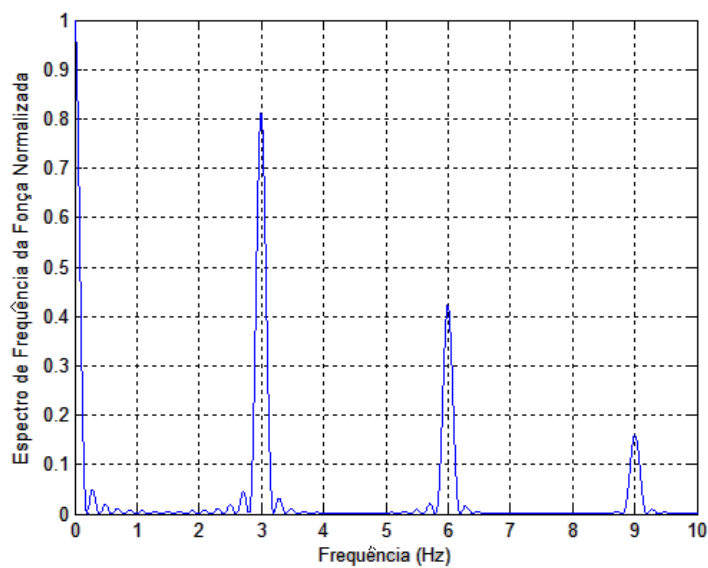
Para os demais carregamentos, a configuração do espectro é semelhante aos apresentados na Figura 59 e na Figura 60. O terceiro harmônico da atividade de saltar, segundo a Equação 1, é o harmônico que mais aproxima a frequência de excitação da frequência fundamental das lajes que, neste trabalho, variou no intervalo de 7,679 Hz a 15,017 Hz (ver Tabela 18).

Figura 59 - Espectro de frequência do carregamento 5.



Fonte: O autor.

Figura 60 - Espectro de frequência do carregamento 7.



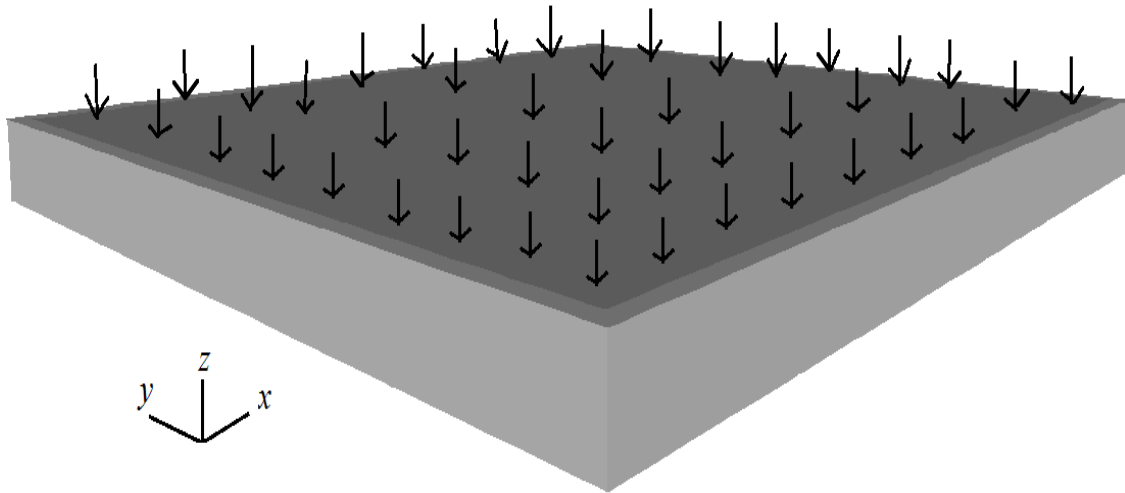
Fonte: O autor.

A Tabela 25 mostra a quantidade aproximada de pessoas em cada uma das lajes. Essa quantidade foi obtida pelo produto da área de cada laje pela concentração de pessoas. Lembrando que a função do carregamento  $P(t)$ , neste trabalho, é considerada como uma carga distribuída sobre a superfície das lajes (Figura 61).

Tabela 25 - Quantidade aproximada de pessoas sobre cada laje.

Laje	Concentração de 0,25 pessoas/m <sup>2</sup>	Concentração de 0,5 pessoas/m <sup>2</sup>
LAJE A-I e LAJE B-I	10 - 11	21 - 22
LAJE A-II	13 - 14	27 - 28
LAJE A-III	9 - 10	19 - 20

Figura 61 - Carga distribuída sobre a laje.



Fonte: o autor.

### 7.3 Análise dos deslocamentos

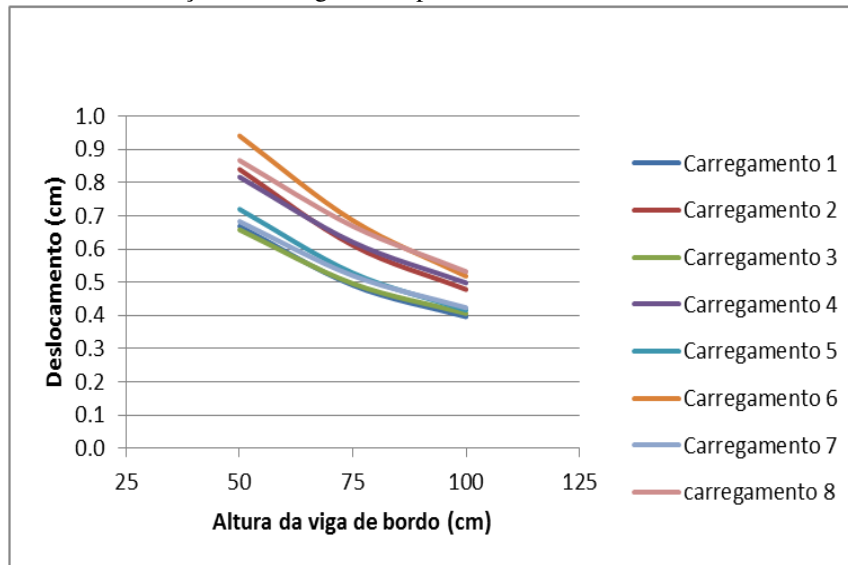
Na Tabela 26 são mostrados os deslocamentos máximos nos centros das lajes devido aos carregamentos dinâmicos propostos. Por esta tabela percebe-se que as lajes apresentam uma diminuição do deslocamento com o aumento da inércia da viga de bordo. A

Figura 62 representa essa relação para a LAJE A-I, sendo esse comportamento semelhante ao da análise estática. Os deslocamentos máximos permitidos por norma para as lajes (valores esses iguais a 2,588 cm para as LAJES A-I, A-II e B-I; e 1,836 cm, para a LAJE A-III) não foram infringidos.

Tabela 26 - Deslocamentos máximos no centro da laje (cm).

Carregamento	A-I			A-II			A-III			B-I		
	Viga			Viga			Viga			Viga		
	50 cm	75 cm	100 cm	50 cm	75 cm	100 cm	50 cm	75 cm	100 cm	50 cm	75 cm	100 cm
1	0,669	0,491	0,396	1,153	0,774	0,657	0,662	0,379	0,280	0,765	0,581	0,460
2	0,840	0,611	0,478	1,443	0,956	0,821	0,807	0,453	0,329	0,987	0,750	0,570
3	0,658	0,496	0,406	1,153	0,829	0,651	0,716	0,387	0,298	0,747	0,569	0,470
4	0,817	0,621	0,498	1,442	1,065	0,810	0,916	0,469	0,365	0,950	0,726	0,591
5	0,720	0,528	0,416	1,209	0,816	0,703	0,693	0,399	0,292	0,832	0,634	0,490
6	0,941	0,686	0,518	1,555	1,040	0,913	0,869	0,493	0,353	1,119	0,854	0,630
7	0,683	0,520	0,423	1,189	0,884	0,677	0,768	0,402	0,313	0,779	0,596	0,492
8	0,867	0,669	0,532	1,515	1,176	0,861	1,019	0,498	0,395	1,013	0,779	0,635

Figura 62 - Deslocamento em função do carregamento para a LAJE A-I.



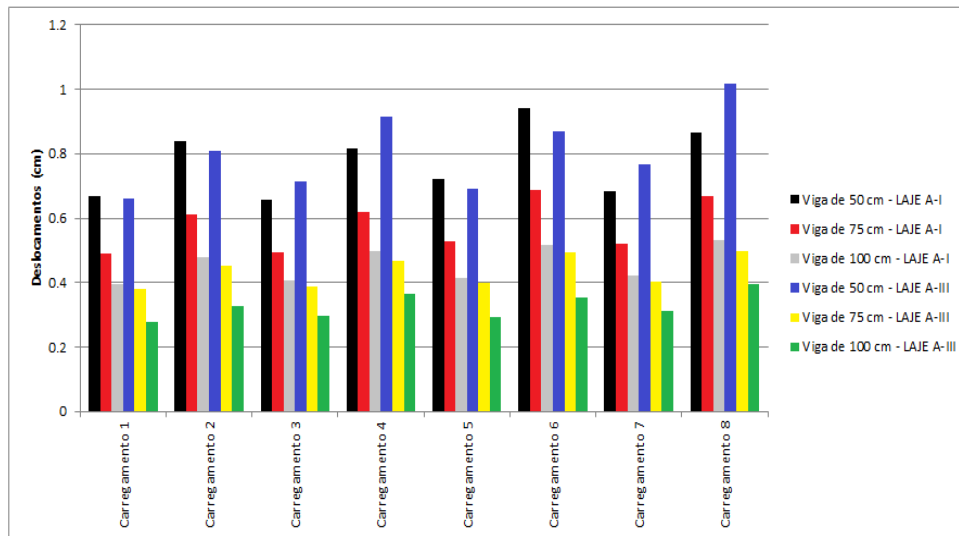
Fonte: O autor.

No geral, os carregamentos 6 e 8 foram os que geraram os maiores deslocamentos nas lajes. Esses carregamentos são de alta intensidade (Tabela 7) e com densidade de ocupantes na laje em situação extrema (0,50 pessoas/m<sup>2</sup>), ou seja, a situação de carregamento mais desfavorável. Entre todas as lajes analisadas, a LAJE A-II foi a que apresentou os maiores deslocamentos. O que era de se esperar, já que na análise estática esta foi mais flexível.

No geral, para vigas de bordo de 75 cm e 100 cm, a LAJE A-I apresenta deslocamentos maiores que a LAJE A-III, assim como na análise estática. Porém, para viga de bordo de 50 cm, a LAJE A-I em relação à LAJE A-III, tem maiores deslocamentos nos casos dos carregamentos 1, 2, 5 e 6 (frequência do carregamento igual a 2 Hz). Já a LAJE A-III apresenta maiores deslocamentos em relação à LAJE A-I nos casos dos carregamentos 3, 4, 7 e 8 (frequência do carregamento igual a 3 Hz) (Figura 63). Esse fato pode ser explicado pela observação dos espectros dos carregamentos (Figura 59 e Figura 60), pois o terceiro harmônico dos carregamentos 3, 4, 7 e 8 apresentam frequências (9 Hz) com valores próximos a frequência fundamental da LAJE A-III com viga de 50 cm (9,443 Hz), o que pode caracterizar um estado ressonante.

Na análise estática, os deslocamentos da LAJE A-I e A-III, para viga de bordo de 50 cm, apresentam valores muito próximos e como o MEF é um método aproximado, pode-se dizer que estes valores são equivalentes. Além do que, para os níveis de grandeza utilizados na construção civil pode-se considerar que esses valores são iguais.

Figura 63 - Deslocamentos da LAJE A-I e A-III.

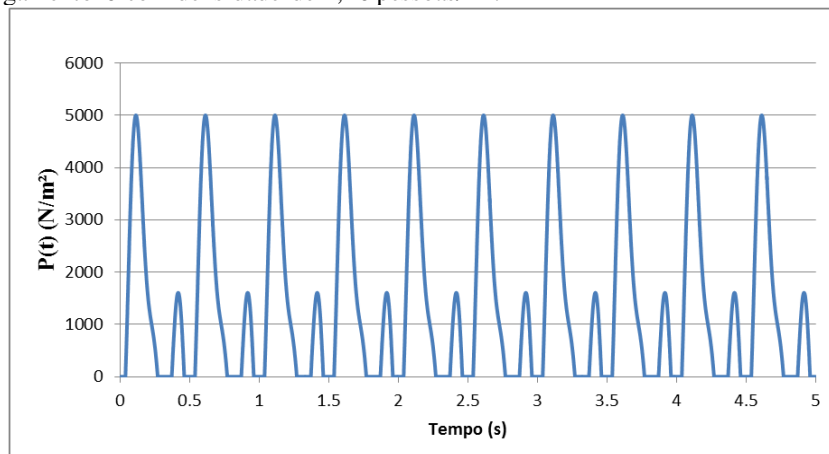


Fonte: O autor.

Observa-se que a frequência do carregamento influencia nos deslocamentos máximos a que as estruturas estão sujeitas. Esse fato revela que em análise dinâmica de lajes nervuradas mais de um tipo de carregamento deve ser verificado, pois quando em utilização as lajes de academia estarão sujeitas a diversos tipos de carregamentos com diferentes frequências.

### 7.3.1 Carregamento estático e dinâmico

Nesta análise, o carregamento 6 foi aplicado de duas formas. Na primeira, seu valor de pico (Figura 58) é aplicado estaticamente ( $1979,82 \text{ N/m}^2$ ). Na segunda, este teve a sua densidade elevada para  $1,26 \text{ pessoas/m}^2$ , como mostra a Figura 64.

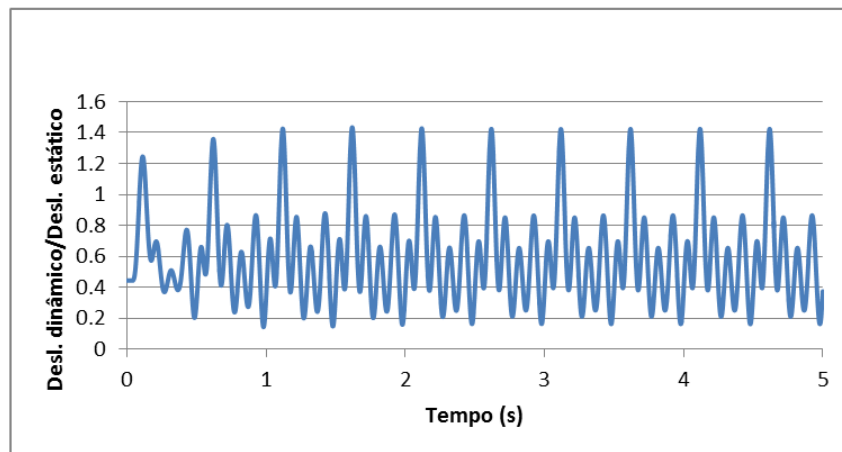
Figura 64 - Carregamento 6 com densidade de  $1,26 \text{ pessoas/m}^2$ .

Fonte: O autor.

Assim, o pico do carregamento dinâmico se iguala ao carregamento estático fornecido pela NBR 6118 (ABNT, 2003), ou seja,  $5000\text{N/m}^2$  (Figura 64). Essas análises são realizadas na LAJE A-I com viga de bordo de 50 cm.

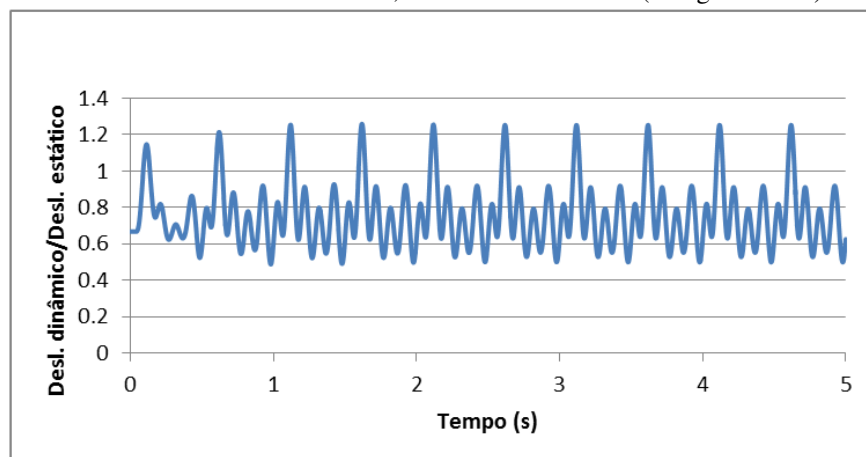
Os resultados da análise dinâmica são divididos pelo resultado da análise estática, os quais são mostrados na Figura 65 e Figura 66.

Figura 65 - Razão entre deslocamento estático  $5000\text{ N/m}^2$  e o dinâmico (carregamento 6 com densidade de 1,26 pessoas/m<sup>2</sup>).



Fonte: O autor.

Figura 66 - Razão entre deslocamento estático  $1979,82\text{ N/m}^2$  e o dinâmico (carregamento 6).



Fonte: O autor.

Quando o carregamento de  $5000\text{ N/m}^2$  é aplicado de forma dinâmica, este fornece valores para as flechas, no centro da laje, de até 40 % maiores do que quando o valor de pico é aplicado de forma estática (Figura 65). O carregamento de  $1979,82\text{ N/m}^2$ , quando aplicado de forma dinâmica, também fornece valores maiores para os deslocamentos verticais do que quando aplicado estaticamente, sendo que esses valores chegam a ser mais de 20 % maiores



(Figura 66). Pode-se dizer que quanto maior a intensidade da carga, maior a diferença entre o deslocamento devido à carga estática e dinâmica.

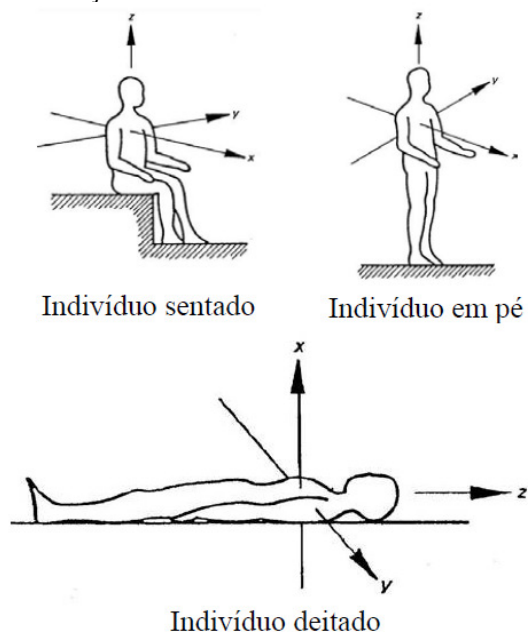
As análises indicam que em estruturas sujeitas a carregamento dinâmico intenso, como é o caso de uma academia de ginástica, este deve ser levado em consideração, pois as análises mostram que a carga aplicada dinamicamente confere deslocamentos maiores na estrutura que quando aplicada de forma estática. Apesar de que, em nenhuma das análises, a flecha máxima obtida (1,616 cm e 1,258 cm, respectivamente, para o carregamento dinâmico de 5000 N/m<sup>2</sup> e 1979,82 N/m<sup>2</sup>) ultrapassou o limite do deslocamento para efeito visual desagradável (2,588 cm).

#### 7.4 Análise do conforto humano

Em 1930, na Europa, os engenheiros aeronáuticos iniciaram os estudos dos efeitos das vibrações em seres humanos (NÓBREGA, 2004). O corpo humano é sensível ao movimento das estruturas e, dependendo da amplitude destas vibrações, estas podem causar sensações diversas, que variam do desconforto até alterações na saúde. Os níveis de vibração que causam incômodo aos seres humanos são limitados por normas técnicas.

A norma internacional ISO 2631-1 (1989) rege que as vibrações percebidas pelo ser humano devem ser medidas por um sistema de eixos coordenados ortogonais, levando em consideração a posição do corpo, sentado, em pé, ou deitado (Figura 67).

Figura 67 - Eixo coordenado para vibrações mecânicas em seres humanos.



Fonte: ISO 2631-1(1989).

A sensibilidade do corpo às vibrações longitudinais (eixo  $z$ ,) é diferente da sensibilidade transversal (eixos  $x$  ou  $y$ ). A sensibilidade varia com a frequência em cada direção. Indivíduos na posição em pé e vibrações na direção  $z$  apresentam maior sensibilidade na faixa de frequência de 4 a 8 Hz, que corresponde às frequências de ressonância do corpo. Na direção dos eixos  $x$  e  $y$ , as frequências naturais variam de 1 a 2 Hz. Já o indivíduo sentado apresenta frequência fundamental entre 4 a 6 Hz, para a direção  $z$ , e 1 a 3 Hz, para os eixos  $x$  e  $y$ .

Nas edificações onde podem ocorrer cargas dinâmicas acentuadas, como é o caso de uma laje de academia, a preocupação com o conforto humano deve ser recorrente. A análise do conforto humano pode ser feita a partir da aceleração e da velocidade que a estrutura pode gerar devido a uma carga dinâmica. Os valores limites de acelerações e velocidade máximas que garantem esse conforto são mostrados na Tabela 27.

Segundo Bachmann *et al* (1995), essa tabela mostra uma combinação de dados de vários autores e há uma dispersão por um fator de até dois sobre os valores indicados. Vale salientar que existem outros tipos de critérios para avaliar o conforto humano, como por exemplo, os propostos pela DIN 4150/2 (1975), pela ISO 2631-1 (1989), por Murray, Allen e Ungar (2003) e pela escala de Goldman (1948 *apud* GOLDMAN; GIERKE, 1976) (Figura 68). As acelerações e velocidades máximas, neste trabalho, são avaliadas no centro das lajes.

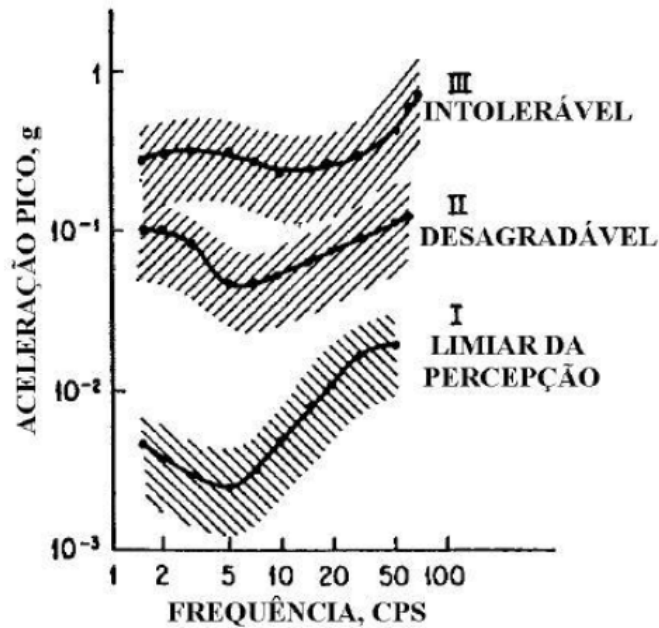
Tabela 27 - Limites de percepção humana para vibrações verticais de pessoas em pé.

Descrição	Frequências entre 1 e 10 Hz para as acelerações de pico ( $\text{cm/s}^2$ )	Frequências entre 10 e 100 Hz para os picos de velocidade ( $\text{cm/s}$ )
Apenas perceptível	3,4	0,05
Claramente perceptível	10,0	0,13
Perturbador / Desagradável	55,0	0,68
Intolerável	180,0	1,38

Fonte: Adaptado de Bachmann *et al* (1995).

A análise do conforto humano é realizada somente nas lajes de maior interesse, tendo com base: o estudo de campo (LAJE A-I e LAJE B-I, com viga de 50 cm, respectivamente, a laje real de projeto e a laje modelada a partir de um tipo de forma muito utilizada nas edificações em Fortaleza); a análise estática (LAJE A-III, pois na análise estática foi a que mostrou maior sensibilidade à variação da inércia da viga de bordo) e a análise de vibração livre (LAJE A-II, com viga de 50 cm e 75 cm, e na LAJE A-III, com viga de 50 cm, pois apresentaram os menores valores de frequência fundamental).

Figura 68 - Escala de sensibilidade humana à vibração proposta por Goldman.



Fonte: Goldman (1948 *apud* GOLDMAN; GIERKE, 1976).

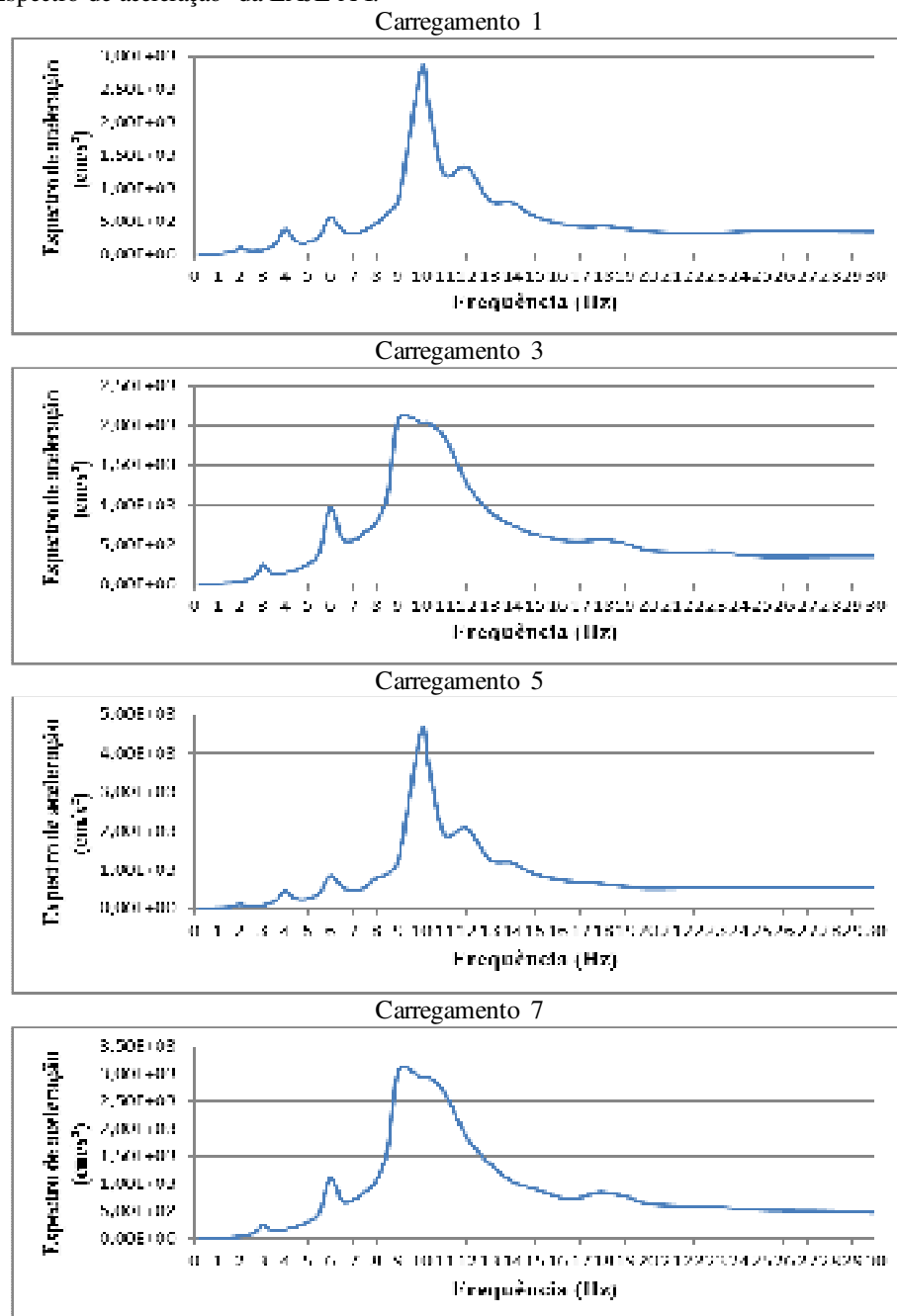
#### 7.4.1 Análise da LAJE A-I e LAJE B-I

A Figura 70 e a Figura 71 mostram as velocidades e a Figura 72 e Figura 73 as acelerações das LAJES A-I e B-I, ambas com viga de bordo de 50 cm, para os oito tipos de carregamentos propostos por Bachmann *et al* (1995). Percebe-se que os maiores picos de velocidade e aceleração ocorreram devido ao carregamento 2, 4, 6 e 8. Comportamento esse esperado, pois estes carregamentos representam as maiores concentrações de pessoas praticando a atividade aeróbica (0,5 pessoas/m<sup>2</sup>).

A Figura 69 mostra o espectro de aceleração da LAJE A-I devido aos carregamentos 1, 3, 5 e 7. Os demais espectros apresentam forma semelhante. O espectro de aceleração é obtido por meio da transformada de Fourier das acelerações para o domínio das frequências e, neste trabalho, é obtido diretamente do programa SAP2000 v.14.0 (CSI, 2008). Os espectros de resposta indicam que a estrutura responde basicamente na frequência fundamental (10,328 Hz e 10,253 Hz para as LAJES A-I e B-I, respectivamente). Contudo é possível observar picos de amplitude significativos com frequência inferior a fundamental. Esses picos são referentes à frequência de excitação e seus harmônicos. Para os carregamentos 3, 4, 7 e 8, um desses picos, com frequência inferior a fundamental, apresenta amplitude maior do que a obtida para a frequência fundamental. Caso semelhante ocorreu com Junges (2010) em seus ensaios experimentais, onde um dos picos dos harmônicos do carregamento obteve amplitude maior do que a frequência fundamental da estrutura. Fato

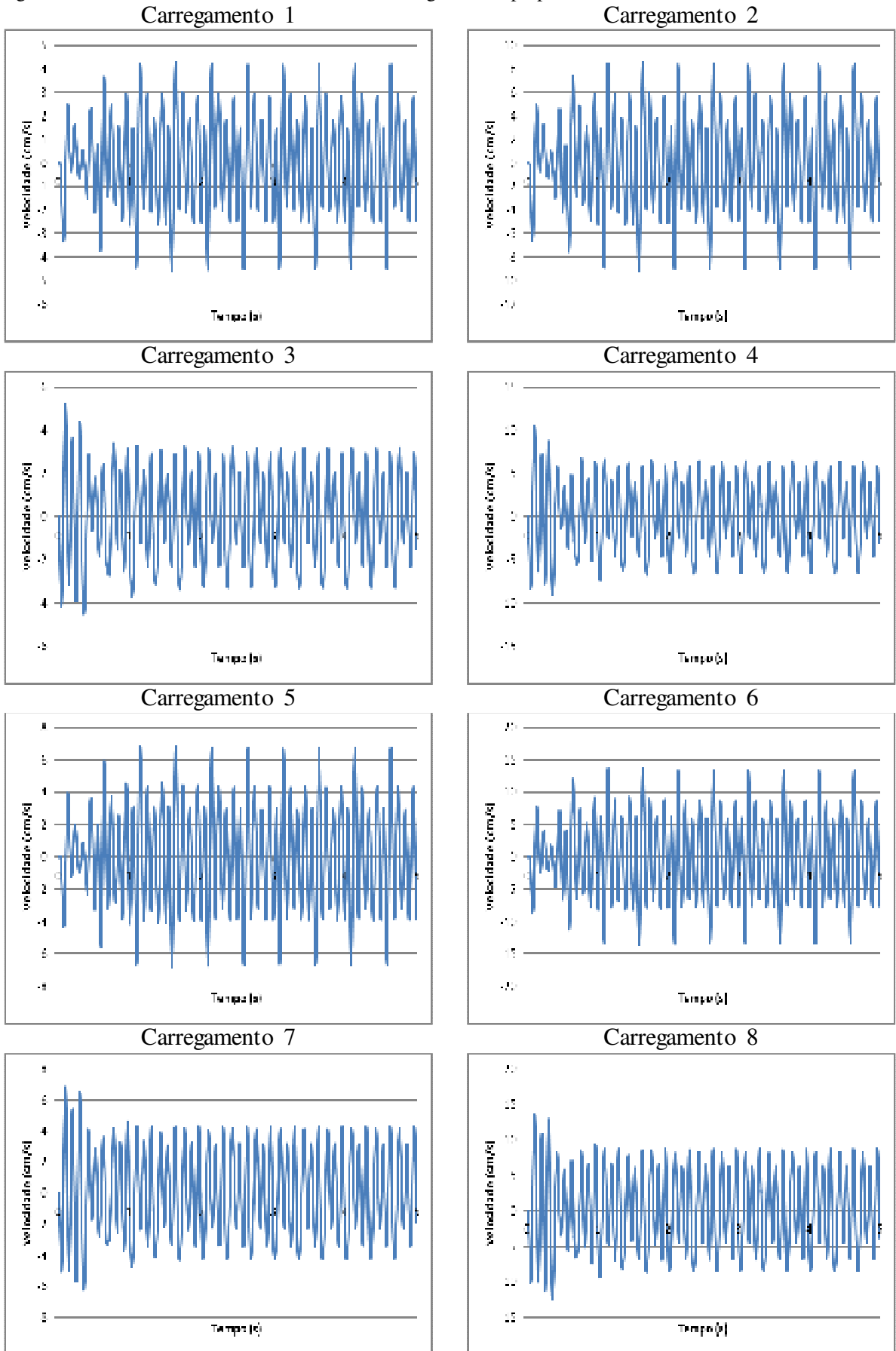
curioso é que, no experimento de Junges (2010), esse resultado foi obtido quando os voluntários tentavam manter a frequência de 3 Hz na atividade do salto e a frequência fundamental da estrutura foi calculada como sendo aproximadamente 12 Hz. Apesar da estrutura analisada por Junges (2010) ser diferente da analisada neste trabalho, a frequência de excitação do carregamento e a frequência fundamental da estrutura apresentam valores próximos.

Figura 69 - Espectro de aceleração da LAJE A-I.



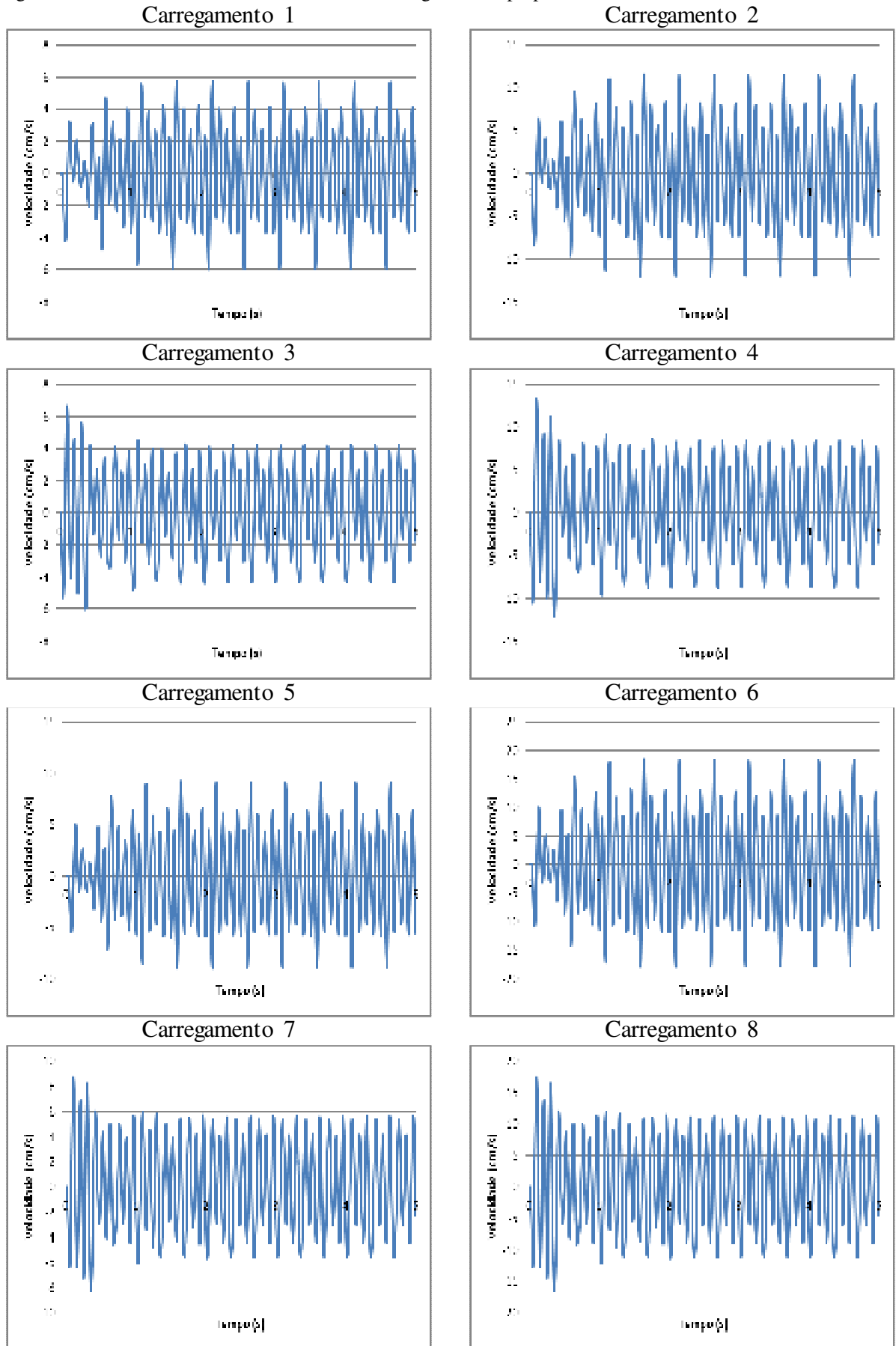
Fonte: O autor.

Figura 70 - Velocidade da LAJE A-I devido aos carregamentos propostos.



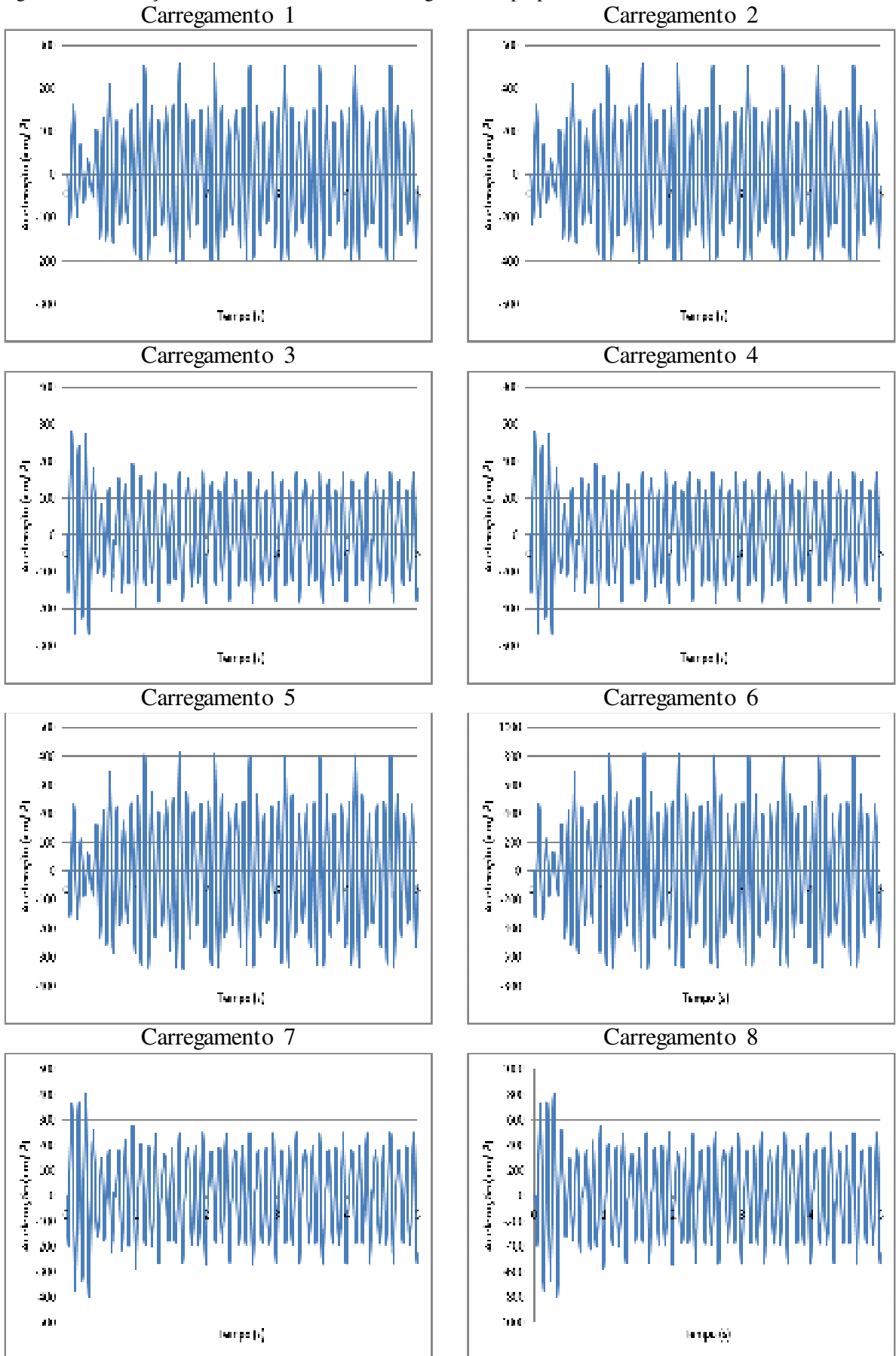
Fonte: O autor.

Figura 71 - Velocidade da LAJE B-I devido aos carregamentos propostos.



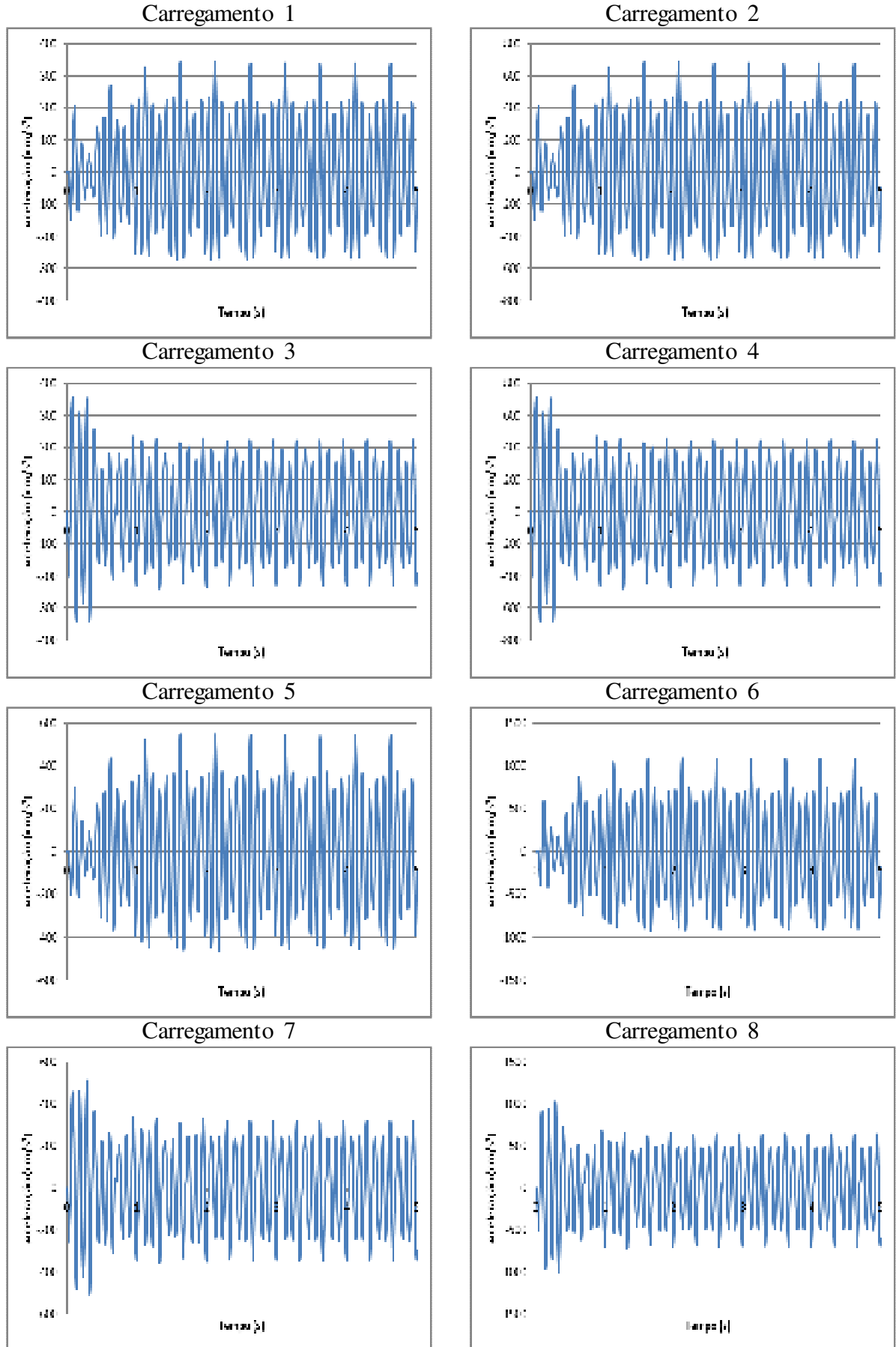
Fonte: O autor.

Figura 72 - Aceleração da LAJE A-I devido aos carregamentos propostos.



Fonte: O autor.

Figura 73 - Aceleração da LAJE B-I devido aos carregamentos propostos.



Fonte: O autor.



A Tabela 28 mostra a análise de sensibilidade humana às vibrações geradas nas lajes devido aos oito carregamentos propostos. A análise é baseada na Tabela 27 proposta por Bachmann *et al* (1995) e na escala proposta por Goldman (1948 *apud* GOLDMAN; GIERKE, 1976) (Figura 68). A análise segundo a tabela de Bachmann *et al* (1995) é realizada com base na velocidade, pois as estruturas respondem basicamente na frequência fundamental que é acima de 10 Hz, como será mostrado adiante. A análise segundo a escala de Goldman (1948 *apud* GOLDMAN; GIERKE, 1976) é realizada com base nas acelerações.

Tabela 28 - Sensibilidade humana ao carregamento.

Carregamento	Sensibilidade segundo a Tabela de Bachmann <i>et al</i> (1995)		Sensibilidade segundo a Escala de Goldman (1948 <i>apud</i> GOLDMAN; GIERKE, 1976)	
	LAJE A-I	LAJE B-I	LAJE A-I	LAJE B-I
1	Intolerável	Intolerável	Intolerável	Intolerável
2	Intolerável	Intolerável	Intolerável	Intolerável
3	Intolerável	Intolerável	Intolerável	Intolerável
4	Intolerável	Intolerável	Intolerável	Intolerável
5	Intolerável	Intolerável	Intolerável	Intolerável
6	Intolerável	Intolerável	Intolerável	Intolerável
7	Intolerável	Intolerável	Intolerável	Intolerável
8	Intolerável	Intolerável	Intolerável	Intolerável

Em todas as análises as velocidades e acelerações obtidas são consideradas intoleráveis. Isso evidencia que a LAJE A-I e B-I, com viga de 50 cm, apesar de atenderem aos critérios de deslocamento vertical máximo e frequência fundamental, expressos na NBR 6118 (ABNT, 2003), apresentam elevados picos de velocidade e aceleração nas suas respectivas frequências fundamentais ( $f_{01}$ ).

Vale salientar que segundo a ISO 2631-1 (1989) a sensibilidade varia com a frequência em cada direção. Como já foi dito, indivíduos na posição em pé e vibrações na direção  $z$  apresentam maior sensibilidade na faixa de frequência de 4 a 8 Hz, que corresponde às frequências de ressonância do corpo. A LAJE A-I e B-I apresentam frequência fundamental acima desse valor. Por isso a sensação de desconforto pode não ser tão elevada nos usuários das referidas lajes como indica a Tabela 28. A percepção às vibrações varia de pessoa para pessoa, e muitos fatores podem influenciar nessa percepção. De acordo com Junges (2010), além da posição (em pé, deitado, sentado) outros fatores afetam a sensibilidade, tais como: a atividade que está sendo realizada, idade, humor, sexo, o amortecimento, entre outros. Para Bachmann *et al* (1995), a intensidade da percepção depende

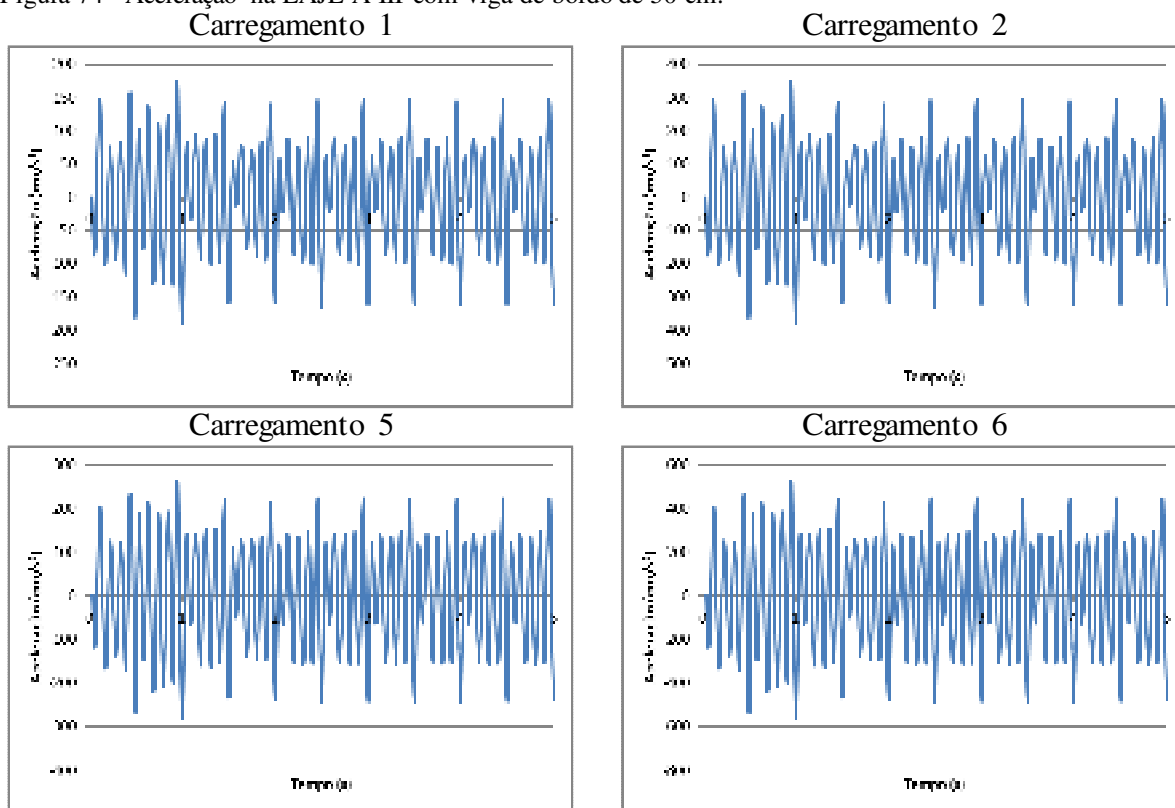
dos deslocamentos, da amplitude da aceleração e da velocidade, do tempo de exposição e da frequência da vibração.

#### 7.4.2 Análise da LAJE A-III

A Figura 74, Figura 75, Figura 76, Figura 77 e Figura 78 mostram as acelerações e velocidades obtidas na LAJE A-III para as três dimensões de viga de bordo devido aos carregamentos 1, 2, 5 e 6. Carregamentos esses que representam atividades de alta e baixa intensidade com diferentes concentrações de pessoas (0,25 e 0,50 pessoas/m<sup>2</sup>).

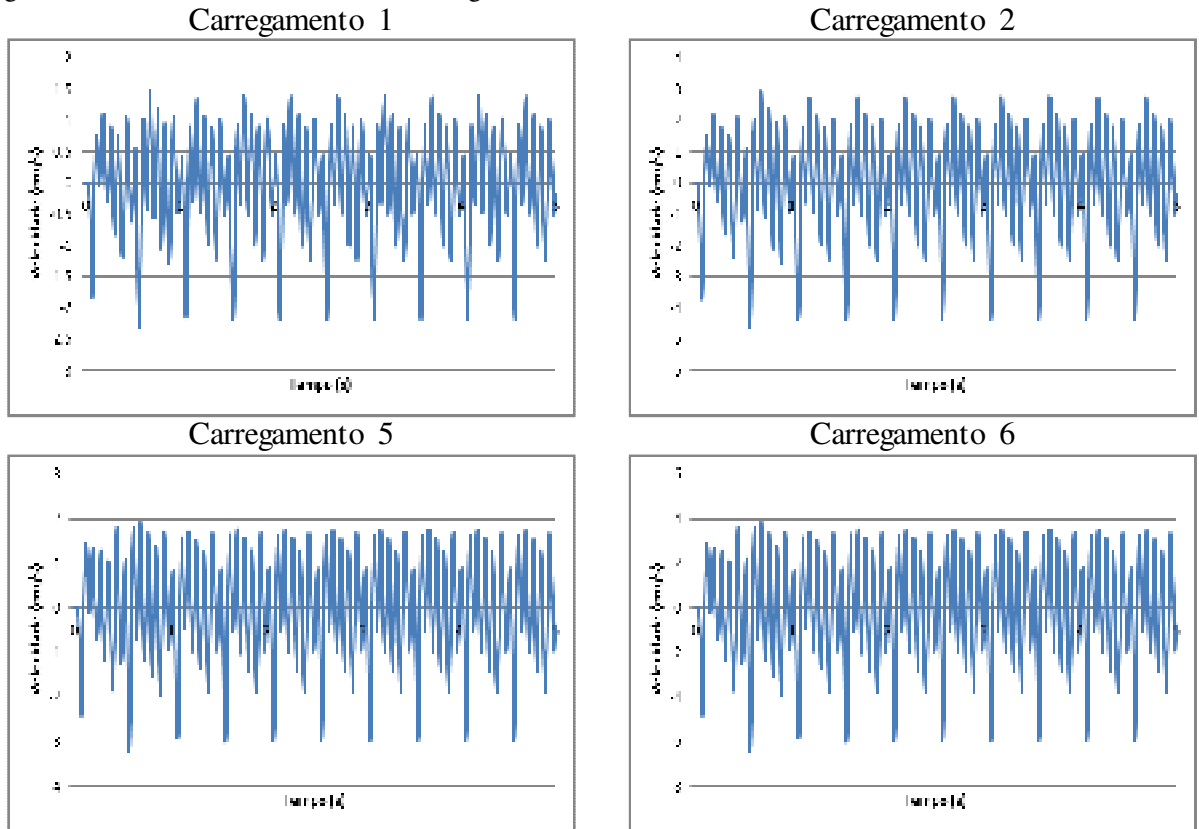
Os espectros de resposta indicam que as lajes respondem basicamente na frequência fundamental (9,44 Hz, 12,85 Hz e 15,01 Hz, respectivamente, para a LAJE A-III com viga de bordo de 50 cm, 75 cm e 100 cm). Assim a laje com viga de 50 cm é avaliada com base na aceleração (frequência abaixo de 10 Hz) e as com viga de 75 cm e 100 cm são avaliadas com base na velocidade (frequência acima de 10 Hz), isso para a análise segundo a tabela proposta por Bachmann *et al* (1995). A análise segundo a escala de Goldman (1948 *apud* GOLDMAN; GIERKE, 1976) é realizada com base na aceleração. A Figura 79 mostra o espectro de resposta para a LAJE A-III devido o carregamentos 1.

Figura 74 - Aceleração na LAJE A-III com viga de bordo de 50 cm.



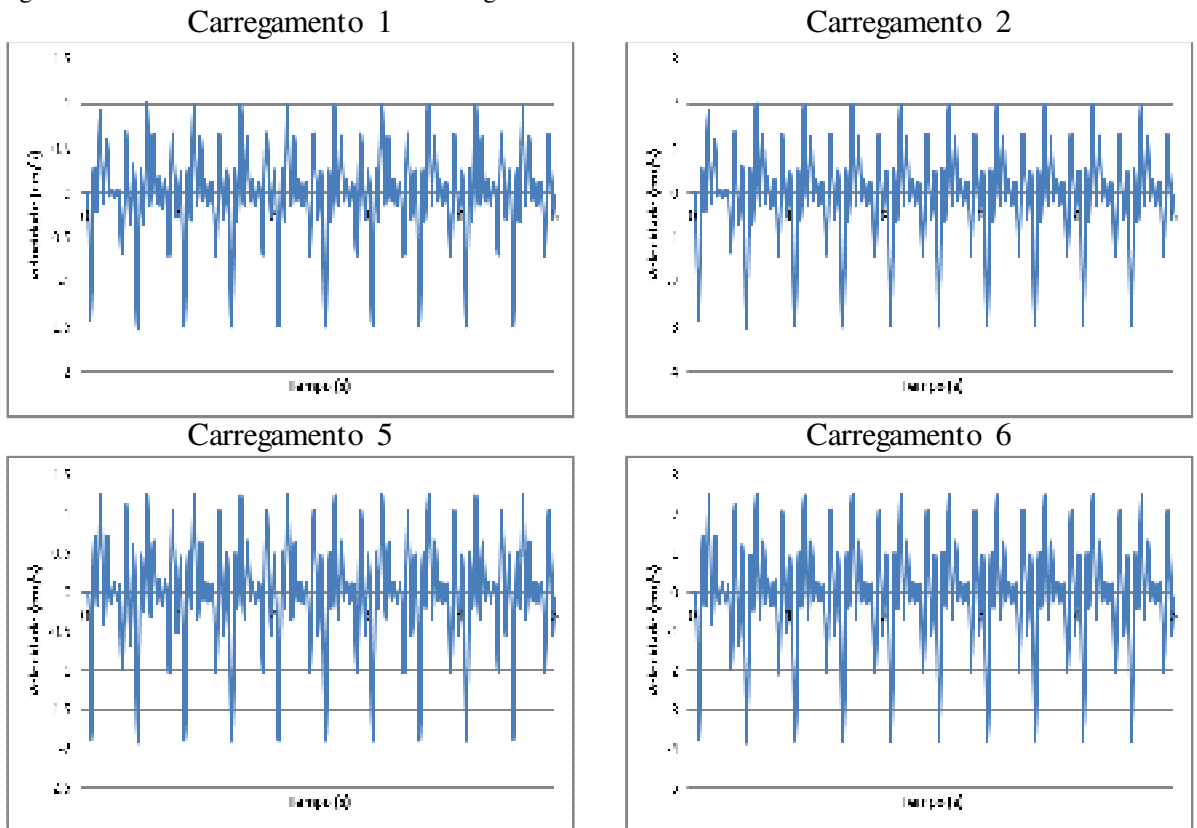
Fonte: O autor.

Figura 75 - Velocidade na LAJE A-III com viga de bordo de 75 cm.



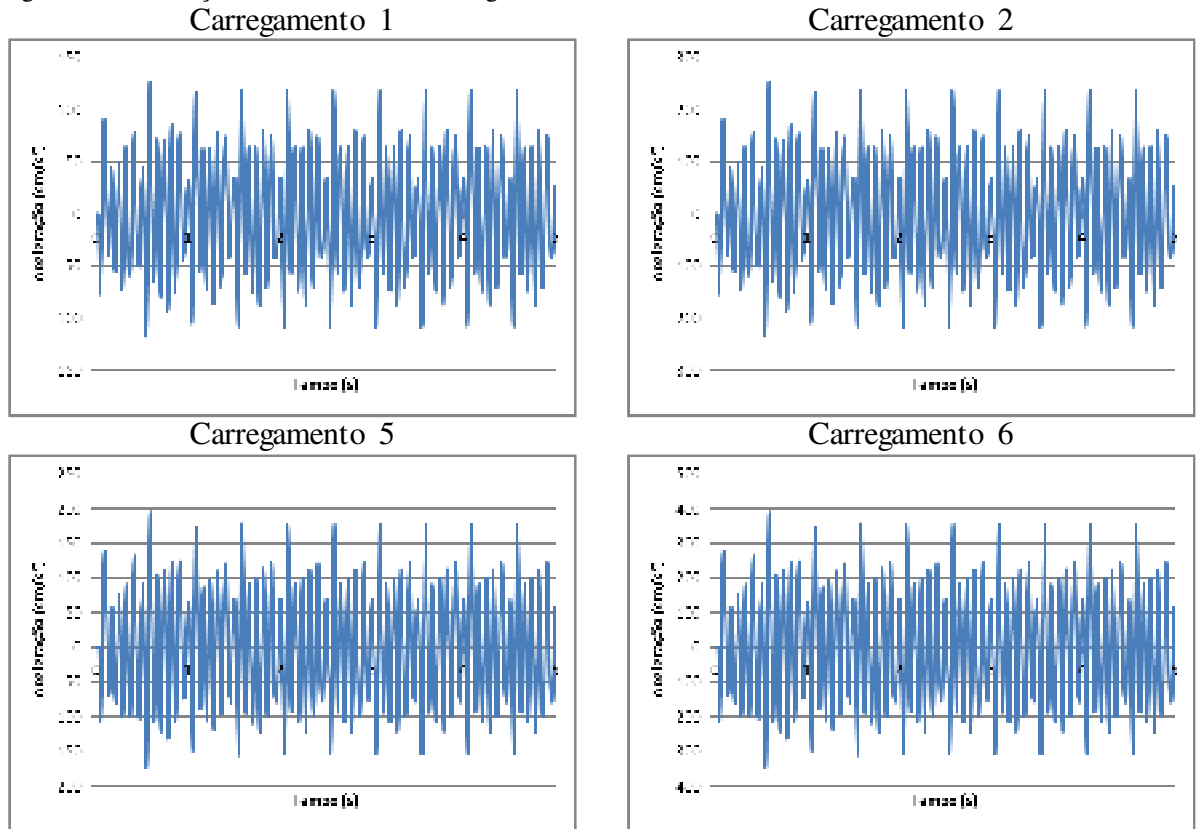
Fonte: O autor.

Figura 76 - Velocidade na LAJE A-III com viga de bordo de 100 cm.



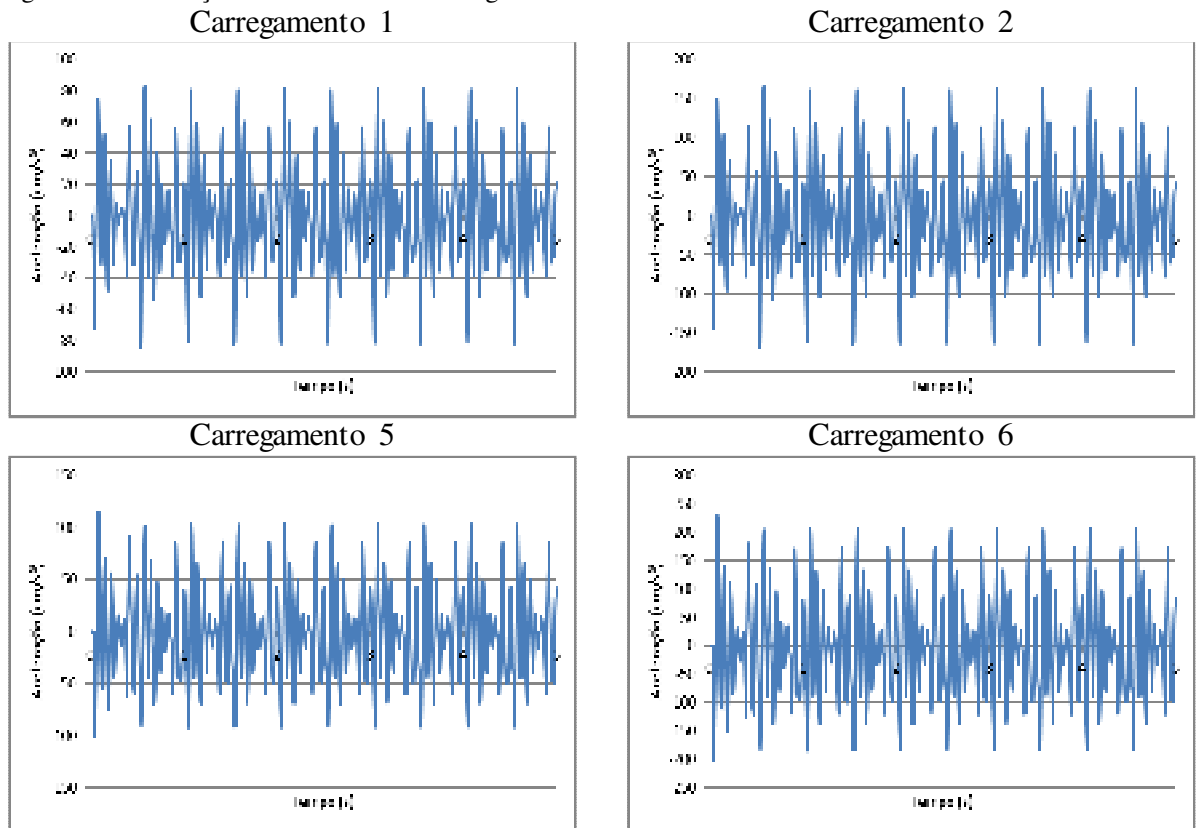
Fonte: O autor.

Figura 77 - Aceleração na LAJE A-III com viga de bordo de 75 cm.



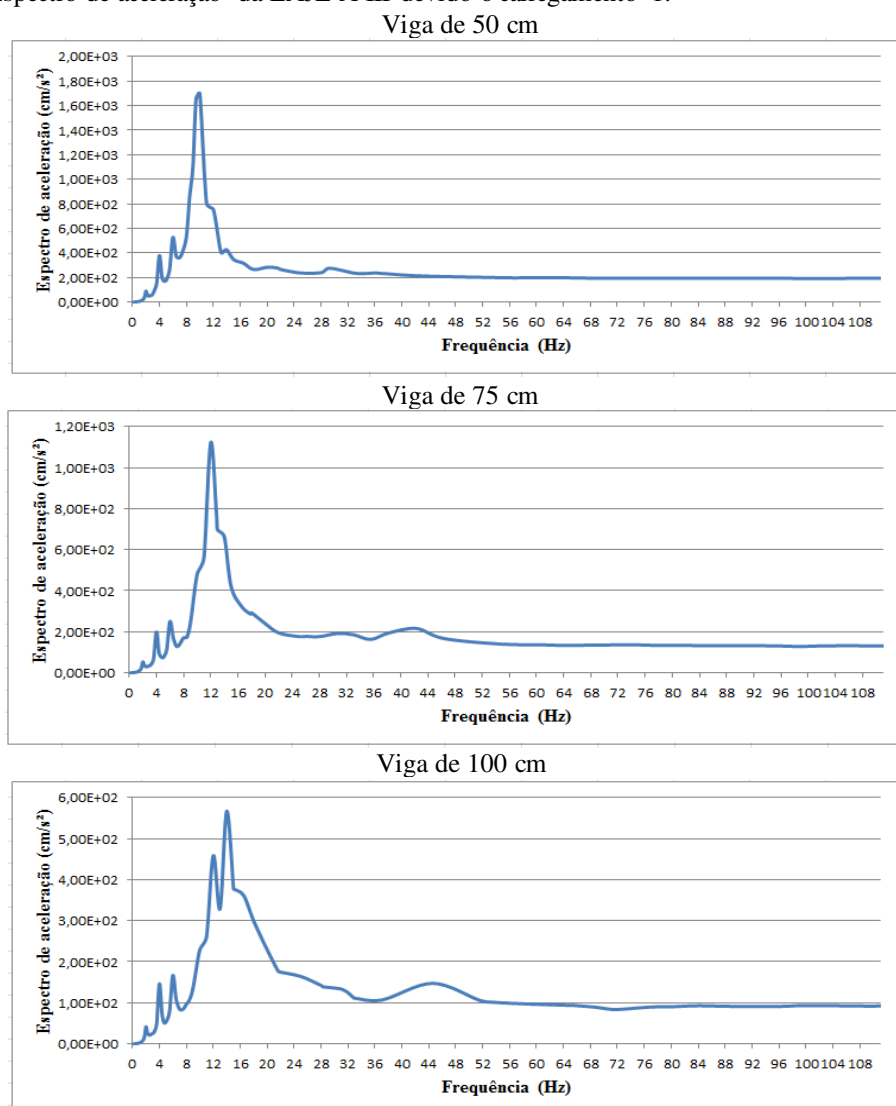
Fonte: O autor.

Figura 78 - Aceleração na LAJE A-III com viga de bordo de 100 cm.



Fonte: O autor.

Figura 79 - Espectro de aceleração da LAJE A-III devido o carregamento 1.



Fonte: O autor.

A Tabela 29, baseada na Figura 74, Figura 75, Figura 76, Figura 77 e Figura 78, mostra a análise de sensibilidade humana às vibrações na LAJE A-III. As acelerações e velocidades obtidas nas análises foram consideradas de desagradável a intolerável.

A análise dinâmica de vibração forçada mostrou que as lajes analisadas, de acordo com os carregamentos utilizados neste trabalho, estão sujeitas a picos de aceleração e velocidade, na frequência fundamental de cada laje, que excedem os valores limites do tolerável.

A frequência fundamental da LAJE A-III, para os três tipos de viga de bordo, apresenta valor acima do especificado na ISO 2631-1 (1989) para a maior sensibilidade de um indivíduo na posição em pé e vibrações na direção  $z$  (4 a 8 Hz). O que mais uma vez faz com que a sensação de desconforto não seja tão elevada nos usuários das referidas lajes como

indica a Tabela 29. Quanto maior é a frequência fundamental da laje, mais ela se afasta das frequências de maior sensibilidade do corpo e menor será a sensação de desconforto no usuário da laje quando esta for solicitada dinamicamente.

Tabela 29 - Sensibilidade humana ao carregamento (LAJE A-III).

Carregamento	Altura da viga de bordo (cm)	Sensibilidade segundo a Tabela de Bachmann <i>et al</i> (1995)	Sensibilidade segundo a Escala de Goldman (1948 <i>apud</i> GOLDMAN; GIERKE, 1976)
1	50	Intolerável	Intolerável
	75	Intolerável	Intolerável
	100	Desagradável	Desagradável
2	50	Intolerável	Intolerável
	75	Intolerável	Intolerável
	100	Intolerável	Intolerável
5	50	Intolerável	Intolerável
	75	Intolerável	Intolerável
	100	Intolerável	Desagradável / Intolerável
6	50	Intolerável	Intolerável
	75	Intolerável	Intolerável
	100	Intolerável	Intolerável

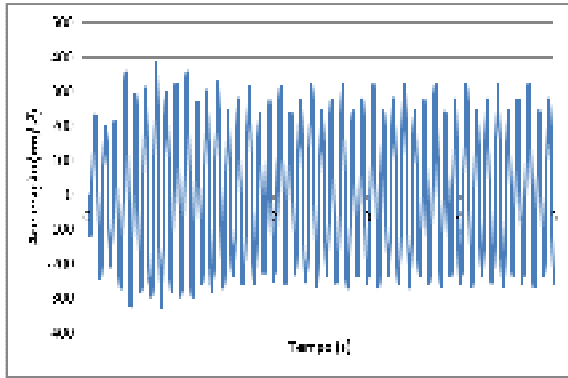
#### 7.4.3 Análise da LAJE A-II e LAJE A-III

Com base na análise dos harmônicos da função do carregamento (Figura 59 e Figura 60) e na análise de vibração livre (Tabela 18) percebe-se que os carregamentos com frequência de 3 Hz (carregamentos 3, 4, 7 e 8) apresenta o seu terceiro harmônico com frequência próxima a frequência fundamental da LAJE A-II, com viga de bordo de 50 cm e 75 cm, e da LAJE A-III, com viga 50 cm. A Figura 80, Figura 81 e Figura 82 mostram as acelerações obtidas nas referidas lajes para os carregamentos 3, 4, 7 e 8.

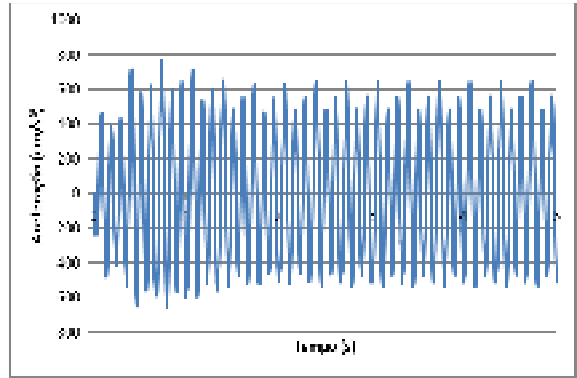
Os espectros de resposta indicam que a estrutura responde basicamente na frequência fundamental (7,679 Hz, 9,582 Hz e 9,443 Hz para a LAJE A-II, viga de 50 cm e 75 cm, e LAJE A-III com viga de 50 cm, respectivamente). A Figura 83 mostra o espectro de aceleração da LAJE A-II e A-III devido ao carregamento 3.

A Tabela 30, baseada na Figura 80, Figura 81 e Figura 82, mostra a análise de sensibilidade humana às vibrações na LAJE A-II e LAJE A-III. As acelerações obtidas nas análises foram consideradas intoleráveis.

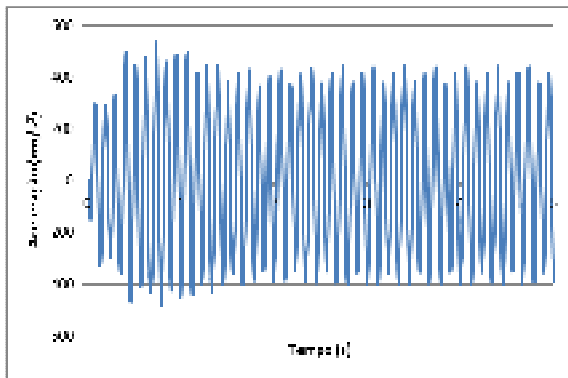
Figura 80 - Aceleração na LAJE A-III com viga de bordo de 50 cm.  
Carregamento 3



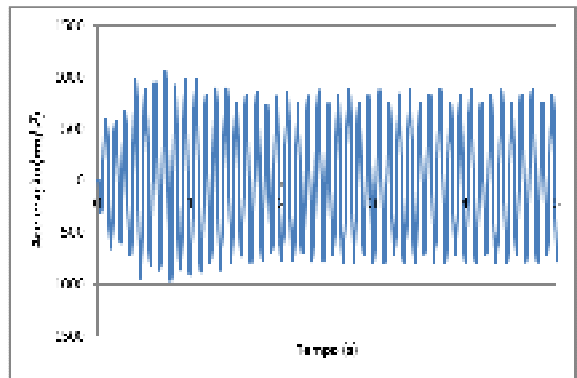
Carregamento 4



Carregamento 7

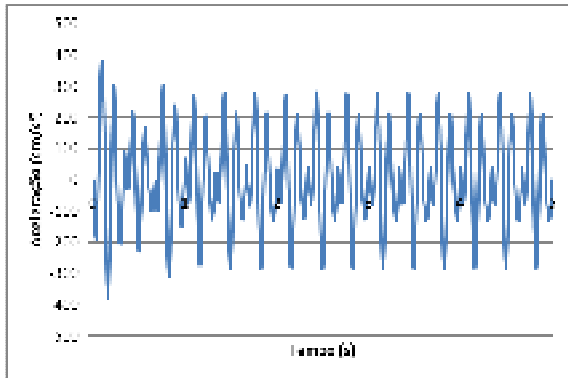


Carregamento 8

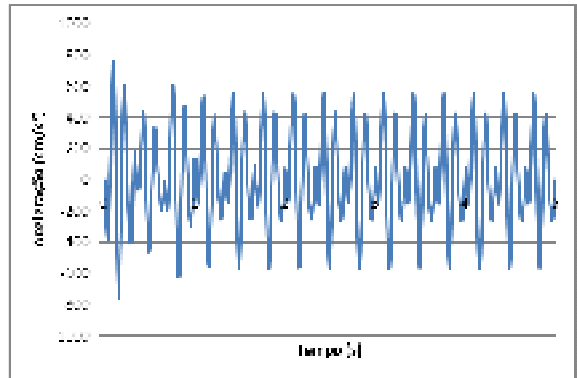


Fonte: o autor.

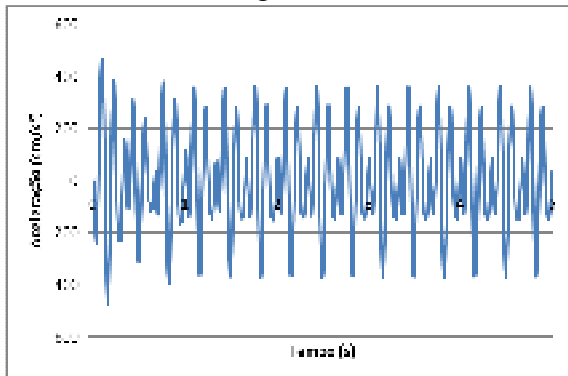
Figura 81 - Aceleração na LAJE A-II com viga de bordo de 50 cm.  
Carregamento 3



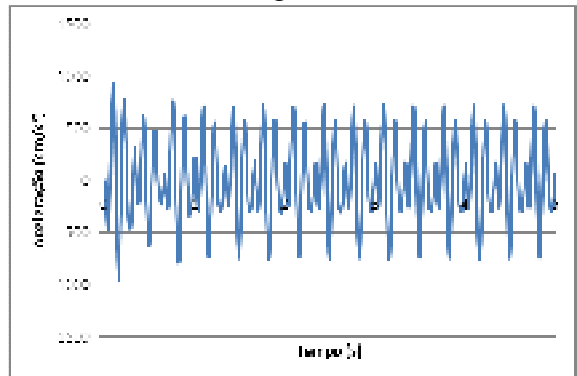
Carregamento 4



Carregamento 7

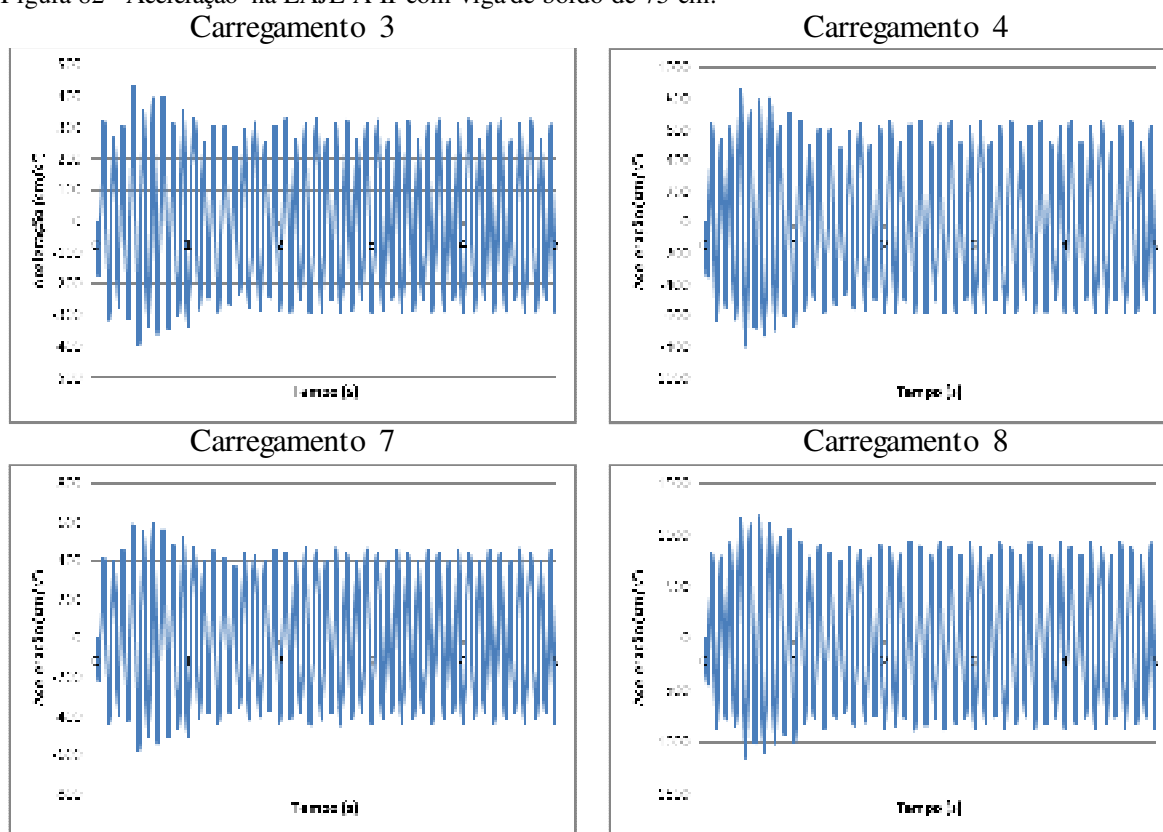


Carregamento 8



Fonte: o autor.

Figura 82 - Aceleração na LAJE A-II com viga de bordo de 75 cm.



Fonte: o autor.

Tabela 30 - Sensibilidade humana ao carregamento.

Carregamento	Sensibilidade segundo a Tabela de Bachmann <i>et al</i> (1995)			Sensibilidade segundo a Escala de Goldman (1948 <i>apud</i> GOLDMAN; GIERKE, 1976)		
	LAJE A-II		LAJE A-III	LAJE A-II		LAJE A-III
	(viga 50 cm)	(viga 75 cm)	(viga 50 cm)	(viga 50 cm)	(viga 75 cm)	(viga 50 cm)
3	Intolerável	Intolerável	Intolerável	Intolerável	Intolerável	Intolerável
4	Intolerável	Intolerável	Intolerável	Intolerável	Intolerável	Intolerável
7	Intolerável	Intolerável	Intolerável	Intolerável	Intolerável	Intolerável
8	Intolerável	Intolerável	Intolerável	Intolerável	Intolerável	Intolerável

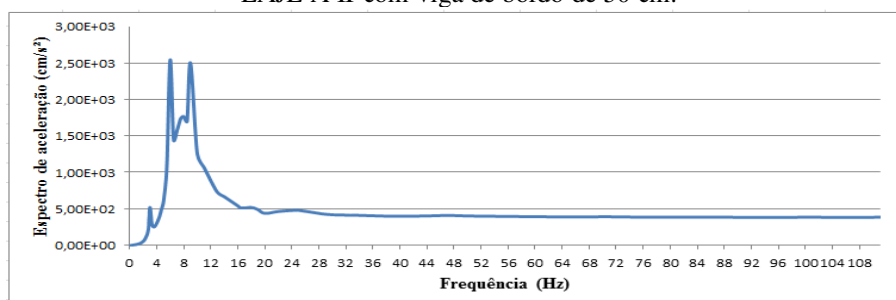
As lajes estão sujeitas a picos de aceleração com valores considerados intoleráveis, porém a frequência fundamental das lajes A-II (viga 75 cm) e A-III (viga 50 cm) apresentam valores acima do especificado na ISO 2631-1 (1989) para a maior sensibilidade de um indivíduo na posição em pé e vibrações na direção  $z$  (4 a 8 Hz) por isso, possivelmente, a sensação de desconforto é minimizada. Nessas lajes, o valor da frequência do terceiro harmônico do carregamento (9 Hz) é próximo do valor da frequência fundamental das lajes (9,582 Hz e 9,443 Hz para a LAJE A-II com viga de 75 cm e para LAJE A-III com viga de 50 cm, respectivamente), ou seja, o terceiro harmônico do salto é capaz de levar a estrutura a condição de ressonância. Vale ressaltar que na função do carregamento o terceiro harmônico é



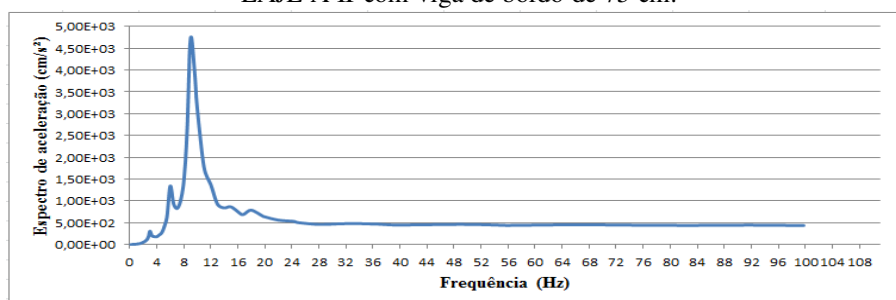
o que apresenta menor energia (ver Figura 59 e Figura 60). Lembrando que a LAJE A-II (viga de 75 cm) e A-III (viga de 50 cm) atenderam a NBR 6118 (ABNT, 2003) no que diz respeito à frequência crítica (8 Hz), mas não atende a estabilidade de desempenho no Estado Limite de Vibrações Excessivas (9,6 Hz).

A frequência fundamental da LAJE A-II com viga de bordo de 50 cm (7,679 Hz) não coincide com a frequência de nenhum dos harmônicos do carregamento (Figura 60), ou seja, não há uma força externa que leve a estrutura à ressonância, mas a frequência fundamental dessa laje está no intervalo de maior sensibilidade do corpo humano para um indivíduo na posição em pé e vibrações na direção  $z$  (4 a 8 Hz). Desta forma, nessa laje, possivelmente, os usuários sentirão uma sensação desagradável se a laje for excitada com um carregamento similar aos carregamentos 3, 4, 7 e 8. A LAJE A-II (viga de 50 cm) não atende a NBR 6118 (ABNT, 2003) no que diz respeito à frequência crítica (8 Hz) e a estabilidade de desempenho no Estado Limite de Vibrações Excessivas (9,6 Hz).

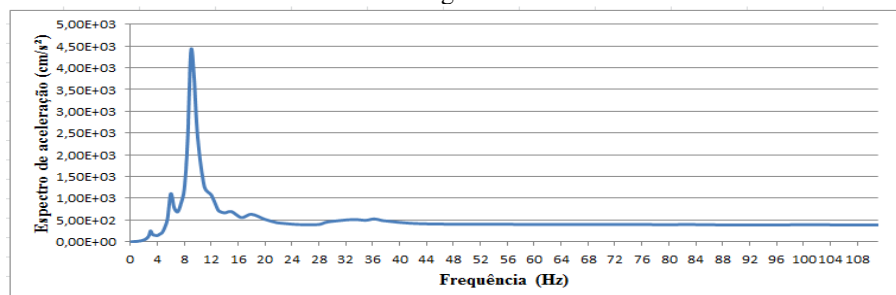
Figura 83 - Espectro de aceleração devido o carregamento 3.  
LAJE A-II com viga de bordo de 50 cm.



LAJE A-II com viga de bordo de 75 cm.



LAJE A-III com viga de bordo de 50 cm.



Fonte: o autor.

## 8 COMENTÁRIOS FINAIS

Este trabalho procura avaliar o comportamento estático e dinâmico de lajes nervuradas de concreto armado. Com base em uma pesquisa de campo, foram coletadas informações sobre o tipo e as dimensões mais usuais das lajes nervuradas utilizadas em Fortaleza. De posse dessas informações foi modelada a LAJE A e a partir dela vários estudos paramétricos foram realizados, entre os quais: variação da relação entre vãos (LAJE A-I, A-II e A-III), variação da modulação da laje (LAJE B-I) e variação da inércia das vigas de bordo. As lajes foram analisadas pelo Método dos Elementos Finitos utilizando o programa SAP2000 v.14.0 (CSI, 2008) através de uma modelagem com elementos sólidos tridimensionais. Desta forma, foi obtida naturalmente a excentricidade entre os elementos estruturais. A seguir, as conclusões deste trabalho segundo os objetivos propostos são discutidas.

*Delimitação das tipologias das lajes nervuradas (altura da nervura, espessura da mesa e da nervura das lajes) que são utilizadas em edificações na Capital Cearense, com base em entrevistas a projetistas renomados.*

Com base nas entrevistas, o modelo estrutural mais adotado em projetos correntes, é o da laje bidirecional concretada em formas plásticas com faces inclinadas. As dimensões mais usuais são: espessuras da mesa de 4 e 5 cm; a altura da nervura é de 21 cm; a espessura da face inferior da nervura varia de 5 e 7 cm. As demais dimensões como espessura da nervura e inclinação das faces das nervuras variam de acordo com a forma adotada.

*Verificação da influência de alguns parâmetros na resposta estática e dinâmica das lajes. Sendo as respostas das lajes analisadas conforme critérios fornecidos pela NBR 6118 (ABNT, 2003) e padrões internacionais (conforto humano).*

No tocante a análise estática, quando a laje foi submetida a uma carga acidental estática previsto em norma, a LAJE A-I, de uma forma geral, apresenta ser mais rígida que a LAJE B-I, uma vez que os deslocamentos verticais máximos obtidos no centro das lajes foram menores para a LAJE A-I. De uma forma geral, no que tange aos deslocamentos verticais, as duas modulações apresentam ser eficientes na capacidade de resistir aos esforços solicitantes. Todas as lajes nervuradas analisadas neste trabalho apresentam um bom comportamento no que diz respeito às flechas, pois os deslocamentos verticais dos modelos analisados não ultrapassam o deslocamento limite prescrito pela NBR 6118 (ABNT, 2003), assim este trabalho ratifica a capacidade da laje nervurada de resistir aos esforços solicitantes.

As lajes analisadas apresentam flechas menores conforme a inércia da viga de

bordo aumenta, ou seja, conforme a inércia das vigas de bordo aumenta o sistema como um todo é beneficiado se tornando mais rígido. Nas análises, obteve-se que quanto maior a relação entre vãos maior é a porcentagem da redução do deslocamento em virtude da variação da altura da viga de bordo.

Da análise de vibração livre, são obtidos os autovalores e os autovetores associados. A análise dos autovalores (frequências naturais) mostra que o aumento da inércia da viga de bordo reduz a frequência fundamental das lajes. Mais uma vez evidenciando a importância das vigas de bordo para as lajes. A LAJE A-II apresentou a menor frequência fundamental. Tal fato já era esperado, pois é a laje que apresenta os maiores vãos. No geral, as lajes apresentam maior sensibilidade à mudança da viga de bordo quando a relação entre vãos é maior. Isso significa que ao projetar uma laje de academia, se a relação entre vãos for grande, pode ser vantajoso projetá-las com vigas de bordo maiores, pois isso aumenta sensivelmente as frequências naturais da laje, porém o custo financeiro e a adequação arquitetônica devem ser analisados.

A laje A-I, com viga de bordo de 50 cm, que simula a laje real de projeto não apresenta problemas no tocante à frequência fundamental (10,328 Hz), sendo que esta apresenta valor acima do limite estabelecido por norma para garantir a estabilidade de desempenho no Estado Limite de Vibrações Excessivas (ELS-VE) que é 9,6 Hz. Porém a LAJE A-II, com vigas de bordo de 50 cm e 75 cm, e a LAJE A-III, com viga de bordo de 50 cm, apresentam frequência fundamental abaixo desse valor. Por isso, em projetos estruturais é prudente que seja realizado uma análise das frequências naturais das lajes, principalmente se nestas lajes estiver previsto carregamento dinâmico intenso.

O aumento da resistência característica à compressão do concreto mostrou uma relação proporcional com relação ao aumento das frequências fundamentais da laje. Na fase de elaboração de projetos, um mecanismo que pode ser utilizado para aumentar as frequências naturais das lajes é aumentar a resistência característica à compressão do concreto a ser utilizado, porém o custo financeiro deve ser analisado.

O aumento da espessura da mesa, dentro das espessuras que normalmente são utilizadas, não mostra grande influência na resposta do sistema com relação às frequências fundamentais das lajes.

De uma forma geral, os primeiros modos de vibração das lajes apresentam o mesmo comportamento, sendo que a frequência fundamental das lajes estão associadas ao modo de vibração de flexão, modo esse no sentido do carregamento que normalmente as lajes estão sujeitas. Por isso, deve-se tomar cuidado em laje cuja frequência fundamental chega a se

aproximar das frequências de excitação devido a cargas humanas. As vigas de bordo influenciam nos autovalores das lajes, mas não possuem significativa influência nas primeiras formas modais dos modelos. A variação da relação entre vãos também não modificou as primeiras formas modais dos modelos.

A análise dinâmica de vibração forçada mostrou que as lajes analisadas, de acordo com os carregamentos utilizados neste trabalho, estão sujeitas a picos de aceleração e velocidade que excedem os valores limites do tolerável. A LAJE A-I, com viga de bordo de 50 cm (laje real de projeto), em todas as análises apresentou nível intolerável de picos de velocidade e aceleração, porém a frequência fundamental dessa laje está acima do intervalo de maior sensibilidade do corpo humano para indivíduos em pé na direção  $z$  de acordo com a ISO 2631-1 (1989), ou seja, os níveis de percepção humana as vibrações apresentados na Tabela 27 devem ser minimizados. A laje apesar de atender aos critérios de deslocamento vertical máximo e frequência fundamental expressos na NBR 6118 (ABNT, 2003) pode apresentar elevados picos de velocidade quando nela é aplicado um carregamento dinâmico. A análise da LAJE A-II com viga de bordo de 50 cm mostra que possivelmente essa laje gere desconforto nos seus usuários se o carregamento aplicado nela for semelhante ao carregamento 3, 4, 7 e 8.

A análise dinâmica de vibração forçada mostra que quando um mesmo carregamento é aplicado de forma estática e dinâmica, este último fornece deslocamentos maiores. Neste trabalho foram obtidos deslocamentos até 40% maiores. Nos projetos estruturais sujeitos a carregamento dinâmico intenso este deve ser considerado como tal.

## 8.1 Sugestões para trabalhos futuros

A seguir, são relacionadas algumas sugestões para trabalhos futuros sobre o tema para que possa ser dada continuidade aos estudos:

- Estudar o comportamento dinâmico da laje quando esta estiver sujeita a interferência de lajes vizinhas, alvenarias e outros elementos comuns às edificações;
- Estudo de mecanismos para aumentar a rigidez das lajes nervuradas tornando-as menos susceptíveis a elevados picos de aceleração e velocidade;
- Realizar análises dinâmicas em outros tipos de lajes nervuradas, como por exemplo, a volterrana, que é muito utilizada em edificações de pequeno porte em Fortaleza/CE;

- Estudar o comportamento dinâmico de laje nervurada levando em conta a rigidez real dos pilares. Desta forma, podendo incluir nas análises modelos com mais pavimentos;
- Realizar estudos considerando outros tipos de carregamento, tais como: andar, correr, dançar, entre outros;
- Comparar os diversos tipos de carregamentos dinâmicos propostos na literatura e analisar como as lajes reagem a cada um deles;
- Realizar testes experimentais de carga dinâmica em lajes nervuradas, tornando possível uma comparação entre os resultados numéricos (deslocamentos, tensões, frequências, acelerações e velocidades) com os obtidos experimentalmente;
- Realizar a análise dinâmica de laje nervurada com base em outros critérios de conforto humano, como por exemplo, os propostos pela DIN 4150/2 (1975), pela ISO 2631-1 (1989) e por Murray, Allen e Ungar (2003).

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ABNT - ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 6118: Projetos de estruturas de concreto: Procedimentos. Rio de Janeiro, 2003.

ABNT - ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 6120: Carga para o cálculo de estruturas de edificações. Rio de Janeiro, 1980.

ABNT - ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 8800: Projetos de estruturas de aço e de estruturas mistas de aço e concreto de edifícios. Rio de Janeiro, 2008.

ABNT - ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 8953: Concreto para fins estruturais – Classificação pela massa específica, por grupo de resistência e consistência. Rio de Janeiro, 2009.

ABNT - ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 14859-1: Laje pré-fabricada – requisitos – Parte 1: Lajes unidirecionais. Rio de Janeiro, 2002.

ABNT - ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 14859-2: Laje pré-fabricada – requisitos – Parte 2: Lajes bidirecionais. Rio de Janeiro, 2002.

ABNT - ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 14861: Laje pré-fabricada – Painel alveolar de concreto protendido. Rio de Janeiro, 2002.

ABNT - ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 14862: Laje pré-fabricada – Armaduras treliçadas eletrossoldadas - Requisitos. Rio de Janeiro, 2002.

ALLEN, D. E. **Floor vibrations from aerobics**. Institute for Research in Construction, National Research Council of Canada, Ottawa, Ont. 1990.

ALLEN, D. E.; MURRAY, T. M. **Design criterion for vibrations due walking**. Engineering journal – American Institute of Steel Construction, 4<sup>th</sup>, pp. 117 – 129. 1993.

ALLEN, D.E.; RAINER, J.H.; PERNICA, G. **Vibration criteria for assembly occupancies**. Canadian Journal of Civil Engineering. 1985.

ALMEIDA, R. R. **Análise de vibrações em sistemas estruturais para pisos mistos com joists submetidos a atividades humanas rítmicas**. 2008. Dissertação (Mestrado em Engenharia) – Universidade do Estado do Rio de Janeiro, UERJ, Rio de Janeiro.

AMICK, H.; BAYAT, A. **Dynamics of Stiff Floors for Advanced Technology Facilities**. 1998. Engineering Mechanics Conference. La Jolla, California, May 17-20, 1998, pp. 318-321.

AMICK, H.; HARDASH, S.; GILLET P.; REAVELEY R. J. **Design of Stiff, Low-vibration Floor Structures**. 1991. Reprinted from Proceedings of International Society for Optical engineering (SPIE), Vol. 1619, San Jose, CA, November 4-6, 1991, pp. 180-191.  
ANSYS. Revision 5.4, **ANSYS User's Manual**, EUA, 1995.

ANSYS, **Swanson analysis systems**, Inc., P.O. Box 65, Johnson Road, Houston, PA, 15342-0065, version 5.5, Basic analysis procedures, Second edition, 1998.

ANSYS, **Swanson Analysis Systems**, Inc., P. O. Box 65. Johnson Road, Houston, PA, 15342-0065, version 10.0, Basic analysis procedures, Second edition, 2003.

ANSYS, **Swanson Analysis Systems**, Inc., P. O. Box 65. Johnson Road, Houston, PA, 15342-0065, version 10.0, Basic analysis procedures, Second edition, 2005.

ARAÚJO, J. M. **Considerações sobre a rigidez a torção das lajes nervuradas de concreto armado**. 2005. Teoria e prática na engenharia civil, n 7, p 1-8, Setembro.

BACHMANN, H.; AMMANN, W. **Vibration in structures induced by man and machines**. Structural engineering documents. IABSE. AIPC. IVBH. 1987.

BACHMANN, H.; AMMANN, W.J.; DEISCHL, F.; EISENMANN, J.; FLOEGL, I.; HIRSCH, G.H.; KLEIN, G.H.; LANDE, G.J.; MAHREHOLTZ, O.; NATKE, H.G.; NUSSBAUMER, H.; PRETLOVE, A.; RAINER, J.H.; SAEMANN, E.; AND STEINBEISSER, L. **Vibration problems in structures. Practical guidelines**. Birkhauser, 1995.

BARBIRATO, C. B. C., **Contribuições à análises de pavimentos de edifícios em lajes nervuradas**. 1997. Dissertação (Mestrado em Engenharia) – Escola de Engenharia de São Carlos, da Universidade de São Paulo, São Carlos.

BARROS, T. P.; RIOS, R. D. **Análise dinâmica em passarela sujeita à movimentação humana**. 2010. Cinpar. VI congresso internacional sobre patología y recuperación de estructuras. 2, 3 e 4 de junho em Córdoba, Argentina.

BOCCHI JR, C. F. **Lajes nervuradas de concreto armado: projeto e execução**. 1995. Dissertação (Mestrado em Engenharia) – Escola de Engenharia de São Carlos, da Universidade de São Paulo, São Carlos.

BOCCHI JR., C. F.; GIONGO, J. M. **Concreto armado: projeto e construção de laje nervurada**. 2010. Universidade de São Paulo, São Carlos.

CEB. **Vibration Problems in Structures**. Bulletin d'Information n° 209, Committee Europeau du Béton, Zurich, 1991.

COELHO, E. L.; SOUSA, R. M.; GRECO, B. H. **Estudo Comparativo Entre Sistema Estrutural com Lajes Maciças, Nervuradas e Lajes Lisas**. 2010. 9º Simpósio de Mecânica Computacional, 26 a 28 de maio de 2010.

COSTA, Y. C. V., ARAÚJO, T. D. **Estudo Paramétrico por Elementos Finitos de Lajes Nervuradas devido às ações humanas**. 2011. CILAMCE XXXII. 13 a 16 de November de 2011. Ouro Preto, Minas Gerais, Brasil.

CSI – Computers and Structures Inc. **Analysis reference manual for SAP2000, ETABS, and SAFE**. Computers and Structures, Inc. Berkeley, 2005.

CSI – Computers and Structures Inc. **Analysis reference manual for SAP2000**, ETABS, and SAFE. Computers and Structures, Inc. Berkeley, 2008.

DEUTSCHES INSTITUT FÜR NORMUNG. DIN 4150/2: **Erschütterungen im Bauwesen; Einwirkungen auf Menschen in Gebäuden. Vibrations in Building; Influence on Persons in Buildings**. Beuth Verlag GmbH, Berlin, 1975.

DIAS, R. H. **Análise numérica de pavimentos de edifícios em lajes nervuradas**. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2003.

DIÓGENES, B. H. N. O. **Emprego de concreto armado da arquitetura de Fortaleza**. 2006. Anais do 48º Congresso Brasileiro do Concreto 2006 - IBRACON

DONIN, C. **Análise numérica de lajes nervuradas por meio do método dos elementos finitos**. 2007. Dissertação (Mestrado em Engenharia) - Universidade Federal de Santa Maria, Rio Grande do Sul.

FAISCA, R. G. **Caracterização de cargas dinâmicas geradas por atividades humanas**. Tese (Doutorado em Engenharia) - Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro. 2003.

GOLDMAN, D. P. **Project N. M. 004 001**, Report No. 1, Naval Medical Research Institute. 1948.

GOLDMAN, D. E., GIERKE, H. E. V., **The effects of shock and vibration on man**. In: Harris, C.M., Crede, C.E. (eds), Handbook of Shock and Vibration Control, USA, McGraw-Hill Book Company, 1976.

HECHLER, O.; FELDMANN, M.; HEINEMEYER, C.; GALANTI, F., **Design guide for floor vibrations**. 2008. Eurosteel, Setembro 2008, Graz, Austria.

HOWARD, C. Q.; HANSEN, C. H. **Vibration analysis of waffles floors**. 2002. Computers and structures. Department of Mechanical Engineering, University of Adelaide, South Australia, Australia.

INTERNATIONAL STANDARD ORGANIZATION. ISO 2631-1: **Evaluation of human exposure to whole-body vibration**. International Standard, 1989.

INTERNATIONAL STANDARD ORGANIZATION. ISO 2631-2: **Evaluation of human exposure to whole-body vibration**. International Standard, 1989.

JUNGES, P. **Análise de vibrações em uma laje mista de concreto e perfis de PRFV induzidas por atividades humanas**. 2010. Dissertação (Mestrado em Engenharia) - Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis.

LANGER, N. A. S. **Estudo do conforto humano em pisos mistos (aço-concreto) submetidos a ações humanas rítmicas**. 2009. Dissertação (Mestrado em Engenharia) – Universidade do Estado Rio de Janeiro, UERJ, Rio de Janeiro.



LEITE, M. R. S.; SILVA, J. G. S.; TAVARES, M. E. N., SOEIRO, F. J. C. P. **Estudo do comportamento estático e dinâmico de lajes nervuradas de concreto armado.** 2010. Asociación de mecánica computacional. Vol. XXIX, pp. 9929-9937. Buenos Aires, Argentina, 15-18 Novembro, 2010.

LIMA, D. V. F. **Controle de vibrações induzidas em uma laje de academia de ginastica com a utilização de amortecedores de massa sintonizados.** 2007. Dissertação (Mestrado em Engenharia) - Universidade de Brasília, Brasília.

MATHWORKS, Inc. MATLAB. **The Language of Technical Computing.** Version 7.6, USA, 2008.

MELLO, A. V. A.; SILVA, J. G. S.; ANDRADE, S. A. L.; VELLASCO, P. C. G. S.; LIMA, L. R. O. **Estudo de conforto humano em pisos misto (aço-concreto).** 2007. Revista Escola de Minas, Vol. 60 nº 2 Ouro Preto Abril/Junho 2007.

MIDDLETON, C. J.; BROWNJOHN, J. M. W. **Response of frequency floors: A literature review.** 2008. Universidade de Sheffield, Departamento de Engenharia Civil e Estrutural, Edifício Sir Frederick Mappin, Rua Mappin, Sheffield, S1 3JD, Reino Unido. 2008.

MURRAY, T. M.; ALLEN, D. E.; UNGAR, E. E. **Floor vibration due to human activity, steel design guide series.** AISC Steel Design Guide Series , Chicago, USA, 2003.

NÓBREGA, P. G. B. **Análise dinâmica de estruturas de concreto: estudo experimental e numérico das condições de contorno de estruturas pré-moldadas.** 2004. Tese (Doutorado) – Universidade de São Paulo, São Carlos.

PAULA, W. C. **Comportamento estrutural de laje nervurada de concreto armado com base no emprego do programa ANSYS.** 2007. Dissertação (Mestrado em Engenharia) – Universidade do Estado Rio de Janeiro, Rio de Janeiro.

PED - **Pesquisa de Emprego e Desemprego.** Pesquisa de emprego e desemprego na região metropolitana de Fortaleza 2011. Ano 4 – Número especial, 2011.

PEREIRA, C. C. G.; NEVES, F. A. **Conforto Humano e limites de percepção para vibrações verticais.** 2006. Revista Escola de Minas, Vol. 59 no.3 Ouro Preto julho/setembro 2006.

PERNICA, G. **Dynamic load factors for pedestrian movements and rhythmic exercises.** Canadian Acoustics, 18(2): 3 - 18. 1990.

RAINER, J. H.; PERNICA, G.; **Vertical Dynamic Forces from Footsteps.** Canadian Journal of Civil Engineering. 1986.

RAINER, J. H.; PERNICA, G.; ALLEN, D. E., **Dynamic Loading and Response of Footbridges.** Canadian Journal of Civil Engineering.1988.

SILVA, A. R. **Análise comparativa de custos de sistemas estruturais para pavimentos de concreto armado.** 2002. Dissertação (Mestrado em Engenharia) – Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte.

SILVA, M. A. F. **Projeto e construção de lajes nervuradas de concreto armado.** 2005. Dissertação (Mestrado em Engenharia) – Universidade Federal de São Carlos, São Paulo.

SILVA, N. M. T. F. **Análise estática e dinâmica de lajes nervuradas de concreto armado.** 2008. Dissertação (Mestrado em Engenharia) – Universidade do Estado do Rio de Janeiro, UERJ, Rio de Janeiro.

SIMULIA. **ABAQUS user's manual.** Version 6.7. 2007.

SOMMER, R. M. R. **Análise de vibrações em pisos mistos aço/concreto.** 2002. Dissertação (Mestrado em Engenharia) – Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte.

STRAMANDINOLI, J. S. B. **Contribuições à análise de lajes nervuradas por analogia de grelha.** 2003. Dissertação (Mestrado em Engenharia) – Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis.

TORRES, D. R. **Redução de vibrações utilizando múltiplos sistemas passivos de absorção.** 2010. Dissertação (Mestrado em Engenharia) – Universidade Estadual do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro.

VARELA, W. D. **Modelo teórico-experimental para análise de vibrações induzidas por pessoas caminhando sobre lajes de edifícios.** 2004. Tese de doutorado (Engenharia Civil) – COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro.

XUEWEI, C.; XIAOLEI, H.; CHEANG, J.; WEIQIU, H., JI JING, J. **The research of time-history response analysis of floor vibration based on simulation of group walking.** 2008. Proceedings of Fisrt International Conference on Modelling and Simulation. Nanjing, P. R. China, August. 5-7, 2008, pp. 214-220.

**ANEXO A - Questionário utilizado nas entrevistas**

UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL: ESTRUTURAS E CONSTRUÇÃO CIVIL

CENTRO DE TECNOLOGIA

DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ESTRUTURAL E CONSTRUÇÃO CIVIL

**PESQUISA DE CAMPO**

Entrevistado: \_\_\_\_\_

Empresa: \_\_\_\_\_ Data: \_\_\_\_ / \_\_\_\_ / \_\_\_\_

**Características das lajes nervuradas**

1. Qual o tipo de laje mais utilizada: maciça ou nervurada?
2. Por que se utilizar laje nervurada?
3. Quais as dimensões das formas utilizadas na concretagem das lajes nervuradas?
4. Quais as dimensões da forma mais utilizada na concretagem das lajes nervuradas? (forma padrão)
5. Qual a empresa que fornece as formas ou qual é o fabricante das formas?
6. Qual a espessura da mesa?
7. Qual o vão máximo e o mínimo entre pilares em uma laje nervurada?
8. Normalmente, qual o sentido das nervuras? (unidirecional ou bidirecional)
9. Quais pavimentos normalmente se utilizam lajes nervuradas? (em todos os pavimentos, ou pavimentos específicos como subsolo)
10. Qual a laje nervurada mais utilizada: com ou sem protensão?
11. Como se dá a protensão em lajes nervuradas? (Aderente ou não aderente)
12. Qual a tensão de protensão?
13. Em edificações que apresentam lajes com protensão, em quais pavimentos elas são utilizadas? (em todos os pavimentos, ou pavimentos específicos como subsolo)
14. O padrão de laje nervurada é o mesmo tanto para edifícios comerciais como residenciais? (dimensões das formas)
15. No dimensionamento da laje nervurada deveria ser considerado carregamento dinâmico?
16. Atualmente, pode-se dizer que a utilização da laje nervurada é uma prática tipicamente cearense ou a sua utilização é uma prática adotada em todo o Brasil?
17. A NBR 6118:2003 fala sobre laje nervurada pré-moldada. Ela tem sido muito utilizada no Brasil?
18. É mais comum utilizar a laje nervurada pré-moldada ou a moldada no local?
19. É mais comum utilizar lajes nervuradas com ou sem vigas de bordo?
20. A inclinação das faces da nervura tem alguma função estrutural ou é só para facilitar a desforma?
21. No projeto estrutural, as bordas da laje nervurada são consideradas, normalmente, apoiadas ou engastadas?